② **Що таке числова нерівність?** Два числа, сполучені знаком > (більше) або < (менше), утворюють ***числову нерівність***.

Приклади: $3 < 5$; $-1 > -9$; $0 < 4{,}5$.

Знаки нерівності < та <, або > та > є ***однаковими***. Тому нерівності виду $a > b$ і $c > d$ (або $a < b$ і $c < d$) називають нерівностями ***однакового змісту***.

Наприклад, $\sqrt{5} > 2$ і $\pi > 3{,}1$ — нерівності однакового змісту.

Знаки нерівності > і < є ***протилежними***. Тому нерівності виду $a > b$ і $c < d$ (або $a < b$ і $c > d$) називають нерівностями ***протилежного змісту***.

Наприклад, $\sqrt{5} > 2$ і $0{,}3 < \dfrac{1}{3}$ є нерівностями протилежного змісту; нерівності $4 < 6{,}5$ і $8 > 0$ — теж.

Як і числові рівності, числові нерівності можуть бути ***правильними*** і ***неправильними***. Наприклад, нерівності $2 < 7$; $0{,}5 > \dfrac{1}{3}$ є правильними, а нерівності $1 > 2$; $3 < -0{,}8$; $\dfrac{1}{3} > \dfrac{1}{2}$ — неправильними.

③ **Очевидні властивості.** У процесі розв'язування задач та доведення тверджень користуються такими очевидними властивостями.

№	Символічний запис	Словесне формулювання
1.	Якщо $a > 0$ і $b > 0$, то $a + b > 0$, $ab > 0$, $\dfrac{a}{b} > 0$.	Сума, добуток і частка двох додатних чисел — завжди додатні.
2.	Якщо $a < 0$ і $b < 0$, то $a + b < 0$, $ab > 0$, $\dfrac{a}{b} > 0$.	Сума двох від'ємних чисел — від'ємна, а їх добуток і частка — додатні.
3.	Якщо $a > 0$ і $b < 0$, то $ab < 0$, $\dfrac{a}{b} < 0$.	Добуток і частка додатного та від'ємного чисел є від'ємними числами.

60. **а)** $\left(\sqrt{2}; \sqrt{17}\right)$; **б)** $[\neq; \sqrt{27})$;

в) $(-2\neq; -\sqrt{2})$; **г)** $\left(-\neq; \sqrt{10}\right)$.

Розв'яжіть нерівності та зобразіть їх розв'язки на координатній прямій (**61; 62**):

61°. **а)** $3x \le 51$; **б)** $5x \ge 65$; **в)** $\frac{1}{3}x < 1,7$; **г)** $0,5x > 1,9$.

62°. **а)** $12x - 3,6 < 38,4$; **б)** $0,7 - 5x > 2,2$;

в) $1,3 - 4x \le 4,3 - x$; **г)** $2\frac{3}{4} + 0,7x \ge 0,2x - 0,25$.

63°. При яких значеннях x набуває від'ємних значень вираз:

а) $7 - 21x$; **б)** $12x + 6$; **в)** $6 - \frac{2}{3}x$;

г) $\frac{3}{4} - 2x$; **ґ)** $\frac{x-2}{3} + \frac{1}{3}$; **д)** $\frac{4x-7}{2} - \frac{x}{2}$?

Розв'яжіть нерівності (**64 – 66**):

64. **а)** $\frac{x-1}{2} + \frac{x+1}{3} \le 1$; **б)** $\frac{3y+1}{4} - \frac{y}{2} \ge \frac{1}{6}$;

в) $\frac{3x}{2} - \frac{3}{5} < 4x + 3$; **г)** $\frac{2x-1}{3} + \frac{x-5}{6} > 0$;

ґ) $\frac{4-x}{3} - 5x \ge 0$; **д)** $\frac{3x-1}{2} - \frac{1+5x}{4} < 0$.

65. **а)** $\frac{2x-1}{2} + \frac{3x-3}{5} > x$; **б)** $\frac{y-2}{4} - \frac{y+6}{3} < 2y$;

в) $\frac{x+1}{6} + \frac{2-x}{8} < 4 - x$; **г)** $\frac{7x-4}{9} - \frac{3x+3}{4} > \frac{8-x}{6}$.

66. **а)** $(x-2)(2+x) \le x^2 + 8x$; **б)** $(3+x)(3-x) > 3x - x^2$;

в) $(x+5)(x-5) - x^2 < x - 20$; **г)** $4x^2 + (3-2x)(3+2x) < 9x$;

ґ) $(x-1)^2 + 7 > (x+4)^2$; **д)** $3x^2 + (1+x)^2 < (2x-1)^2 + 7$;

е) $5x - (x-2)^2 \le 3x - (x+2)^2$; **є)** $\frac{4x}{3} + (x+2)^2 > (x-3)^2 - \frac{2x}{3}$.

Побудуємо графік функції $y = x^2 + 2$. Це можна зробити традиційним способом:

1) побудувати кілька точок графіка за їх координатами, які знаходять, надаючи змінній x певного значення і обчислюючи відповідне значення змінної y;

2) провести через побудовані точки криву.

Можна обрати дещо інший шлях, скориставшись побудованим уже графіком функції $y = x^2$.

Аналізуючи формули $y = x^2$ і $y = x^2 + 2$, зауважимо, що за одного і того самого значення x значення другої функції завжди на 2 більше за відповідне значення першої. Це означає, що кожна точка графіка функції $y = x^2 + 2$ лежить на 2 одиниці вище від точки графіка функції $y = x^2$ з тією самою абсцисою (рис. 26).

Звідси випливає, що графік функції $y = x^2 + 2$ можна отримати паралельним перенесенням графіка $y = x^2$ вздовж осі ординат угору на 2 одиниці (рис. 26).

Отже, графіком функції $y = x^2 + 2$ також є парабола, вершина якої має координати (0; 2), а віссю симетрії є вісь ординат.

Аналогічно графік функції $y = x^2 - 3$ можна отримати за допомогою паралельного перенесення графіка функції $y = x^2$ вздовж осі ординат (осі симетрії) вниз на 3 одиниці (рис. 27).

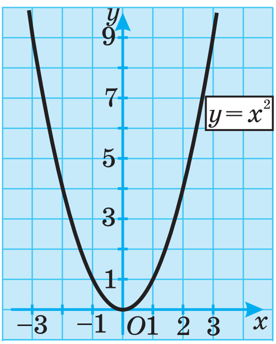

Рис. 25

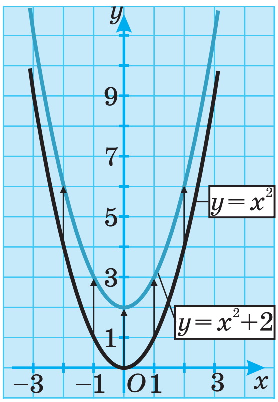

Рис. 26

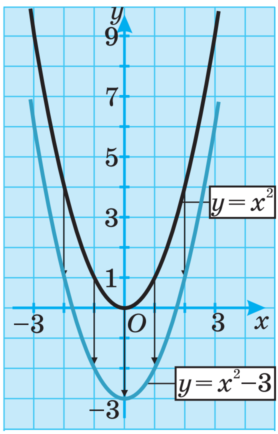

Рис. 27

Задачі та вправи

Знайдіть суму n перших членів геометричної прогресії (b_n), у якої (**446; 447**):

446°. **а)** $b_1 = 5,\ q = 2,\ n = 5$; **б)** $b_1 = 3,\ q = \frac{1}{2},\ n = 4$;
в) $b_1 = 4,\ q = -2,\ n = 6$; **г)** $b_1 = -2,\ q = 3,\ n = 5$.

447. **а)** $b_1 = 3,\ q = \sqrt{2},\ n = 6$; **б)** $b_1 = 3,\ q = \sqrt{2},\ n = 5$.

Знайдіть суму восьми перших членів геометричної прогресії (**448; 449**):

448°. **а)** $1;\ 2;\ 4;\ 8;\ \ldots$; **б)** $1;\ 3;\ 9;\ 27;\ \ldots$;
в) $4;\ 2;\ 1;\ 0{,}5;\ \ldots$; **г)** $-3;\ -1;\ -\frac{1}{3};\ \ldots$.

449*. **а)** $1024;\ 512;\ 256;\ \ldots$; **б)** $\sqrt{2},\ 2;\ 2\sqrt{2};\ \ldots$;
в) $\sqrt{3};\ 3;\ 3\sqrt{3};\ \ldots$; **г)** $\sqrt{2};\ 1;\ \frac{1}{\sqrt{2}};\ \ldots$.

450°. Знайдіть суму перших п'яти членів геометричної прогресії, якщо:
а) $b_1 = 8,\ q = \frac{1}{2}$; **б)** $b_1 = 3,\ q = 2$.

451. Обчисліть: $2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^9$.

Знайдіть перший член і суму n членів геометричної прогресії, у якої (**452; 453**):

452°. **а)** $b_n = 192,\ q = 2,\ n = 7$; **б)** $b_n = 1,\ q = \frac{1}{2},\ n = 5$.

453. **а)** $b_n = \frac{32}{81},\ q = -\frac{2}{3},\ n = 6$; **б)** $b_n = 9\sqrt{6},\ q = 3,\ n = 5$.

454. Знайдіть суму перших шести членів геометричної прогресії, четвертий член якої дорівнює 9, а знаменник дорівнює $\frac{1}{3}$.

455°. Знайдіть суму п'яти перших членів геометричної прогресії, другий член якої дорівнює 32, а третій член дорівнює 8.