

**Натисніть тут, щоб
купити книгу на сайті
або замовляйте за телефоном:
(0352) 51-97-97, (067) 350-18-70,
(066) 727-17-62**

ПОДВИЖНИКИ ОСВІТИ

І.Ф. Шаригін

ГЕОМЕТРІЯ ДЛЯ 21-ГО СТОЛІТТЯ

Книга для допитливих учнів
та вдумливих учителів

*Переклад, упорядкування
і загальна редакція
В.О. Тадеєва*



ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА — БОГДАН

УДК 514.1
Ш25

Шаригін І.Ф.

Ш25 Геометрія для 21-го століття. Книга для допитливих учнів та вдумливих учителів / І. Ф. Шаригін ; перекл., упоряд. і заг. редакція В.О. Тадеєва. — Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 2019. — 352 с. : іл. — (Серія «Подвижники освіти»).

ISBN 978-966-10-0392-6

Книга відомого діяча шкільної математичної освіти, автора численних збірників оригінальних задач, підручників і посібників для учнів та вчителів, активного пропагандиста поглибленого вивчення математики та олімпіадного руху серед школярів І.Ф. Шаригіна (1937–2004).

У першій частині книги подано добірку натхненних публіцистичних і методико-дидактичних статей автора, в яких увага читача привертається до особливої та нічим не замінної ролі геометрії в загальнокультурному, творчо-інтелектуальному та емоційно-естетичному розвитку людини. Обґрунтовуються численні конкретні рекомендації педагогам та керівникам освіти для покращення навчання геометрії в школі.

У другій частині подається збірник «500 геометричних задач», який репрезентує неупереджений і незамаскований оптимістичними агітками авторський вимірник справжніх стандартів шкільної геометричної підготовки за трьома навчальними рівнями — низький, середній і високий. До задач додані розв'язання та методичні коментарі. Відтак кожен учень може час від часу «приміряти» до себе цей стандарт і вносити відповідні корективи у свою підготовку, а кожен вчитель заміряти досягнуті результати навчання своїх учнів.

Книга для всіх, хто активно причетний до шкільної математики, тобто, як і написано у підзаголовку, — допитливих учнів та вдумливих учителів. Буде корисною для студентів педагогічних вишів фізико-математичного профілю, котрі вбачають у своїй майбутній професії високе покликання.

УДК 514.1

*Охороняється законом про авторське право.
Жодна частина цього видання не може бути відтворена
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

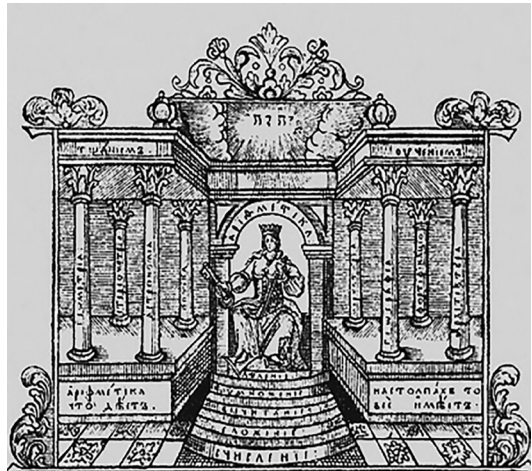
ISBN 978-966-10-5861-2 (серія)
ISBN 978-966-10-0392-6

© Шаригін Д.І., 2019
© Навчальна книга – Богдан,
виключна ліцензія на видання,
оригінал-макет, 2019

ПЕРЕДМОВА РЕДАКТОРА

1. Про що і для кого ця книга

У XVI – XVII ст. на фронтиспісах багатьох навчальних і наукових книг розміщувалися гравюри з алегоричним зображенням тієї науки, мистецтва або ремесла, яким присвячувалася книга. Алегорія створювалася зображенням музи-покровительки з відповідними інструментами, приладами, панорамами тощо. Особливо символічними й винахідливими були гравюри, на яких муза-покровителька науки тримала в руці ключ від знань, які в цій науці опановуються. Таким, наприклад, було відоме зображення з «Арифметики» Л.П. Магніцького 1703 р., створене за зразком аналогічної гравюри з німецького підручника Георга Беклера (1617–1687) для військових шкіл видання 1661 р.



Ліворуч. Фронтиспіс до «Нової військової арифметики» Георга Беклера (Нюрнберг, 1661 р.)
Праворуч. Війнетка до першої частини «Арифметики» Леонтія Магніцького (Москва, 1703 р.)

Багато чого змінилося відтоді у характері та способах нашого духовного життя, однак уявлення про особливі ключі від знань досі підтримують і надихають нас. У цій книзі зібрана добірка ключів від шкільної геометрії, створена одним із найавторитетніших спеціалістів ХХ ст. у цій галузі Ігорем Федоровичем Шаригінім (1937–2004). Цікаво, що ця метафора справді використовується автором в одній із поданих тут його фундаментальних методичних праць «Міркування про концепцію шкільної геометрії».

Змістовно книга складається із двох формально незалежних, однак ідейно тісно пов'язаних частин. У першій частині подані вибрані методологічні та дидактичні статті автора про шкільну геометрію, її значення в сучасній освіті та проблеми навчання. Другу частину обіймає збірник базових задач з геометрії (500 задач), що уособлює авторський стандарт для вимірювання навчальних досягнень школярів.

Допитливі школярі, принаймні на початках, цілком можуть зосередитися на 2-ій частині, хоча багато чого з 1-ої частини, зокрема, програмна стаття «Чи потрібна школі 21-го століття геометрія?», для них теж буде дуже цікавим.

Натомість для вдумливих учителів насамперед рекомендуємо першу частину, хоча й друга теж їм не раз прислужиться — як правдивий еталонний вимірник геометричного розвитку їхніх учнів або навіть як просто чудовий збірник оригінальних навчальних геометричних задач дещо підвищеного рівня.

Що найголовніше потрібно мати на увазі читачам обох категорій? — Це крайній максималізм автора і його фанатичну відданість геометрії. Зокрема, чимало із тих задач, котрі автор відносить до простих або опорних, насправді виявляться не такими вже й простими, і читачеві, у тому числі й досвідченому, не раз доведеться звертатися до вказівок та розв'язань (і це нормально!). Так само, багато з аргументів автора з приводу необхідності тих чи інших змін в освітній політиці або з приводу конкретних способів навчання математики змусять глибоко замислитись не одного вчителя та методиста. Але в тому-то й принадність і цінність цієї книги. Якщо ви хочете належати до геометричної еліти — у вивченні або у навчанні, — то читайте справжнього геометра! Тим більше, що такі тепер — надзвичайна рідкість: тепер серед численних авторів підручників і навчально-методичних матеріалів з геометрії справжніх геометрів майже не залишилось.

При всьому цьому читачеві методичних матеріалів потрібно зважати на деякі, сказати б, особливості авторської публіцистики. Вона значною мірою несе на собі відбиток тієї епохи, коли створювалася, а це — так звані буремні 1990-і. У математичній освіті, особливо в геометричній, на теренах колишнього СРСР це був період катастрофічного деградування однієї з кращих освітніх систем світу, і І.Ф. Шарігін, як один із провідників тієї системи, дуже глибоко це переживав. Тому він безжально таврує й висміює «нові віяння», сліпе схиляння перед «зарубіжним досвідом», невігластво нових чиновників від освіти та недолугість методичних новацій. У запалі цієї полеміки у нього часом прориваються й занадто суб'єктивні судження стосовно, власне, дидактичних аспектів. Наприклад, автор дуже низько оцінює освітнє значення векторно-координатного методу в геометрії, узагалі всієї обчислювальної геометрії, а тригонометрію навіть називає «кілером геометрії». Трохи дивує його принципове розмежування планіметрії й стереометрії, у першій з яких він убачає дієвий засіб для інтелектуально-інтуїтивного та естетичного розвитку, а в другій — лише засіб для розвитку просторової уяви і технічних застосувань. Важко беззастережно погодитися і з низькою оцінкою автором освітнього значення так званих основ геометрії і, навпаки, гіпертрофованим возвеличенням навчальних задач. Що вже казати про оцінки автором деяких гуманітарних аспектів, наприклад, усієї методики математики («Я не знаю, — пише він, — жодного відкриття, зробленого у цій науці»), значення шкільної геометрії для подальшої освіти («Для вищої математики вона зовсім не потрібна») тощо.

І все ж, навіть такі крайні погляди (часто вони істотно згладжуються або й зовсім нівелюються в інших публікаціях автора) мають свою цінність, оскільки по-своєму аргументуються і викликають жваву реакцію, бажання негайно вступити в дискусію, належно обґрунтувати свою власну позицію. Передбачаючи критику, автор в одній із поданих тут праць влучно (і як завжди дотепно) зауважує:

«Хтось, мабуть, скаже, що автор — людина «самих крайніх поглядів», а істина, як відомо, посередині. Але ж істина тому й посередині, що хтось — скраю, і будь-яка спроба крайнього переміститися у бік передбачуваного місцезнаходження істини може призвести до переміщення цієї самої середини».

2. Побіжний огляд змісту

І.Ф. Шаригін опублікував цілу низку статей, присвячених сучасним проблемам навчання школярів математики загалом і геометрії зокрема. Із них для цього збірника ми відібрали п'ять, на наш погляд, найяскравіших і найактуальніших для теперішнього часу.

Перша стаття: «Чи потрібна школі 21-го століття геометрія?» визначила назву всієї книги. Вона була підготовлена до 10-го Міжнародного конгресу з математичної освіти, що проходив у 2004 р. в Копенгагені, й опублікована у матеріалах конгресу¹). На жаль, автор не дожив кілька місяців до конгресу, і його доповідь представляв один із його ідейних послідовників — проф. В.Ю. Протасов. У цій статті автор переконливо обґрунтовує, що у новому, 21-у столітті геометрія в школі не тільки потрібна, а й життєво необхідна.

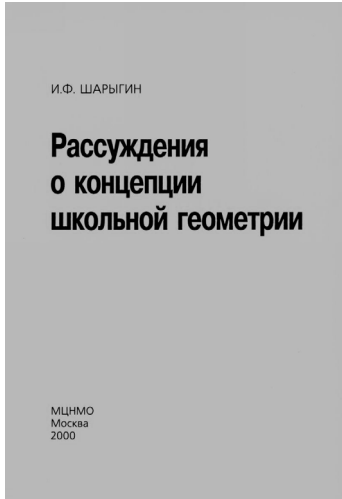
Друга стаття — «Чим завинили математики?» — це чи не єдиний відвертий аналіз конкретних провин усього математичного співтовариства, які призвели до теперішнього катастрофічного стану математичної освіти.

У назві третьої статті — «Реформа освіти: проти і contra (твір на незадану тему)» автор дотепно зіграв на поширеному латинському вислові pro і contra (за і проти), позначивши у такий спосіб, що він не тільки «проти», а й «радикально проти» тих реформ (і реформаторів) в освіті, свідком яких він став у 1990-х роках (слово «контра» в радянському минулому мало цілком певну конотацію). Незважаючи на те, що відтоді сплигло чимало часу, а проте й досі наші освітні реформи не позбулися багатьох із тих кричущих вад, які автор так безжально таврує: непрофесійність, недалекоглядність, корисливість, неповага до традицій і гонитва за «інноваціями».

Четвертою є велика праця (вона була публікувалася навіть окремою брошурою) «Міркування про концепцію шкільної геометрії». Ця праця містить ґрунтовний авторський аналіз глобальних цілей навчання геометрії у школі, її основних ідейних та змістових ліній, можливих типів навчальних курсів та ключових питань методики.

Найбільш конкретизованою є п'ята праця «Цілі, завдання і стандарти математичної освіти». Вона, зокрема, містить авторську програму з геометрії для базової і старшої (основної і профільної) школи,

¹) Sharygin I. F., Protasov V. Yu. Does the school of 21st century need geometry? / The 10th ICME, 4–11 July, 2004, Copenhagen, Denmark. — National Presentation: Russia, Juli 6, p. 167–176.



Брошура «Міркування про концепцію шкільної геометрії».
Видання 2000 року

а також вимоги до геометричної підготовки учнів у школі.

Перші чотири праці подаються з незначними скороченнями. Скорочення стосуються головним чином повторів у різних матеріалах. Опущені також кілька пасажів полемічного характеру або далеких від українського контексту. Усі ці вилучення жодним чином не впливають на зміст обговорюваних автором питань і на його аргументацію. Позначаються вони формою [...].

Другу частину книги, як уже зазначалося, займає збірник «500 геометричних задач», який репрезентує авторський вимірник стандартів шкільної геометричної підготовки.

Перше враження, яке з'явиться у багатьох читачів, котрі побачать прізвище І.Ф. Шаригіна на обкладинці книги,

асоціюватиметься у них з творчістю автора як геометричного «композитора», тобто творця унікальних геометричних задач. Ці задачі наповнили не один його збірник, вони щедро розсіпані у його підручниках, а найкоштовніші перлини пропонувалися на різноманітних конкурсах та олімпіадах. У додатку до другої частини книги вміщена стаття двох давніх колег і творчих однодумців І.Ф. Шаригіна — В.Ю. Протасова і В.М. Тихомирова, спеціально присвячена цій грані творчості автора. Ця стаття адресується головним чином «геометричним гурманам» та просунутим «олімпіадникам».

Усі портрети видатних учених і митців, згаданих у книзі, додані у порядку.

3. Коротко про автора

Тепер час сказати більше про автора книги¹⁾.

Як і в абсолютної більшості науковців, життя І.Ф. Шаригіна не позначилось ефектними «зовнішніми» подіями, головоломною кар'єрою, високими посадами тощо. Одразу після закінчення школи (зі срібною медаллю — а це була ще та медаль!) він у 1954 р. вступив на механіко-математичний факультет Московського університету ім. М.В. Ломоносова — головну тогочасну «кузню» радянської математичної науки. Після закінчення університету в 1959 р. — аспірантура, а потім викладацька робота у тому ж університеті.



Ліворуч: І.Ф. Шаригін — студент 1-го курсу мехмату (1954 р.). Праворуч: 1990-і роки

У 1965 р. І.Ф. Шаригін захистив кандидатську дисертацію з теорії функцій і наближень, окремі результати якої не покращені й досі. Однак у 1972 р. облишив роботу в університеті, головним чином через конфлікт з керівництвом кафедри: так з усією силою проявився його правдолюбний і бунтарський характер. До 1985 р. займався найрізноманітнішими видами навчання математики — від репети-

¹⁾ Основний фактаж нами взято із повідомлення «In Memorial: Igor F. Sharygin (1937–2004)» сина ученого — Г.І. Шаригіна, опублікованого у «Бюлетені Міжнародної комісії з математичної освіти»: *ICMI Bulletin*, 2004, No. 55, p. 67–68.

Докладніше про І.Ф. Шаригіна можна довідатися з його автобіографічних заміток і спогадів про нього найближчих друзів та послідовників, опублікованих у ювілейному збірнику: *Игорь Фёдорович Шарыгин. К 70-летию со дня рождения*/ Сост. А.А. Заславский, В.Ю. Протасов, Д.И. Шарыгин. — М.: Изд.-во МЦНМО, 2007. — 304 с.

торства до підготовки радянської команди до участі у Міжнародних математичних олімпіадах. Одночасно був одним з активних дописувачів до популярного фізико-математичного журналу для школярів «Квант». У 1982 і 1984 рр. у серії «Бібліотечка “Квант”» опублікував свої перші збірники задач: «Задачі з геометрії. Планіметрія» та «Задачі з геометрії. Стереометрія». Ці збірники одразу стали дуже відомими та авторитетними і були перекладені кількома мовами.



Найвідоміші збірники геометричних задач І.Ф. Шарігіна
(1982, 1984, 1989 і 1996 рр.)



Перші видання підручників І.Ф. Шарігіна з геометрії для загальноосвітньої школи
(1995, 1997 і 1999 рр.)

У 1985 р. І.Ф. Шаригін здобув офіційну посаду завідувача лабораторії «Геометрія» у Московському центрі неперервної математичної освіти. З того часу почався найбільш плідний у «друкованому вираженні» період його творчої біографії — з підготовки, видання і перевидання численних посібників і підручників для школярів та вчителів. Всього було видано близько 40 книг, серед яких особливе місце займають підручники з геометрії для 7–9 (планіметрія) та 10–11 (стереометрія) класів. Визнанням визначних заслуг І.Ф. Шаригіна стало обрання його на 1998–2002 рр. членом виконавчого комітету Міжнародної комісії з математичної освіти.

Незважаючи на величезні розчарування «ною» освітньою політикою, І.Ф. Шаригін до останніх днів невтомно продовжував справу всього свого життя — пропагування математики серед шкільної молоді і розвиток математичної освіти. У некролозі, опублікованому у тому самому журналі «Квант», для якого І.Ф. Шаригін написав близько трьох десятків першокласних статей, зазначалося: «Він був Лицарем у найвищому значенні цього слова, безстрашним і непохитним борцем, які відстоюють істину, схиляючись перед красою людської думки».

В.О. Тадеєв

ЧАСТИНА I

ФІЛОСОФІЯ І ПОЛІТИКА ШКІЛЬНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

**Вибрані методологічні, методичні та публіцистичні
статті і матеріали**

Історія людства пишеться у трьох книгах.
Це — історія ворожнечі, тобто історія воєн,
революцій, заколотів та бунтів; з цього
переважно складається історія держави.
Це — історія любові; її пише мистецтво.
І це — історія людської думки. Історія
геометрії не лише відображає історію розвитку
людської думки — геометрія здавна є одним
із найпотужніших двигунів, які рухають
цю думку

І.Ф. Шаригін

ЧИ ПОТРІБНА ШКОЛІ 21-го СТОЛІТТЯ ГЕОМЕТРІЯ?¹⁾

Ні тридцять років, ні тридцять століть
зовсім не впливають на ясність та красу
геометричних істин.

Льюїс Керролл

Той, хто не знає геометрії, не допуска-
ється.

*Напис над входом
до Академії Платона*

Вступ

Розвиваючи погляди Пуанкаре²⁾, висловлені ще на початку XX століття, і доводячи їх у певному сенсі до абсурду, Володимир Арнольд³⁾ уже наприкінці того століття сказав: «Математика — це частина фізики». Погоджуючись із цією формулою, я все ж таки хотів би її продовжити: «А фізика — це частина геометрії».

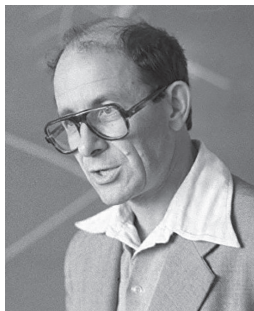
¹⁾ Стаття публікувалася у багатьох джерелах, серед яких: Сборник «Математическое просвещение». — 2004, № 8, с. 37–52; Игорь Фёдорович Шарьгин. К 70-летию со дня рождения /Сост. А.А. Заславский, В.Ю. Протасов, Д.И. Шарьгин. — М.: МЦНМО, 2007, с. 72–88. — *Прим. ред.*

²⁾ Анрі **Пуанкаре** (1854–1912) — видатний французький математик, фізик і філософ. На відміну від так званих «класиків», Пуанкаре вважав, що глибинною основою математичних досліджень є не логіка і не формалізація, а інтуїція, яка має фізичні корені. — *Прим. ред.*

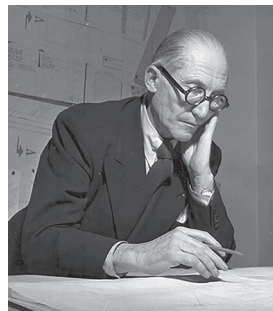
³⁾ Володимир Ігорович **Арнольд** (1937–2010) — радянсько-російський математик, один із найвідоміших математиків кінця XX — початку XXI ст. Був давнім і близьким за духом приятелем І.Ф. Шарьгіна. У цій книзі міститься не одне посилання на нього. — *Прим. ред.*



Анрі Пуанкаре



Володимир Арнольд



Ле Корбюзьє

І знову повернімося до початку минулого століття. Великий французький архітектор ХХ століття Ле Корбюзьє якимось вигукнув: «Усе навкруги геометрія!». А сьогодні, вже на початку ХХІ століття, ми можемо повторити цей вигук зі ще більшим подивом. Справді, погляньте довкола — всюди геометрія! Сучасні будівлі й космічні станції, авіалайнери й підводні човни, інтер'єри квартир і побутова техніка, мікросхеми і навіть рекламні ролики. Воістину, сучасна цивілізація — це Цивілізація Геометрії.

Геометричні знання й уміння, геометрична культура й геометричний розвиток сьогодні професійно важливі для багатьох сучасних спеціальностей: для дизайнерів і конструкторів, для робітників та науковців. І вже цього достатньо, аби відповісти на запитання: «Чи потрібна у 21-му столітті геометрія в школі?» Попри те сьогодні ми виразно чуємо голоси, які закликають якщо й не зовсім вилучити геометрію зі шкільних програм, то, принаймні, значно скоротити програму із цього предмета. До того ж ці голоси лунають і від людей, які зараховують себе (гадаю, через непорозуміння) до професійного математичного співтовариства. Парадоксально, що найістотнішого скорочення зазнають програми із просторової геометрії, тобто із найбільш практично важливого на сьогодні розділу. (Стереометрія повністю вилучена з міжнародних математичних олімпіад.) І якщо де-юре геометрія поки що зберігається у нашій школі¹⁾, то де-факто вона майже зникла. А ознайомлення з матеріалами для зовнішнього оцінювання змушує нас прибрати це «майже». І взагалі, система тесту-

¹⁾ Тут і далі в аналогічних випадках автор, звісно, мав на увазі російську школу початку 2000-х років. Проте його критичні зауваження й висновки все ще значною мірою стосуються й української школи. — *Прим. ред.*

вання несумісна з геометрією. Тому доводиться детально відповідати на запитання, навіщо потрібна шкільна геометрія?

Про освіту та устрій світу¹⁾

Говорячи про цілі, які реалізуються при вивченні того чи іншого предмета, ми повинні виходити із загальних цілей системи освіти. А головними з них є дві: відтворення існуючої в країні соціальної системи та її розвиток. І залежно від рівня розвитку країни і навіть просто від якості життя основної маси населення провідною метою є або перша, або друга. Зрозуміло, що в цьому місці розходяться головні цілі освіти для країн із високим рівнем розвитку і країн відстаючих. Простіше кажучи, — для багатих і бідних країн. Зрозуміло також, що копіювання малорозвиненими країнами систем освіти високорозвинених призведе до збереження існуючої ієрархії між країнами, а отже, стратегічно корисне саме країнам з найвищим рівнем розвитку.

Глобалізація економіки, створення єдиної загальносвітової ринкової системи призвело до різкої поляризації у світовій цивілізації. Внаслідок значної різниці потенціалів між полюсами виникли потужні потоки. Від одного полюса до іншого течуть ресурси усіх видів: природні, людські, інтелектуальні, а назад спрямовується готова продукція та керуючі сигнали. При цьому «додана вартість» повністю залишається на одному з полюсів, збільшуючи цю різницю потенціалів. Проте загальносвітовий освітній ландшафт не зовсім відповідає ландшафту економічному. Та й система освіти погано піддається ринковому управлінню. Тому в цьому приховуються певні загрози для існуючої ієрархії світу.

Що ж до власної геометрії, то потрібно зауважити, що вона є дуже потужним засобом для розвитку особистості у найширшому діапазоні. Можливо, саме з цієї причини у країнах, де якість життя більшої частини населення висока, геометрія зазвичай вивчається на дуже низькому рівні. Адже геометрія розвиває такі властивості особистості (вона сприяє творчому розвитку, моральному вихованню, незалежності суджень і поведінки), які дуже привабливі із загальнолюд-

¹⁾ У російській назві «Об образовании и устройстве мира» для слова «образование», окрім значення «освіта», існує ще й значення «утворення». З цього приводу автор в оригінальній публікації зазначає: «Двозначність у заголовку зовсім не випадкова». — *Прим. ред.*

ських позицій, однак при широкому їхньому поширенні загрозові для стабільності окремо взятого навіть процвітаючого співтовариства (страшно подумати, що трапиться, якщо до влади придуть творчо мислячі і високоморальні люди!).

Навіть серед дисциплін математичного циклу геометрія виділяється своєю вільнодумністю, якимсь особливим волелюбним характером, небажанням підкорятися стандартам, нормам, алгоритмам і навіть логіці. Тому можна зрозуміти прагнення керівників різних мастей і рангів обмежити програми з геометрії, звужити простір її навчальних цілей. (Згадайте тезу: «Метою навчання геометрії є логічний розвиток учнів».)

А з іншого боку, сама освіта є елементом ринку. І при розумному підході країни, які не дуже успішні в економіці, але мають добру систему освіти, можуть використати її елементи на зовнішньому ринку і цим допомогти собі економічно. В умовах тієї ж глобалізації наша країна могла б виступати не лише постачальником сировини для багатих країн, а й надавати послуги з розвитку математичної освіти. Наша математична освіта поки що котується в світі. І можливо, що саме шкільна геометрія могла б тут зіграти провідну роль. Останнім часом увагу учених-математиків та фахівців у галузі математичної освіти дедалі більше привертає елементарна геометрія. І тут, на мій погляд, лідерство нашої країни найбільш помітне... Я переконаний, що в царині навчання геометрії ми займаємо провідне становище. Нам є що запропонувати світу. Поки що є.

Обидві зазначені обставини — невідповідність устрою світової системи освіти економічному устрою світу та її ринкові можливості — визначають прагнення єдиної на сьогодні супердержави взяти під контроль загальносвітову систему освіти. У першу чергу математичної, адже саме математична освіта, яка інтернаціональна у своїй основі (має «ртутний» характер), здійснює найбільший вплив на розвиток земної цивілізації. І тому не потрібно дивуватися з того, що все керівництво у різних міжнародних структурах, які займаються проблемами математичної освіти, опинилося в руках представників цієї самої супердержави, в якій, на загальну думку, математична освіта чи не найгірша у світі. На цьому всесвітньому освітньому ринку діють звичайні ринкові механізми. Сильніші й багатші не пускають на нього слабших і бідних, незважаючи на те, що у тих і якість продукту вища, і ціна нижча. А засобами сильні, як завжди, не гребують. [...]

Виховання геометрією

Метою вивчення геометрії, звичайно, є знання. Однак потрібно визнати, що ця мета другорядна, оскільки ні практичне життя людини, ні навіть наукова діяльність не потребує більшості шкільних геометричних знань. Важливіше, що геометрія є феноменом загальнолюдської культури. Деякі геометричні теореми належать до найдавніших пам'яток світової культури. Людина не може по-справжньому розвинути культурно й духовно, якщо вона не вивчала у школі геометрію; геометрія виникла не тільки з практичних, а й з духовних потреб людини.

Історія людства пишеться у трьох книгах. Це — історія ворожнечі, тобто історія воєн, революцій, заколотів та бунтів; із цього переважно складається історія держави. Це — історія любові; її пише мистецтво. І це — історія людської думки. Історія геометрії не лише відображає історію розвитку людської думки — геометрія здавна є одним із найпотужніших двигунів, які рухають цю думку. Теорія конічних перерізів, яка виникла кілька тисячоліть тому, поповнена відкритими Кеплером законами, вимостила дорогу людству в космос. (Це, до слова, про прикладне й практичне значення геометрії).

Геометрія, як, зрештою, і математика в цілому, є дуже дієвим засобом для морального виховання людини. У романі «Війна і мир», характеризуючи старшого князя Болконського — Миколая, Л.М. Толстой пише: «Він говорив, що є тільки два джерела для людських вад: неробство й забобони, і що є тільки дві добродієвності: діяльність та розум. Він сам займався вихованням своєї доньки і, щоб розвинути в неї обидві найважливіші добродієвності, давав їй уроки з алгебри та геометрії і розподілив усе її життя у безперервних заняттях».

Науковою й моральною основою курсу геометрії є принцип доказовості усіх тверджень. І це — єдиний шкільний предмет, навіть серед предметів математичного циклу, який повністю заснований на послідовному виведенні усіх тверджень. Людьми, котрі розуміють, що таке доведення, важко і навіть неможливо маніпулювати. Тим часом як влада ніколи не утрудняє себе доведеннями. (Звідси порада тим, хто хоче стати політиком і йти у владу: не займайтесь геометрією!)