РОЗДІЛ І.

ЕЛЕМЕНТАРНІ ГЕОМЕТРИЧНІ ФІГУРИ ТА ЇХНІ ВЛАСТИВОСТІ

Урок 1

Тема уроку. **Вступ до геометрії. Площина, точки і прямі**

Мета уроку. Сформувати в учнів уявлення про предмет геометрії та пробудити інтерес до її вивчення; ознайомити учнів з основними геометричними фігурами — площиною, точками і прямими, а також з властивостями належності цих фігур.

Тип уроку. Засвоєння нових знань.

Обладнання. Моделі та рисунки плоских і просторових фігур, наочні ілюстрації (у тому числі відеоролики) застосувань геометрії у природознавстві, мистецтві, техніці і технології.

Загальні методичні рекомендації

Досвід навчання геометрії у школі незаперечно засвідчує, що вирішальним фактором у формуванні ставлення учнів до цієї навчальної дисципліни, а в кінцевому підсумку і запорукою успішного її вивчення, є педагогічно й методично правильно побудовані перші уроки. Головне полягає у тому, аби, по-перше, вкрай обережно уводити дедуктивний метод обґрунтування, оскільки учні мають ще дуже обмежений досвід такої діяльності, а, по-друге, приділити максимум уваги аргументації логічного обґрунтування перших «очевидних» істин. Неабияке значення має й зацікавлення самим предметом, для чого потрібно постійно залучати історичні відомості та демонструвати тісні зв’язки геометрії з іншими науками, технікою та мистецтвом.

Урок слід розпочати з ґрунтовної вступної бесіди про виникнення й розвиток геометрії, потім про те, що вивчає ця наука та в яких сферах застосовується. У підручнику цим питанням приділено достатньо уваги. Там міститься чимало конкретних прикладів та ілюстрацій. І того й іншого можна додати, особливо якщо є можливість для використання динамічних моделей — слайдів та відеороликів. Доречною буде й невелика «екскурсія» по підручнику, якою підтверджуватимуться численні застосування геометрії і водночас пробуджуватиметься інтерес до пізнання. Учням пропонується розгорнути таку-то сторінку й поглянути на такий-то рисунок, потім ще і ще. Особливі акценти на прикладах із сучасності — на модерних архітектурних формах і дизайні, застосуваннях у техніці та відображеннях у мистецтві. При цьому важливо не забути й про геометрію як про школу мислення.

Бесіда носить ознайомлювальний характер. Вона має бути емоційно насиченою. При цьому можна з'ясувати, з якими геометричними фігурами учні вже знайомі. На завершення бесіди потрібно ознайомити учнів зі структурою підручника — його основними рубриками, їхнім призначенням та умовними позначеннями.

Наступний етап уроку — вивчення нового матеріалу. Формальний зміст основних понять і властивостей належності точок і прямих на площині не викликають в учнів особливих труднощів. Труднощі полягають у тому, аби належним чином аргументувати їхню формалізацію і при цьому не втратити зв'язку з реальністю. Тому питанням про співвідношення «мотузяної» й «зорової» геометрії та відповідним ілюстраціям слід приділити не менше уваги, ніж формальним властивостям. Тут же потрібно чітко наголосити учням на тому, що на рисунках у зошитах точки зображають тонко загостреним олівцем, а прямі креслять (проводять, будують) за допомогою лінійки. Лише після цього можна перейти до закріплення матеріалу шляхом розв'язування вправ.

Вправа 1 задана саме для того, аби всі учні на першому ж уроці засвоїли, як слід проводити пряму під лінійку в зошиті і як позначати прямі, коли задані їхні точки. При цьому варто наголосити на тому, що пряму, яка проходить через точки A і B, можна позначити і як AB, і як BA. Тому загалом існує шість різних позначень прямої за її точками A, B і C. Аналогічну мету має і вправа 4. Її теж бажано виконати в класі, а ось вправу 3 можна задати додому.

Вправи 2 і 5 — усні, виконуються в класі за готовими рисунками.

Наступні вправи мають логічний характер і їх виконання передбачає елементи доведення. З них у класі бажано розглянути номери 7, 9, 10, а на домашнє завдання залишити вправи 6, 8, 13 (додаткова вправа 14). Вправи 11, 12, 15 — резервні.

Розв'язання вправ

6°. Зобразіть таке розміщення чотирьох точок A, B, C, D, щоб точки A, B, C належали одній прямій і точки B, C, D належали одній прямій.

Розв'язання. Оскільки у вказаних двох трійок точок A, B, C і B, C, D точки B і C — спільні, то прямі, які містять ці трійки, збігаються, адже через дві точки B і C можна провести тільки одну пряму. Тому всі чотири точки A, B, C, D лежать на одній прямій (рис. 1).

Рис. 1

7. Чи можуть три прямі перетинатися в одній точці? Як узагалі можуть розміщуватися три прямі, аби кожні дві з них перетиналися? Зробіть відповідні рисунки.

Розв'язання. Проведемо яку-небудь пряму і візьмемо на ній три точки A, B, C (рис. 2). Візьмемо, далі, яку-небудь точку O, що не належить прямій AB, і проведемо прямі OA, OB і OC. Жодні дві із цих прямих не збігаються, бо якби, наприклад, збігалися прямі OA і OB, то це означало б, що точки A, B, O лежать на одній прямій, а ми вибирали точку O поза прямою AB. Отже, маємо три прямі OA, OB і OC, що перетинаються в одній точці O. Тобто, три прямі *можуть* перетинатися в одній точці. І це є одним з випадків такого розміщення трьох прямих, коли кожні дві з них перетинаються (рис. 3).

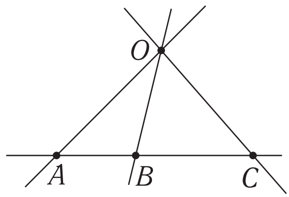

Рис. 2

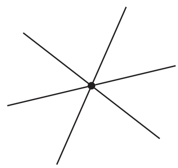
Рис. 3

Якщо ми проведемо дві прямі b і c, які перетинаються в деякій точці A, а потім на візьмемо на них по точці B і C та проведемо пряму BC (рис. 4), то дістанемо ще одне розміщення трьох прямих,

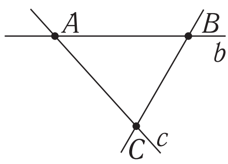

Рис. 4

коли будь-які дві з них перетинаються. Однак тепер уже ці прямі не мають спільної точки.

8. Проведіть пряму, а потім ще три прямі, які її перетинають. Які можливі характерні випадки взаємного розміщення усіх цих прямих?

Розв'язання. Нехай спочатку проводиться пряма a. Із трьох прямих, які її перетинають, дві або всі три можуть бути паралельними. Відповідно маємо два характерні випадки взаємного розміщення усіх цих прямих, які відображені на рис. 5, а–б).

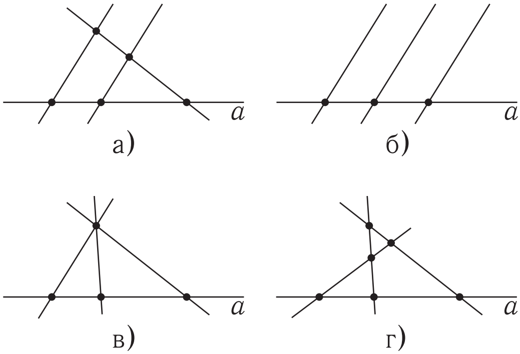

Рис. 5

Якщо ж серед трьох прямих, які перетинають пряму a, немає паралельних, то, як з'ясовано у задачі 7, всі вони можуть або проходити через одну спільну точку, або ж попарно перетинатися у трьох різних точках. Відповідно до цього, маємо ще два характерні випадки взаємного розміщення усіх прямих (рис. 5, в–г). Інших випадків не існує.

9. На рис. 1.15 відображено спосіб перевірки якості обробки рейки за допомогою візування. Як би ви його пояснили?

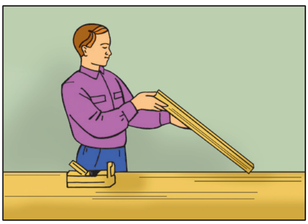

Рис. 1.15

Розв'язання. Зоровий промінь — прямолінійний. Тому якщо поверхня рейки рівна, то жодна з її точок не «виступатиме» над іншими й не перешкоджатиме поширенню цього променя. Так само й жодна з точок рівної поверхні не «западатиме» й не створюватиме для зорового променя просвітів.

10. Прямі l і m перетинаються в точці O, M — якась точка прямої m. Чи може точка M належати прямій l?

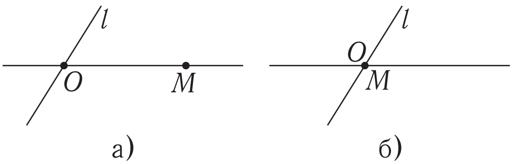

Рис. 6

Розв'язання. Якщо точка M не збігається з точкою O (рис. 6, а), то прямій l вона належати не може, адже тоді прямі l і m, маючи дві спільні точки O і M, збігалися б, тим часом, як за умовою, вони — перетинаються. Якщо ж точка M збігатиметься з точкою O (рис. 6, б), то тоді, звісно, вона належатиме прямій l, оскільки точка O, як точка перетину прямих l і m, належить прямій l.

11. Скільком прямим одночасно може належати одна взята точка; дві взяті точки; три взяті точки; п'ять узятих точок?

Розв'язання. Візьмемо яку-небудь пряму a і точку O, яка їй не належить (рис. 7). Взявши на прямій а скільки-завгодно точок A, B, C, ... і провівши через них прямі OA, OB, OC, ..., ми матимемо скільки-завгодно прямих, які проходять через одну й ту саму точку O (див. вправу 7). Отже, одна точка може належати безлічі прямих.

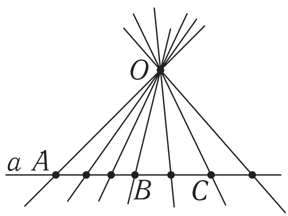

Рис. 7

Дві взяті точки можуть належати лише одній прямій, оскільки через будь-які дві точки можна провести тільки одну пряму. Тим більше, лише одній прямій можуть одночасно належати всі точки, коли їх більше, ніж дві, наприклад, — три чи п'ять.

12. На рис. 1.16 відображений один із так званих обманів зору (зорову ілюзію): лінії AB і CD видаються вигнутими, хоча насправді вони прямі. Виконайте цей рисунок у зошиті і перевірте, чи викликатиме він такий самий обман зору.

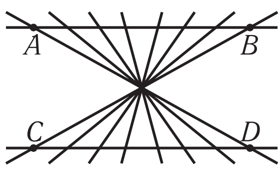

Рис. 1.16

Розв'язання. Цей обман зору викликається завжди. Вправа подається заради цікавості і водночас для формування креслярських навичок.

13•. Позначте в зошиті дві точки A і B. Скільки прямих можна провести через точку A? Скільки — через точку B? Скільки — через обидві точки A і B? Чи можете ви обґрунтувати свої твердження?

Розв'язання. Див розв'язання вправи 11.

Зауваження. Умова вправи 11 у явному вигляді не вимагає поданих у нашому розв'язанні повних обґрунтувань. Вправа ж 13• такі обґрунтування передбачає.

14•. Позначте в зошиті чотири точки A, B, C, D так, як показано на рис. 1.17, а потім через кожні дві з них проведіть пряму. Скільки всього прямих буде проведено? Чи завжди чотири точки визначатимуть таку кількість прямих? Розгляньте можливі випадки.

Розв'язання. У випадку, відображеному на рисунку, жодні три із чотирьох точок A, B, C, D, не лежать на одній прямій. Тому всі прямі, які можна провести через будь-які дві з них, — різні. Таких прямих — шість (рис. 8). Справді, через кожну із чотирьох точок A, B, C, D у цьому разі проходить три прямі, однак кожні дві точки сполучає лише одна пряма, тому загальна кількість прямих $\frac{4 \cdot 3}{2} = 6$.

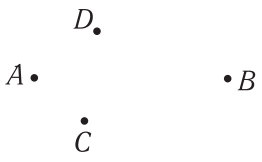

Рис. 1.17

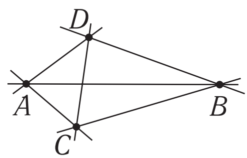

Рис. 8

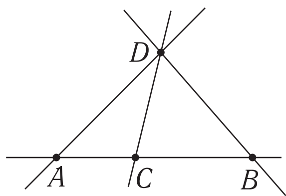

Рис. 9

Якщо ж які-небудь три із чотирьох точок A, B, C, D, наприклад, A, B, C, лежатимуть на одній прямій, а четверта точка D цій прямій не належатиме (рис. 9), то усіх прямих буде чотири — AB, DA, DB, DC. Нарешті, якщо всі чотири точки A, B, C, D розміщуватимуться на одній прямій, то ця пряма буде єдиною, яка попарно сполучає ці точки.

15•. а) Проведіть такі чотири прямі a, b, c, d, щоби прямі a, b, c проходили через одну точку і прямі b, c, d проходили через одну точку.

б) Будь-які дві із чотирьох прямих перетинаються. Скільки може бути точок перетину? Зобразіть усі можливі випадки.

Розв'язання. а) Оскільки до кожної з трійок прямих a, b, c і b, c, d входять прямі b і c, які можуть мати лише одну спільну точку, то всі чотири прямі a, b, c, d проходять через цю точку (рис. 10).

б) Якщо жодні три із заданих чотирьох прямих a, b, c, d не проходять через одну точку (рис. 11), то попарних точок перетину буде шість (на кожній прямій лежатиме по три точки, однак кожна із цих точок буде спільною для двох прямих; тому загальна кількість точок виразиться числом $\frac{4 \cdot 3}{2} = 6$). Якщо ж які-небудь три прямі проходитимуть через одну точку, то попарних точок перетину буде чотири (рис. 12). Звісно, усі чотири прямі можуть проходити й через одну точку.

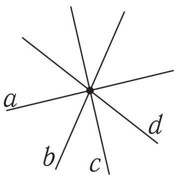

Рис. 10

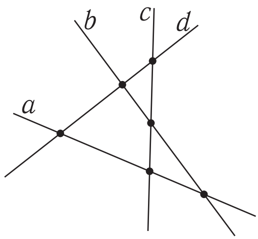

Рис. 11

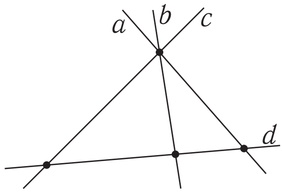

Рис. 12