

Передмова редактора

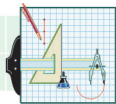
Для пояснення кожної думки належить починати з азбуки, оскільки люди женуться лише за висновками, в той час як уся суть — в основах.

Володимир Одоєвський

Автору книги, яка має слугувати посібником для початківців, не менш важливо, ніж історику чи літератору, пробудити у свідомості читача зацікавленість, перш ніж його навчити. Якщо користуватися цим методом, то вивчення предмета не викличе втоми, в той час як при нехтуванні ним те саме заняття стане тяжкою працею при постійному розумовому напруженні.

Якоб Берцеліус

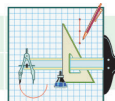
«Захоплююча алгебра» всесвітньовідомого популяризатора науки Якова Ісидоровича Перельмана (1882 – 1942) вийшла першим виданням у 1933 р. — уже після того, як були написані й надруковані усі інші його «захоплюючі» науки — фізика, механіка, астрономія, геометрія та арифметика. Хтось би міг подумати, що на алгебру в автора уже не вистачить ні колиш-



нього запалу, ні знаменитого перельманівського фактажу. Та й особливий характер цієї науки, її абстрактність та формалізм, нібито не налаштовують на захоплення пересічного читача. Проте тоді вже мільйони читачів знали напевне, що книга Перельмана не захоплюючою бути не може. Весь наклад її першого видання (15 000 примірників) був розкуплений за рік, і тому одразу ж таким само накладом було випущене друге видання (у 1934 р.). А ще через три роки (у 1937 р.) уже накладом 50 000 примірників вийшло третє видання.

Пізніше, у повоєнні роки (на жаль, уже без участі автора: він помер під час жахливої блокади Ленінграда — теперішнього Санкт-Петербурга — німецько-фашистськими військами) книга російською мовою видавалася ще 10 разів справді масовими тиражами по 100 000 примірників і більше, а 12-е видання 1970 р. — тиражем аж 300 000 примірників. Навіть українське видання 1973 р. мало наклад 50 000 примірників. Отже, загалом російською та українською мовами за часів СРСР «Захоплююча алгебра» Перельмана була видана загальним тиражем майже 1,5 мільйона примірників. А ще ця книга перекладалася багатьма мовами світу. Вона й досі продовжує видаватися у різних країнах. Що ж викликає такий жвавий інтерес до неї упродовж такого тривалого часу?

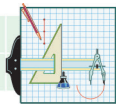
Найперше — це особливий погляд великого популяризатора на науку, під яким вона вимальовується на тлі всеосяжного культурологічного процесу з усією гамою його вимірів — від глобальних філософських та природничо-наукових ідей до втілення їх у конкретних технічних і технологічних проектах та відображення у мистецтві. Автор «відриває, — як він пише у передмові до однієї зі своїх книжок, — науку від класної дошки



і виводить її на вільний простір», у якому вона створюється або втілюється. Важливо й те, що на сторінках його книжок наука по-справжньому оживає, постає у зв'язку із життям, діяльністю, а то й просто дозвіллям багатьох відомих і маловідомих людей, котрі жили у різні епохи, у різних суспільних середовищах і в різних частинах світу. А якщо до цього додати, що в його книгах міститься безліч найрізноманітніших цікавинок, парадоксів, жартівливих задач, загадок, «наукових фокусів», то стане зрозумілим, чому ці книги такі цікаві для найширшої читацької аудиторії.

Та чи не найголовнішим у книгах Перельмана є те, що вони з часом не старіють і, в основному, не втрачають своєї актуальності, оскільки присвячуються здебільшого фундаментальним питанням науки.

На цьому останньому аспекті творчості Я.І. Перельмана варто зупинитися детальніше. В архіві Російської Академії наук у м. Санкт-Петербурзі зберігається рукопис його неопублікованої статті, датованої 1939 р. (на той час уже були написані всі «зіркові» твори Перельмана), в якій автор коротко, але вичерпно характеризує власні принципи й засоби популяризації науки. Принцип фундаментальності у нього — один із найголовніших. Згадуючи слова Платона про те, що «повне нещасття — ще не найбільше зло; куди гірше — накопичення погано засвоєних знань», Перельман далі пише: «... захоплююча наука не спішить знайомити з останніми досягненнями науки, оминаючи її перші сторінки». І наводить переконливі аргументи для цього: «Немає сенсу розповідати про особливості недавно відкритої «важкої води» тому слухачеві, який ще не ознайомлений з властивостями води звичайної. Навіщо заводити мову

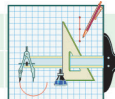


про космічні промені з тим, хто не знає основних законів оптики? Така гонитва за науковою сенсацією веде до прищеплення шкідливого зазнайства, яке гірше від чесного незнання. Захоплююча наука не може бути причетною до такої популяризації. Вона дотримується лозунгу академіка І.П. Павлова¹⁾: «Послідовність, послідовність і послідовність! Від самого початку своєї роботи привчіть себе до строгої послідовності в накопичуванні знань, — говорив він, звертаючись до молоді. — Вивчіть ази науки, перш ніж пробувати дістатися її вершин. Ніколи не беріться за наступне, не засвоївши попереднього».

Однак однієї лише фундаментальності для справжньої популяризації абсолютно недостатньо. Для ефективного, природного ознайомлення з будь-яким предметом, і наука тут не виняток, сам предмет повинен викликати інтерес. Будь-що, не зігріте прихильними відчуттями, позитивними емоціями, серцем, душею або потребою матеріального характеру, дуже скоро вислизає з поля зору людини, звільняючи місце для чогось іншого, що зі згаданим тісно пов'язане.

«А хіба сама по собі наука не захоплива, а повинна штучно підтримувати до себе інтерес?», — задається риторичним запитанням автор далі. І відповідає: «Безперечно, наука безмірно цікава, але для кого? Для того, хто в неї заглибився, хто оволодів її методами, а не для того, хто стоїть лише перед її дверима. Популяризатор не може покладати надії на захопливість самого предмета і звільнити себе від турбот про підтримування уваги читача або слухача. Він повинен невтомно стежити за тим, чи встигають за ним читачі, чи готові його облишити. Якщо він не заволодів увагою читача, то всі його зусилля пропадуть

¹⁾ **Павлов** Іван Петрович (1849 – 1936) — видатний російський фізіолог, лауреат Нобелівської премії (1904 р.).

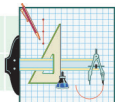


марне, якою б захопливою не була сама по собі тема, яку він викладає».

Тим більше, постійної підтримки інтересу потребують фундаментальні питання науки. «Ми рано перестаємо дивуватися, рано втрачаємо здатність, яка спонукає цікавитися й такими речами, які безпосередньо не пов'язані з нашим існуванням», — вказує Я.І. Перельман на глибинну причину необхідності зацікавлювати основами наук. І продовжує: «Те, що викликало жваве захоплення, коли для нас «були новими всі враження буття», перестає привертати увагу, стаючи буденним». І знову наводить красномовні приклади: «Вода була б, безсумнівно, найдивовижнішою речовиною в природі, а Місяць — найбільш вражаючим видовищем на небі, якби і одне, й інше не впадали у вічі так часто. Звичка гасить цікавість; на явищах, які відбуваються довкола нас щомиті, важко навіть зосередити увагу... Аби перебороти зашкарублість рутинного мислення й привернути увагу до занадто знайомих предметів, потрібно показати їх у новому світлі, відкрити незнайомі грані».

Далі, у згаданій рукописній статті, Перельман скрупульозно перелічує найуживаніші форми збудження інтересу читачів до фундаментальних питань науки, які він використовував у своїх численних науково-популярних творах. Перелічимо ті з них, які найбільшою мірою знайшли своє втілення у «Захоплюючій алгебрі».

1. Положення науки повинні ілюструватися практичними застосуваннями в житті людей. Таких міні-ілюстрацій в «Захоплюючій алгебрі» цілі роспища — і в астрономії, і в економії, і в побуті, і, навіть, у музиці.



2. Використовуються, почасти зовсім несподівано, сторінки з творів художньої літератури. Як приклад, вкажемо на оповідання німецького письменника-фантаста Курда Ласвіца «Універсальна бібліотека», яке послужило автору джерелом не тільки для важливої алгебраїчної (комбінаторної) задачі, а й для постановки глибоких методологічних і світоглядних проблем. В інших місцях принагідно згадуються й твори інших письменників — А.П. Чехова, М.Є. Салтикова-Щедріна, В.Г. Бенедиктова.

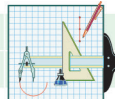
3. Для цієї ж мети придатні інколи легенди й перекази, життєві історії та оповідання. Як приклад, вкажемо на вкрай цікавий математичний аналіз фінансових заповітів відомого американського вченого й політичного діяча Беняміна Франкліна та російського військового міністра епохи Олександра І, О.А. Аракчеєва.

4. Проводяться цікаві екскурси в царину історії науки. Серед них в «Захоплюючій алгебрі» особливо виділяється розгорнута розповідь про Велику теорему Ферма, а також про виникнення й розвиток логарифмів.

5. Здійснюються несподівані зіставлення — операції піднесення до степеня з електроосвітленням, логарифмів з музикою, алгебри з геометрією тощо.

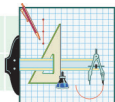
6. Наводяться приклади використання алгебри для найрізноманітніших інтелектуальних розваг — відгадування й записування чисел, «доведення» хибних тверджень, демонстрації числових курйозів і фокусів.

Мабуть, зайве було б і далі переповідати зміст книги, яка розгорнута перед читачем. Натомість, скажемо дещо про роботу над її підготовкою. Як зазначено вище, «Захоплююча



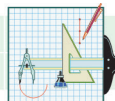
алгебра» Я.І. Перельмана уже видавалася українською мовою. У 1973 р. її випустило видавництво «Техніка» у перекладі Т.І. Чумаченко. На жаль, це видання не було вдалим. По-перше, воно було повною «калькою» з 12-го російського видання з усіма його змістовими вадами, про які мова нижче. А, по-друге, у ньому було аж занадто багато «кальок» граматичних. Наприклад, російське «делимость» перекладалося як «ділимість» (замість «подільність»), «произведение» — як «здобуток» (замість «добуток»), «прописная и строчная» (букви) — як «прописна і строчна» (замість «велика й мала» (літери)), «вычисление в уме» — як «обчислення у думці» (замість «усне обчислення»), «убывающая» (прогрессия) — як «убуваюча» (замість «спадна» (прогресія)) і т. ін. Не звірені були навіть ініціали російських авторів, наприклад, написано А.Я. Хінчин, замість О.Я. Хінчин, А.В. Цінгер, замість О.В. Цінгер. Та й сама назва «Цікава алгебра» далеко не адекватна російській «Занимательной алгебре». (Зазначимо, водночас, що в цьому виданні є й чимало дуже вдалих перекладацьких рішень, які ми, не знайшовши кращих, з вдячністю використовували.)

Тепер про вади російських повоєнних видань. Вище зазначалося, що за життя автора «Захоплююча алгебра» виходила тричі. У своїх передмовах до 2-го і 3-го видань автор вказує, що при підготовці їх до друку він щоразу долучав десяток-другий нових сторінок, і зовсім не згадує про вилучення інших. Насправді ж вилучалося чимало, причому, якраз того, що характерно саме для неповторного перельманівського методу популяризації. Навіть поверховий аналіз усіх цих вилучень не полишає жодних сумнівів у тому, що це була справжня ідеологічна цензура.



Наприклад, із майже десятих сторінок чудової варіації на тему оповідання Курда Лассвіца «Універсальна бібліотека», яка з'явилася у 2-му виданні, у 3-му виданні не залишилося й сліду. Вилучено згадку про те, що до гомеопатичного розведення ліків прихильно ставився знаменитий російський хімік О.М. Бутлеров, а також відповідну цитату з його статті на цю тему. У назві оповідання «Із тестів Едісона» слово «тест» замінено на «задачу». Було також вилучено цілу низку оповідань, що описують процес розмноження у живій природі за законом геометричної прогресії («Сарана», «Бур'яни», «Розмноження інфузорій»), а також ті фрагменти, у яких був хоч якийсь натяк на прибуток з продажу (наприклад, задачу про продаж годинників).

Та незмірно більшій ідеологічній корекції було піддано «Захоплюючу алгебру» при підготовці її повоєнних видань. Загалом тоді було повністю вилучено понад 30 оповідань, а ще у багатьох помітні суттєві цензорські втручання. Усі ці факти нами скрупульозно відзначені у примітках, і вдумливий читач цілком зможе скласти собі уявлення про міру «обкрадання» мільйонів читачів, вчиненого цими діями. А ще парадоксальніше, що й досі численні російські видання «Захоплюючої алгебри» друкуються стереотипами із цих урізаних та ідейно збіднених видань. Лише дуже незначною компенсацією за це свавілля стали окремі додатки, здійснені редакторами повоєнних видань у розвиток окремих тем. У нашому виданні ми ці додатки теж зберегли, взявши їхні заголовки або фрагменти у квадратні дужки (єдиний виняток становить лише давно застарілий опис ідей функціонування електронно-обчислювальних машин). Головне, однак, те, що у нашому виданні віднов-

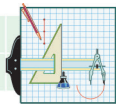


лено абсолютно усе, що було написано для різних видань «Захоплюючої алгебри» самим Я. І. Перельманом. Таким чином, читач уперше зможе прочитати цю книгу у такому обсязі, в якому вона не виходила навіть за життя автора.

Перше видання «Захоплюючої алгебри» проілюстрував давній і талановитий ілюстратор книг Я.І. Перельмана — художник Ю.Д. Скалдин. Наступні видання ілюстрували інші художники. На жаль, щойно створене тоді Об'єднане державне видавництво (1-е видання друкувало ще кооперативне видавництво «Время») їхніх прізвищ чомусь не друкувало. Не вказувалися прізвища художників і в перших повоєнних виданнях, хоча їхні ілюстрації, особливо заставки до розділів, були доволі вдалимими (і ми їх відтворюємо). Лише починаючи з 11-го видання видавництво «Наука» почало вказувати прізвище нового ілюстратора — Н.І. Максимова, проте його ілюстрації були найменш цікавими. Для ілюстрування нашого видання ми залучили найкращі рисунки з усіх попередніх видань, а також перевели їх із чорно-білого формату у формат з відтінками сірого кольору. Друкується також і повноколірна версія.

У книгах Я.І. Перельмана згадується багато власних імен, відомих і маловідомих. Для зручності читача ми у примітках подаємо короткі відомості про них. Виняток зроблено лише для декількох хрестоматійних постатей (І. Ньютона, Л.М. Толстого, А. Ейнштейна).

Узагалі, приміток у книзі чимало. Окрім згаданих вище коротких вказівок щодо «еволюції» змісту книги упродовж численних її видань та невеличких персоналій, подаються також окремі коментарі, доповнення та уточнення, тлумачення деяких рідковживаних слів тощо. Усі ці примітки належать редак-

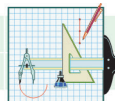


тору книги, однак у тексті це не вказується. Натомість, примітки автора та редакторів попередніх видань відповідним чином відзначаються. Якщо ж до примітки автора чи редактора попереднього видання додається примітка редактора цього видання (дуже рідко), то ця остання відзначається, як *Прим. ред.*

Звісно, при перекладі були виправлені усі помічені друкарські помилки (дуже нечисленні), а також уточнені окремі фактологічні дані. Зокрема, систематично, де це потрібно, застосовується знак наближеної рівності (\approx) замість знака точної рівності ($=$).

Якщо взяти до уваги усе сказане, то маємо усі підстави сподіватися, що наша «Захоплююча алгебра» стане найзахопливішою з усіх, які будь-коли і будь-де у світі видавалися за авторством Я.І. Перельмана.

В.О. Тадеєв



Із передмов автора до 2-го і 3-го видань¹⁾

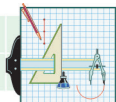
Не слід на цю книгу дивитися як на легкозрозумілий підручник з алгебри для початківців. Подібно на інші мої твори з тієї ж серії, «Захоплююча алгебра» — перш за все не навчальний посібник, а книга для вільного читання. Читач, на якого вона розрахована, повинен уже володіти певними знаннями з алгебри, хоча б нечітко засвоєними або напівзабутими. «Захоплююча алгебра» ставить собі за мету воскресити, уточ-

¹⁾ 1-е видання «Захоплюючої алгебри» вийшло у 1933 р. узагалі без передмови. Передмови автора до 2-го (1934 р.) і останнього 3-го (1937 р.) прижиттєвих видань по суті не відрізнялися одна від одної. Відмінності були такі.

У 3-му виданні у кінці 1-го абзацу методологічні засади книги уточнювалися порівнянням її з перекладеною уже на той час книгою Г. Радемахера і О. Тепліца «Числа і фігури» (1-е видання російською мовою вийшло у 1936 р.; пізніше в СРСР ця книга видавалася ще тричі — у 1938, 1962 та у 1966 рр.). Водночас, наголошуючи в обох передмовах, що «Захоплююча алгебра» «уникає важких теоретичних питань», автор чомусь у 3-му виданні вилучив цілком слушне уточнення: «вдаючись більше в ширину, ніж у глибину». У нашому виданні це уточнення відновлено.

У кінці передмови до 2-го видання автор вказує прізвища читачів, від яких він одержав «особливо цінні вказівки» стосовно недоліків 1-го видання — інженера М.Н. Жаркова з Москви та П.Б. Горцева з Ростова-на-Дону. Натомість, передмова до 3-го видання завершується характерніше для книг Перельмана — проханням автора до читачів надсилати зауваження на його домашню адресу (у 30-ті роки її знали тисячі шанувальників науки): Ленінград, вул. Плуталова 2, кв. 12.

У повоєнних виданнях «Захоплюючої алгебри» за ред. Д.А. Райкова, а потім В.Г. Болтянського спочатку друкувалася передмова автора до 3-го видання. Проте пізніше В.Г. Болтянський її суттєво скоротив, вилучивши порівняння з книгою «Числа і фігури», а також весь наступний за цим абзац про співвідношення зі шкільною програмою. В українському виданні 1973 р. ця «урізнана» передмова стала анотацією.



нити і закріпити ці розрізнені й нестійкі відомості, але головним чином — виховати в читача смак до занять алгеброю та запалити бажання самостійно заповнювати за навчальними книгами прогалини своєї підготовки. У цьому відношенні настанова «Захоплюючої алгебри» протилежна завданням такої, наприклад, книги, як чудова перекладна праця Г. Радемахера і О. Тепліца «Числа і фігури»¹⁾, котра не вимагає від читача «пам'ятати те, чому ми навчалися з математики у юні роки». Моя книга, навпаки, прагне допомогти закріпленню шкільних знань та навичок.

Аби надати предмету привабливості й підвищити до нього інтерес, я користуюся у книзі різноманітними засобами: задачами з незвичайними сюжетами, які збуджують цікавість, захоплюючими екскурсами у царину історії математики, неочікуваними застосуваннями алгебри у практичному житті і т. ін.

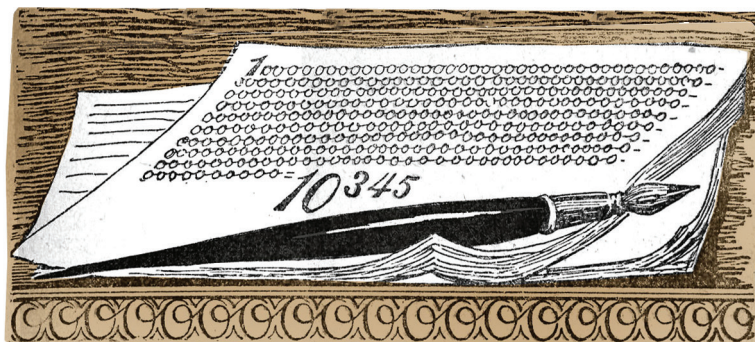
За об'ємом охоплюваного алгебраїчного матеріалу книга не виходить за межі середньої шкільної програми, стосуючись майже усіх її розділів. Відповідно до свого призначення, «Захоплююча алгебра» уникає важких теоретичних питань, вдаючись більше в ширину, ніж у глибину.

У другому виданні додані у різних місцях книги з півтора десятка нових сторінок та виправлені недогляди, помічені у першому.

У третьому виданні додано у різних місцях книги з десятків нових сторінок, а також виправлені недогляди, помічені у другому.

Я. П.

¹⁾ Видання Головної редакції науково-популярної та юнацької літератури, ОНТИ, 1936. (Прим. автора).
Ця книга видана у видавництві «Навчальна книга – Богдан» у 2010 р. (Прим. ред.).



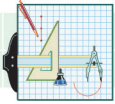
РОЗДІЛ ПЕРШИЙ

П'ЯТА МАТЕМАТИЧНА ДІЯ

П'ЯТА ДІЯ

Алгебру нерідко називають «арифметикою семи дій», якщо хочуть наголосити на тому, що до чотирьох загальновідомих математичних операцій вона долучає три нових: піднесення до степеня та дві обернені до нього дії. Це значно характерніше для алгебри, ніж застосування буквених позначень¹⁾. В історії математики ми знаємо твори, навіть цілу низку їх, які зовсім не містять буквених позначень, а все ж безсумнівно є підручниками з алгебри; до таких «риторичних» алгебр належить, наприклад, знаменитий підручник Фібоначчі (Леонардо

¹⁾ Це і наступне речення були вилучені редакторами з повоєнних видань.



Пізанського)¹⁾, що з'явився у 1202 р. і потім застосовувався ще упродовж трьох століть.

Наші алгебраїчні бесіди розпочнуться з «п'ятої дії» — з піднесення до степеня.

Чи викликана потреба у цій новій дії практичним життям? Безумовно. Ми дуже часто стикаємося з нею у реальній дійсності. Згадаймо про численні випадки обчислення площ і об'ємів, де зазвичай доводиться підносити числа до другого і третього степеня. Далі: сила всесвітнього тяжіння, електростатична та магнітна взаємодії, світло, звук — послаблюються пропорційно другому степеню відстані. Тривалість обертання планет довкола Сонця (та супутників довкола планет) пов'язана з відстанями від центра обертання також степеневою залежністю: другі степені періодів обертання відносяться між собою, як треті степені відстаней²⁾.

Не слід вважати, що практика зіштовхує нас тільки з другими й третіми степенями, а вищі показники існують лише у вправах з алгебраїчних задачників. Інженер, проводячи розрахунки на міцність, часто-густо має справу з четвертими степенями, а при інших обчисленнях (наприклад, діаметра паропроводу) — навіть із шостим степенем. Досліджуючи силу, з якою текуча вода несе каміння, гідротехнік натрапляє на залежність також шостого степеня: якщо швидкість течії в одній річці учетверо більша, ніж в іншій, то швидка річка здатна перекочувати по своєму річищі камені у 4^6 , тобто у 4 096 разів важчі, ніж повільна³⁾.

¹⁾ **Фібоначчі** (дослівно з італійської — син Баначчі), або **Леонардо Пізанський** (бл. 1170 – після 1228) — італійський математик, один із фундаторів нової європейської математики. Опанувавши арабську мову, відвідав декілька східних країн, вивчаючи скарби математики, а повернувшись на батьківщину, описав їх у трьох манускриптах, які мали визначний вплив на європейську науку. Основний із них, що з'явився у 1202 р., мав назву «Книга абака». Незважаючи на свою назву, у ньому йшлося не так про абак (тобто про пристрій, подібний на нашу рахівницю), як про загальні методи для проведення обчислень у новій для того-часної Європи позиційній (арабській) системі числення. Там була також викладена алгебра лінійних та квадратних рівнянь.

²⁾ Це так званий третій закон Кеплера.

³⁾ Детальніше про це див. у «Захоплюючій механіці» Я. І. Перельмана. (Прим. автора).

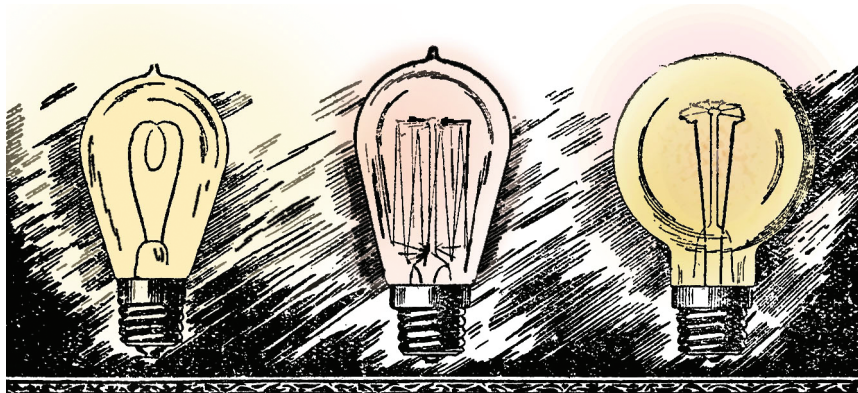
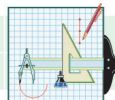
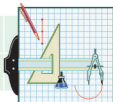


Рис. 1. Яскравість увімкненої електричної лампочки пропорційна 12-му степеню від температури її нитки розжарювання.

Зі ще вищими степенями ми стикаємося, вивчаючи залежність яскравості розжареного тіла — наприклад, нитки розжарення в електричній лампочці — від температури. Загальна яскравість зростає при білому розжаренні з дванадцятим степенем температури, а при червоному — з тридцятим степенем температури («абсолютної», тобто відліченої від мінус 273°). Це означає, що тіло, нагріте, наприклад, від $2\,000^{\circ}$ до $4\,000^{\circ}$ (абсолютних), тобто удвічі сильніше, стає яскравішим у 2^{12} , інакше кажучи, більше ніж у 4 000 разів (рис. 1). Про те, яке значення має ця своєрідна залежність у техніці виготовлення електричних лампочок, ми ще будемо вести мову в іншому місці, — так само, як і про застосування «п'ятої дії» у явищах природи.

АСТРОНОМІЧНІ ЧИСЛА

Ніхто, мабуть, не користується так широко п'ятою математичною дією, як астрономи. Дослідникам всесвіту на кожному кроці доводиться стикатися з величезними числами, які складаються з однієї-двох значущих цифр і довгої низки нулів. Зображення звичайним способом таких числових велетнів,



яких справедливо називають «астрономічними числами», неминуче призводило б до значних незручностей, особливо тоді, коли доводиться проводити з ними обчислення. Відстань, наприклад, до туманності Андромеди, записана звичайним способом, виражається таким числом кілометрів:

$$8\,500\,000\,000\,000\,000\,000^1).$$

При виконанні астрономічних обчислень доводиться до того ж часто виражати небесні відстані не у кілометрах або більших одиницях, а в сантиметрах. Наше число, подрібнене таким чином, подовжується 5-ма нулями:

$$850\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000.$$

Маси зірок виражаються ще більшими числами, особливо якщо їх подрібнювати, як того вимагається для багатьох розрахунків, на грами. Маса нашого Сонця у грамах дорівнює:

$$1\,900\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000.$$

Легко уявити собі, як важко було б проводити обчислення з такими громіздкими числами і як просто можна було б при цьому помилитися. Це при тому, що тут наведено ще далеко не найбільші астрономічні числа!

П'ята математична дія дає обчислювачам простий вихід із цього становища. Одиниця, яка супроводжується низкою нулів, є певним ступенем десяти:

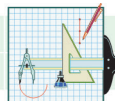
$$100 = 10^2, 1\,000 = 10^3, 10\,000 = 10^4 \text{ тощо.}$$

Тому наведені вище числові велетні можна записати у такому вигляді:

$$\begin{aligned} \text{перший} & \dots\dots\dots 85 \cdot 10^{22}, \\ \text{другий} & \dots\dots\dots 19 \cdot 10^{32}. \end{aligned}$$

Здійснюється це не тільки для економії місця, а й для полегшення розрахунків. Якби потрібно було, наприклад, обидва ці

¹⁾ За сучасними даними, ця відстань приблизно у 2,5 рази більша.



числа помножити, то достатньо було б знайти добуток $85 \cdot 19 = 1\,615$ і поставити його перед множитком $10^{22+32} = 10^{54}$:

$$85 \cdot 10^{22} \times 19 \cdot 10^{32} = 1\,615 \cdot 10^{54}.$$

Це, звичайно, значно зручніше, ніж виписувати спочатку число з 22-ма нулями, потім з 32-ма і, нарешті, з 54-ма нулями,— не тільки зручніше, а й надійніше, оскільки при написанні десятків нулів можна прогавити один-два нулі й одержати неправильний результат.

СКІЛЬКИ ВАЖИТЬ УСЕ ПОВІТРЯ?

Аби переконатися, наскільки полегшуються практичні обчислення при користуванні степеневим зображенням великих чисел, виконаємо такий розрахунок: визначимо, у скільки разів маса земної кулі більша від маси усього оточуючого її повітря.

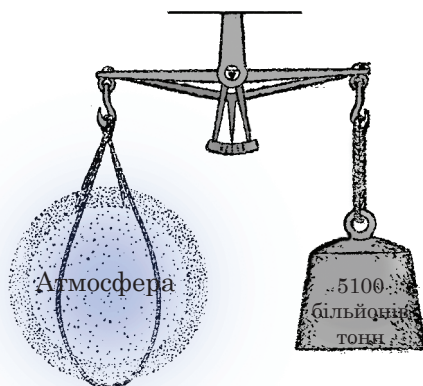
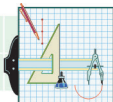


Рис. 2. «Зважуємо» повітря.

На кожний квадратний сантиметр земної поверхні повітря тисне, як ми знаємо, із силою близько одного кілограма. Це означає, що вага того стовпа атмосфери, який спирається на 1 кв. см, дорівнює 1 кг. Вся атмосферна оболонка Землі складе-



на з таких повітряних стовпів; їх стільки, скільки квадратних сантиметрів містить поверхня нашої планети; стільки ж кілограмів важить уся атмосфера. Зазирнувши у довідник, ми знаємо, що величина поверхні земної кулі дорівнює 510 млн. кв. км. У степеневому вираженні

$$510\,000\,000 = 51 \cdot 10^7 \text{ кв. км.}$$

Скільки ж квадратних сантиметрів у квадратному кілометрі? Розрахуємо. Лінійний кілометр містить 1 000 м, по 100 см у кожному, тобто $100\,000 = 10^5$ см, а квадратний кілометр — $(10^5)^2 = 10^{10}$ кв. см. Тому у всій поверхні земної кулі міститься

$$51 \cdot 10^7 \times 10^{10} = 51 \cdot 10^{17} \text{ кв. см.}$$

Стільки ж кілограмів важить і атмосфера Землі. Перевівши в тонни, одержимо:

$$51 \cdot 10^{17} : 1\,000 = 51 \cdot 10^{17} : 10^3 = 51 \cdot 10^{17-3} = 51 \cdot 10^{14}.$$

Маса ж земної кулі виражається числом

$$6 \cdot 10^{21} \text{ тонн.}$$

Аби визначити, у скільки разів наша планета важча від її повітряної оболонки, виконуємо ділення:

$$6 \cdot 10^{21} : (51 \cdot 10^{14}) \approx 10^6,$$

тобто маса атмосфери становить приблизно мільйонну частинку від маси земної кулі.

Навряд чи ви уникнули б помилки у кількості нулів, якби провели весь цей розрахунок з числами у звичайному записі, не кажучи вже про те, що витратили б на нього і більше часу¹⁾.

¹⁾ Починаючи із 6-го видання, останній абзац було вилучено.