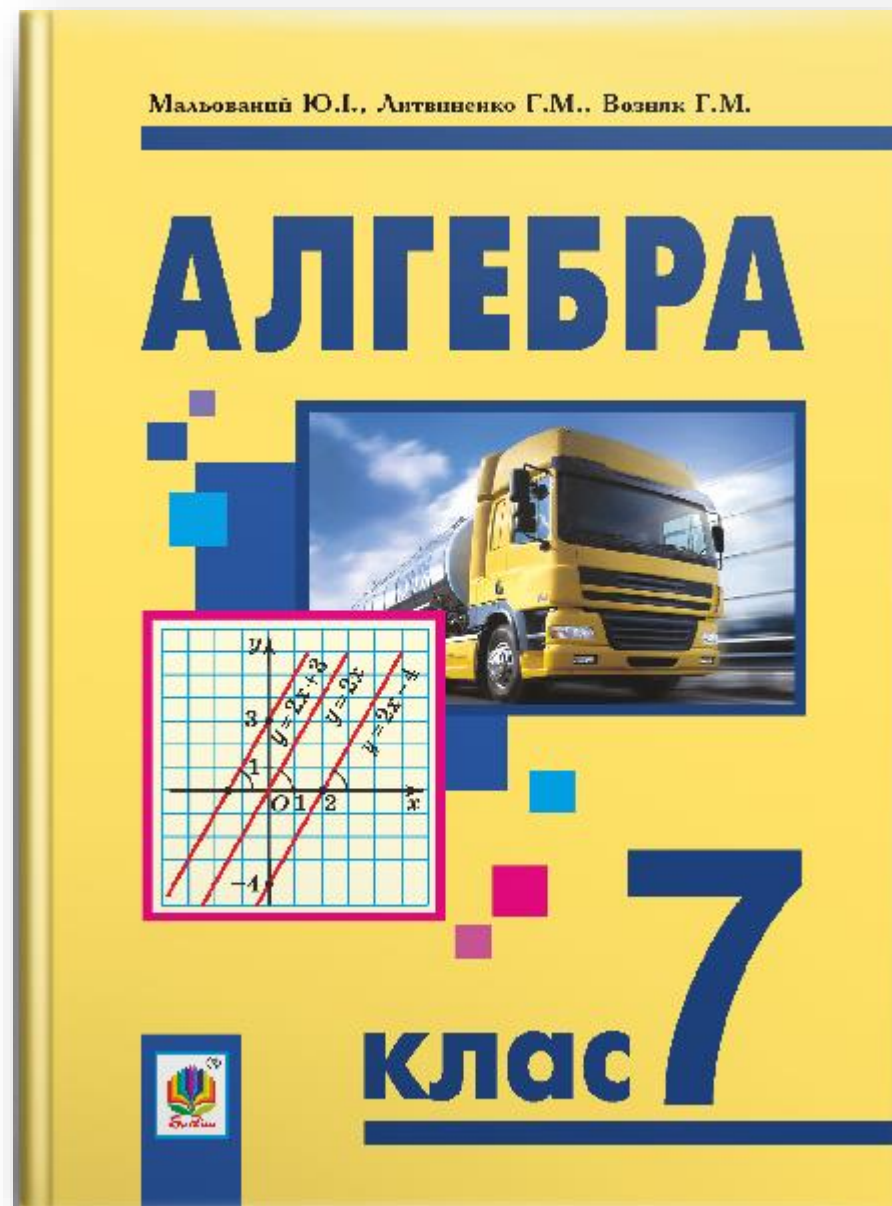


ВІТАЄМО ВАС, ШАНОВНІ КОЛЕГИ, ВЧИТЕЛІ МАТЕМАТИКИ!

Дозвольте коротко представити наш підручник з алгебри для 7 класу:



Алгебра. Підручник для 7 класу
закладів загальної середньої освіти

(автори: Ю.І. Мальований,
Г.М. Литвиненко, Г.М. Возняк;

Тернопіль, Навчальна книга – Богдан,
2023–24. – 256 с.)



Він укладений за такою модельною програмою:

Міністерство освіти і науки України

Модельна навчальна програма

«Алгебра. 7–9 класи»

для закладів загальної середньої освіти

(автори Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Пихтар М. П.,
Рубльов Б. В., Семенов В. В., Якір М. С.)

«Рекомендовано Міністерством освіти і науки України»

(наказ Міністерства освіти і науки України від 12.07.2021 № 795,
у редакції наказу Міністерства освіти і науки України від 09.02.2022 № 143)

Ми вибрали саме цю програму серед інших, рекомендованих Міністерством освіти і науки України, як таку, котра у своїй змістовій частині найбільше орієнтована на ті позитивні традиції, що склалися в українській шкільній алгебраїчній освіті за останні 30–40 років. Зокрема — у виборі ключових тем і в послідовності їхнього розгортання.



Нова
українська
школа

$$\frac{a+b}{2}h$$

$$\sin(\theta)$$

$$ax^2 + bx$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b}$$



В узагальненому вигляді це наочно відображено у змісті підручника:



$$\frac{a+b}{2}h$$

$$\sin(\theta)$$

$$ax^2 + bx$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b}$$



ЗМІСТ

Слово до учнів.....3

Розділ I. Цілі вирази

§1. Раціональні алгебраїчні вирази. Перетворення одночленів 7

1.1. Вирази зі змінними. Раціональні алгебраїчні вирази 7

1.2. Тотожно рівні вирази. Тотожності..... 16

1.3. Степінь з натуральним показником 21

1.4. Властивості степеня з натуральним показником..... 26

1.5. Одночлен. Перетворення одночленів 33

Завдання для самостійної та контрольної роботи..... 40

§2. Многочлен. Перетворення многочленів..... 44

2.1. Поняття многочлена та його стандартного вигляду 44

2.2. Сума і різниця многочленів..... 51

2.3. Добуток одночлена і многочлена. Розкладання многочлена на множники способом винесення спільного множника за дужки..... 57

2.4. Добуток многочленів. Розкладання многочлена на множники способом групування 66

2.5. Різниця квадратів 75

2.6. Квадрат двочлена 79

2.7. Сума і різниця кубів 84

2.8. Застосування кількох способів перетворення виразів 89

Завдання для самостійної та контрольної роботи..... 94

Здійснюємо самооцінку навчальних досягнень..... 100

Розділ II. Функція

Загальні відомості про функцію 103

3.1. Поняття функції. Область визначення і область значень функції 103

3.2. Способи задання функції 109

3.3. Графік функції. Графічний спосіб задання функції..... 114

Завдання для самостійної та контрольної роботи... 124

Лінійна функція 129

4.1. Поняття лінійної функції. Графік лінійної функції..... 129

4.2. Окремі види лінійної функції..... 133

Завдання для самостійної та контрольної роботи... 140

Здійснюємо самооцінку навчальних досягнень..... 142

§10. Відомості з математики за 5 – 6 класи 233

1. Звичайні дробі..... 233

2. Раціональні числа..... 235

3. Вирази та їх перетворення..... 236

4. Рівняння..... 237

і площа 238

..... 240

ік 244

..... 248

Розділ III. Лінійні рівняння та їхні системи

§5. Лінійне рівняння з однією змінною і двома змінними..... 145

5.1. Лінійне рівняння з однією змінною 145

5.2. Рівняння, що зводяться до лінійних..... 151

5.3. Застосування лінійних рівнянь до розв'язування задач 154

5.4. Лінійне рівняння з двома змінними 169

5.5. Графік лінійного рівняння з двома змінними 176

Завдання для самостійної та контрольної роботи... 183

§6. Системи двох лінійних рівнянь з двома змінними..... 187

6.1. Поняття системи рівнянь 187

6.2. Спосіб підстановки..... 194

6.3. Спосіб додавання..... 197

6.4. Застосування систем лінійних рівнянь до розв'язування задач 203

Завдання для самостійної та контрольної роботи... 209

Здійснюємо самооцінку навчальних досягнень..... 212

Повторення

§7. Вправи 215

§8. Задачі..... 221

§9. Задачі підвищеної складності 225



Нова
українська
школа

$$\frac{a+b}{2}h$$

$$\sin(\theta)$$

$$ax^2 + bx$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b}$$



Бачимо, що в підручнику містяться 4 традиційні теми з доволі традиційним переліком параграфів.

Ключовим моментом є те, що розділ «Рівняння» не виноситься наперед розділів «Цілі алгебраїчні вирази» або «Функції», як останнім часом стало «модно». Це дає змогу зробити курс стрункішим, прозорішим та економічнішим.

Принагідно зазначимо, що зовсім передчасним вважаємо введення в 7 класі в якому б то не було обсязі елементів статистики. В деяких модельних програмах це пропонується. На нашій довгій «педагогічній пам'яті» ця тема вводилась у шкільні програми, а потім виводилась з них близько десяти разів. І жодного разу експеримент не був успішним.

Наш авторський колектив уже неодноразово представляв у минулі роки свої підручники з аналогічним змістом і стратегією його подачі, тому багатьом учителям в загальних рисах вона відома.

Ми вважаємо підручник навчальною книгою **для учня**, яка використовується ним у класі під керівництвом **УЧИТЕЛЯ**, і вдома — для виконання домашніх завдань, заданих і підготовлених до виконання **УЧИТЕЛЕМ**. Отже, функція самонавчання у ньому мінімальна. Звідси й такі важливі вимоги до підручника, як «прозорість», відображення лише ключових елементів теорії, достатній запас методично впорядкованих вправ і задач для самостійної роботи.

$$\frac{a+b}{2} h$$

$$\sin(\theta)$$

$$ax^2 + bx$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b}$$

Цього наш авторський колектив і намагався досягти у першу чергу.

З цією метою кожний розділ розбитий на параграфи, параграфи — на пункти, а ті, у свою чергу, — на підпункти.

Кожний із цих складників має свій заголовок і відповідний порядковий номер. Зокрема, номер підпункту позначено цифрою всередині кружечка.

Наприклад:

③ Як звести

③ **Як звести одночлен до стандартного вигляду.** Ми розглянули кілька прикладів зведення одночленів до стандартного вигляду. Так само слід підходити до виконання більшості вправ: їхні умови можуть бути сформульовані по-різному, але суть залишається тією самою.

Наприклад:

а) виконайте множення $4x^4 \cdot 2x^4y$;

б) виконайте дії: $4x^4 \cdot 2x^4y$;

в) спростіть вираз $4x^4 \cdot 2x^4y$;

г) знайдіть добуток $4x^4 \cdot 2x^4y$.

Усі ці формулювання, по суті, означають одне: потрібно звести одночлен $4x^4 \cdot 2x^4y$ до стандартного вигляду.

Для виконання цього завдання достатньо скористатися відповідними законами арифметичних дій і властивостями степеня:

$$4x^4 \cdot 2x^4y = 4 \cdot 2x^4x^4y = 8x^8y.$$

Зводячи одночлен $4x^4 \cdot 2x^4y$ до стандартного вигляду, ми фактично замінили добуток двох одночленів $4x^4$ і $2x^4y$ одним одночленом.

Якщо потрібно перетворити в одночлен стандартного вигляду степінь одночлена, застосовують правило піднесення до степеня добутку.

Наприклад: $(3a^2b^4)^2 = 3^2(a^2)^2(b^4)^2 = 9a^4b^8$.

④ **Як записати одночлен у вигляді добутку двох одночленів.** Іноколи доводиться виконувати перетворення, обернене до попереднього, — записувати одночлен стандартного вигляду як добуток двох одночленів.

Наприклад, одночлен $6x^4y^8$ потрібно записати у вигляді добутку двох одночленів, один із яких дорівнює $3xy^2$. Щоб знайти другий одночлен, порівнюють відповідні множники даних одночленів і з'ясовують, на який вираз слід помножити один із них, щоб дістати потрібний. У даному випадку такими множниками є 6 і 3; x^4 і x ; y^8 і y^2 . Щоб дістати 6, потрібно 3 помножити на 2; щоб дістати x^4 , треба x помножити на x^3 ; щоб дістати y^8 , слід y^2 помножити на y^6 . Отже, шуканий одночлен дорівнює $2x^3y^6$. Тобто $6x^4y^8 = 3xy^2 \cdot 2x^3y^6$.

⑤ **Степінь одночлена.** Одночлен $3x^2$ містить змінну x у другому степені, а одночлен $2,4x^5$ — у п'ятому. В такому разі кажуть,



Нова
українська
школа

$$\frac{a+b}{2}h$$

$$\sin(\theta)$$

$$ax^2 + bx$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b}$$



Зосередити увагу на головному учневі допоможуть запитання та завдання для самоперевірки, подані в кінці кожного пункту, а також основні вимоги щодо засвоєння змісту кожного розділу, які його завершують.

Ось, наприклад запитання після §2. Многочлен.
Перетворення многочленів:

Запитання для самоперевірки

1. Що таке многочлен? Наведіть приклади.
2. Які члени многочлена називають подібними? Наведіть приклади.
3. Як звести подібні члени многочлена? Проілюструйте прикладом.
5. Які перетворення многочлена слід виконати, щоб звести його до стандартного вигляду?
6. Як визначити степінь многочлена?

$$\frac{a+b}{2}h$$

$$\sin(\theta)$$

$$ax^2 + bx$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b}$$

Найважливіші означення та властивості, які потрібно запам'ятати, виділено напівжирним червоним шрифтом і позначено красномовною піктограмою Наприклад:



добуток одночлена і многочлена дорівнює сумі добутків цього одночлена і кожного члена многочлена.

① Що таке лінійна функція.



Функцію, яку можна задати формулою $y = kx + b$, де k і b — дані числа, а x — незалежна змінна, називають лінійною функцією.

$$\frac{a+b}{2}h$$

$$\sin(\theta)$$

$$ax^2 + bx$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b}$$

Нові терміни виділяються курсивом. Наприклад:

У буквеному виразі одна і та сама буква може позначати різні числа залежно від конкретних умов. Наприклад, у виразі $2(a + b)$, що є загальним записом правила обчислення периметра прямокутника зі сторонами a і b , букви a і b позначають будь-які додатні числа, якими можуть виражатися довжини відповідних сторін прямокутника. Тобто вони можуть змінювати свої значення. Тому їх називають **змінними**, а цей та інші буквені вирази — **виразами зі змінними** (або зі змінною, якщо змінна — одна).

Числові вирази і вирази зі змінними, які містять лише арифметичні дії, мають загальну назву **раціональних алгебраїчних виразів**. Саме їх ми і будемо вивчати.

Якщо у вираз $a^2 - 5a + 4$ підставимо, наприклад, замість змінної a число 4 і виконаємо зазначені дії, то дістанемо числове значення, або коротше, **значення** цього виразу. Тобто,

якщо $a = 4$, то $a^2 - 5a + 4 = 4^2 - 5 \cdot 4 + 4 = 16 - 20 + 4 = 0$;

$$\frac{a+b}{2} \cdot h$$

$$\sin(\theta)$$

$$ax^2 + bx$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b}$$

У підручнику наведено багато прикладів розв'язування вправ і задач з детальними поясненнями і зразками відповідних записів.

Приклад 1. Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases} 3x - 4y = 7, \\ 5x + 2y = 3. \end{cases}$

Розв'язання. У даному рівнянні коефіцієнти при жодній змінній не є протилежними числами. Але цього легко досягти стосовно коефіцієнтів при змінній y , помноживши обидві частини другого

рівняння на 2. Зробимо це, а потім розв'яжемо утворену систему відомим уже способом. Записують це так:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 7, \\ 5x + 2y = 3; \end{cases} \times 2 \quad + \quad \begin{cases} 3x - 4y = 7, \\ 10x + 4y = 6; \end{cases} \quad 13x = 13; x = 1.$$

Підставивши знайдене значення x в одне з рівнянь системи, наприклад, у перше, знайдемо значення y . Маємо: $3 \cdot 1 - 4y = 7$, $4y = -4$, $y = -1$.

Відповідь. (1; -1).

Приклад 3. Встановити тотожність виразів $(b + d)a + dc$ і $(a + c)d + ab$.

Розв'язання. Зведемо обидва вирази до однакового вигляду:

1) $(b + d)a + dc = ab + ad + dc$;

2) $(a + c)d + ab = ad + dc + ab = ab + ad + dc$.

Отже, $(b + d)a + dc = (a + c)d + ab$. Таким чином, дані вирази теж тотожні.

Завдання встановити тотожну рівність двох виразів може бути сформульоване інакше: *довести тотожність*. У цьому випадку процес перетворень залишається тим самим.

Приклад 2. Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases} 6x + 5y = 21, \\ 4x - 3y = -5. \end{cases}$

Розв'язання. 1-й спосіб. Перетворимо рівняння системи так, щоб, наприклад, коефіцієнти при змінній y в обох рівняннях стали протилежними числами. Для цього знайдемо найменше спільне кратне чисел 5 і 3 та помножимо обидві частини рівнянь на відповідні додаткові множники. Таким кратним є число 15. Отже, для першого рівняння таким множником є число 3, а для другого — число 5. Утворимо нову систему і розв'яжемо її. Маємо:

$$\begin{cases} 6x + 5y = 21, \\ 4x - 3y = -5; \end{cases} \begin{matrix} \times 3 \\ \times 5 \end{matrix}$$
$$+ \begin{cases} 18x + 15y = 63, \\ 20x - 15y = -25; \end{cases}$$
$$\hline 38x = 38; \quad x = 1.$$

Для знаходження значення y знайдене значення x підставляють, як правило, у найпростіше з рівнянь системи, тобто у рівняння з найменшими коефіцієнтами. У даному випадку таким рівнянням є друге рівняння даної системи. Маємо:

$$4 \cdot 1 - 3y = -5, \quad 3y = 9, \quad y = 3.$$

Відповідь. (1; 3).



Нова
українська
школа

$$\frac{a+b}{2} h$$

$$\sin(\theta)$$

$$ax^2 + bx$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b}$$



У кінці кожного параграфа подані 4-рівневі завдання для самостійної та контрольної роботи. Учні, які ознайомляться з ними заздалегідь, будуть застраховані від неприємних «сюрпризів» на цих уроках.

Учитель може добирати завдання для самостійної чи контрольної роботи безпосередньо із цієї рубрики (принаймні частково). Наша практика засвідчує, що, знаючи про це, відповідальні учні значно активніше готуються, працюють над завданнями так би мовити наперед — а це саме те, до чого ми й прагнемо. При цьому відсутність відповідей все таки «залишає інтригу» і позбавляє учнів спокуси штучно «підгонити» розв'язання до потрібного результату.



Завдання для самостійної та контрольної роботи

I – II рівні

1. Яка з пар чисел $(6; 2)$, $(3; -4)$, $(5; 0)$, $(0; -1,5)$ є розв'язком системи:
а) $\begin{cases} 3x - y = 15, \\ 2x + 3y = 10; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x - 2y = 3, \\ 2x + 3y = -4,5; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x - 2y = 4, \\ 2x + 3y = 18? \end{cases}$
2. Розв'яжіть системи рівнянь:
а) $\begin{cases} x + y = 12, \\ y = 2x; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + y = 11, \\ 2x - y = -2; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 2x + 3y = 16, \\ 4x - 3y = 14; \end{cases}$
г) $\begin{cases} 5x + 2y = 16, \\ 3x - 4y = -6; \end{cases}$ д) $\begin{cases} 6x + 2y = 5, \\ 4x + 2y = 5; \end{cases}$ е) $\begin{cases} x + 2y = 4, \\ 5x - 3y = 3. \end{cases}$
3. Розв'яжіть графічно системи рівнянь:
а) $\begin{cases} x + y = 6, \\ x - y = 2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x - y = 3, \\ x + y = 7. \end{cases}$
Розв'яжіть задачі (4 – 7):
4. Столяру потрібно розрізати дерев'яний брусок завдовжки 16 дм на дві частини так, щоб одна з них була на 4 дм довша за другу. Знайдіть довжини цих частин.
5. За книжку і 2 зошити заплатили 7,6 грн, а за 2 книжки і 3 зошити — 14,4 грн. Яка ціна книжки і зошита окремо?
6. Пароплав за 4 год пройшов за течією річки 100 км, а за 3 год проти течії — 57 км. Яка власна швидкість пароплава і течії річки?
7. Сума чисел, одне з яких на 4 більше за друге, дорівнює 16. Знайдіть ці числа.

III рівень

1. Складіть систему двох лінійних рівнянь із двома змінними, для якої пара чисел $(1; -3)$:
а) є розв'язком системи;
б) не є розв'язком системи.



Нова
українська
школа

$$\frac{a+b}{2}h$$

$$\sin(\theta)$$

$$ax^2 + bx$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b}$$



Істотною особливістю нашого підручника у порівнянні з іншими є підвищена увага до задач з практичним змістом, особливо пов'язаних з вимірювання площ.

У цьому ми вбачаємо не тільки корисні приклади практичного застосування математики та її міжпредметних зв'язків, а й ефективний засіб для обґрунтування власне алгебраїчних методів.

10*. Запишіть вирази для обчислення периметрів фігур, зображених на рисунку 1. Яка з фігур має найбільшу площу?

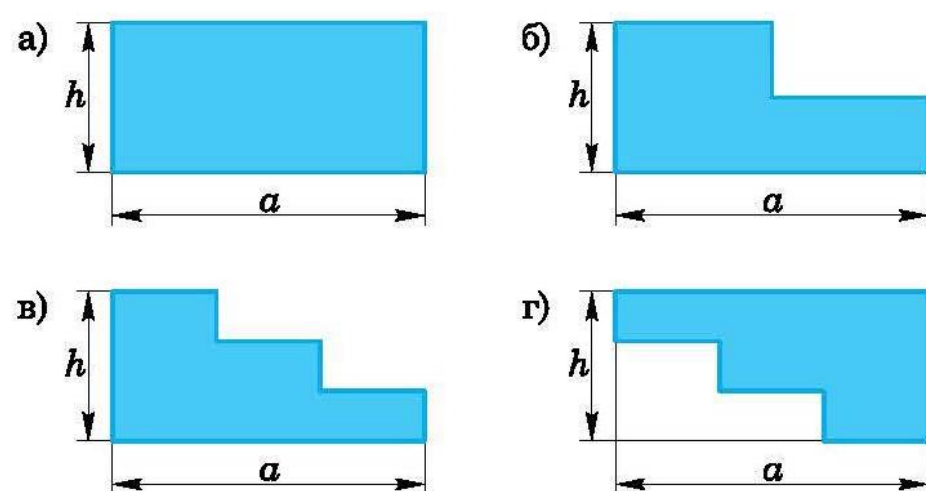


Рис. 1

522. Спростіть вирази:

- а) $a(a+b) - b(a-b)$; б) $a(a-b) + b(a-b)$;
в) $a(a+b) - b(a+b)$; г) $(a+b)(a-b) - a(a-b)$;
р) $(a+b)^2 - (a+b)(a-b)$.

523. Площі яких геометричних фігур, зображених на рисунках 70–74, можна обчислити за формулами із вправи 522?

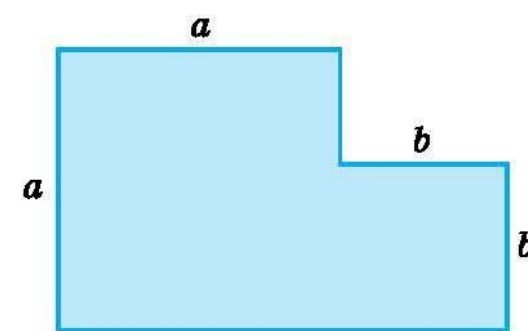


Рис. 70

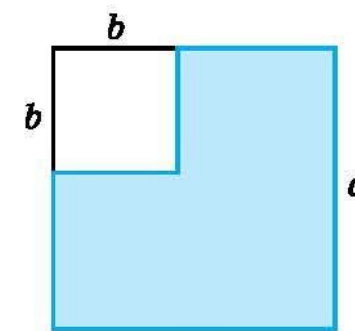


Рис. 71

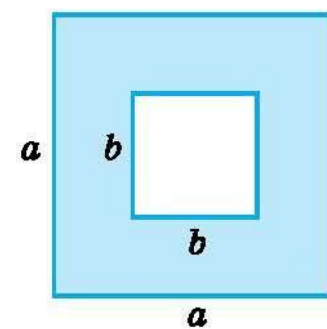


Рис. 72

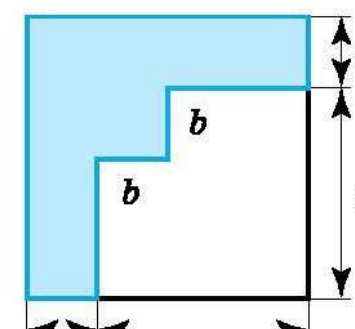


Рис. 73

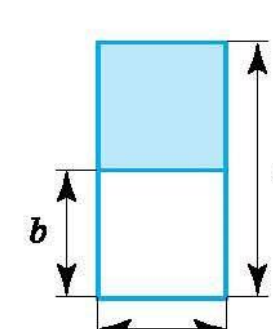


Рис. 74

$$\frac{a+b}{2} h$$

$$\sin(\theta)$$

$$ax^2 + bx$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b}$$

У підручнику подаються короткі біографічні відомості про низку видатних математиків, починаючи від Вієта і закінчуючи тепер уже всесвітньовідомою українкою Мариною В'язовською, яка у 2022 р. отримала найвищптішу відзнаку, яка присуджується за математичні відкриття, — медаль і премію Філдса.



Українка на найвищому математичному Олімпі



У 2022 р. українська математикиня Марина В'язовська (нар. 1984 р.) була нагороджена найвищою міжнародною відзнакою за математичні відкриття — так званою Філдсівською премією і медаллю. При цьому — це був другий випадок в історії присудження цих премій з 1936 р., який відбувається раз на чотири роки, коли відзнаку присуджено жінці, а також і другий, коли нагороду отримав представник України (першим був Володимир Дрінфельд у 1990 р.).

Основним досягненням Марини на час присудження їй премії було розв'язання проблеми пакування куль у 8-вимірному та 24-вимірному просторах, що дало важливі застосування в питаннях кодування інформації.

Марина навчалася в Київському природничо-науковому ліцеї № 145, а потім — на механіко-математичному факультеті Київського університету ім. Шевченка. З малих літ любила розв'язувати математичні задачі підвищеної складності, брала активну участь в учнівських, а потім і в студентських математичних олімпіадах.

...І великий успіх починається з малого!

$$\frac{a+b}{2}h$$

$$\sin(\theta)$$

$$ax^2 + bx$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b}$$

$$\sin(\theta) = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$$

$$ax + by = c$$

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = \frac{a + b}{2}$$

ДЯКУЄМО ЗА УВАГУ!

$$= m(x - x_1)$$

$$a = \frac{V_f - V_i}{+}$$

$$y = mx + b$$

$$\tan(\theta) = \frac{\text{opp}}{\text{adj}}$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

