

БІБЛІОТЕЧКА ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНОЇ ШКОЛИ

**О.Ф. Новак**

**І.В. Трошин**

**СВІТ СИМЕТРІЇ**

---

**СВІТ СНІЖЕЦЬКІ**



ТЕРНОПІЛЬ  
НАВЧАЛЬНА КНИГА — БОГДАН

ББК 22.1  
Н72

*Серію «Бібліотечка фізико-математичної школи» засновано 2010 року*

**Новак О.Ф., Трошин І.В.**

Н72 Світ симетрії. — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2012. — 208 с.: іл. (Бібліотечка фізико-математичної школи).  
**ISBN 978-966-10-1961-3**

У книзі розглядаються, переважно у доступній формі, основні ідеї математичної та фізичної симетрій, що лежать в основі сучасного наукового світорозуміння.

Теоретичні положення проілюстровано багатьма прикладами, задачами та рисунками з природи.

Книга викличе інтерес у широкого кола читачів, зокрема учнів старших класів, учителів і методистів середніх загальноосвітніх шкіл та студентів і викладачів вищих навчальних закладів фізико-математичного й природничого профілів.

ББК 22.1

*Охороняється законом про авторське право.  
Жодна частина цього видання не може бути використана  
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

ISBN 978-966-10-0742-9 (серія)  
ISBN 978-966-10-1961-3

© Навчальна книга — Богдан,  
майнові права, 2012

## Передмова

Пропонована книга стосується симетрії — одного з широкомасштабних провідних принципів сучасного природознавства. Розуміння симетрії як загальної закономірності природи, методу її пізнання дає поштовх до науково-технічного прогресу і є його каталізатором.

Зміст книги розширить наукове розуміння учнями природи і ролі методів у пізнанні світу, посприє глибшому засвоєнню матеріалу з фізики й математики, особливо тих розділів, що пов'язані з симетрією. Учні вчитимуться знаходити зв'язок між явищами, передбачати їхній перебіг, керувати ходом перетворень у теоретичному аналізі та узагальненнях.

Перевага скрізь надається симетрії фізико-природничого циклу шкільних предметів, бо математична симетрія у сучасній науково-методичній літературі опрацьована повніше. Хоча і математичній симетрії також приділено належну увагу.

Книга містить чотири розділи. У першому розділі представлена сукупність типових рис та ідей, що характеризують симетрію як науку, застосування її у математиці (переважно в геометрії). Також розглядається низка задач з фізики та біології, розв'язання яких пов'язані з геометричною симетрією. Другий розділ демонструє визначальну роль і можливості симетрії у складних теоретичних дослідженнях, зокрема, в теорії відносності та електродинаміці. Третій — приурочений принципам часу–простору макросвіту. Цей матеріал у середніх загальноосвітніх школах може використовуватися здебільшого вибірково, оскільки частково вимагає знань математики, що виходять за межі шкільних програм. Тут розкривається глибокий внутрішній зв'язок між властивостями простору і часу та законами збереження механіки, законами динаміки і руху планет. Зміст розділу складе інтерес для учителів, студентів і викладачів вищих навчальних закладів. Четвертий розділ присвячений проблемам симетрії мікросвіту.

Більшість теоретичних положень симетрії проілюстровано численними задачами з фізики, математики, астрономії, хімії і навіть біології, а також багатьма рисунками, що унаочнюють і роблять доступними складніші поняття і теорії. В кінці кожного розділу дано серію задач і якісно-теоретичних запитань, розв'язання яких розширює і закріплює розуміння теорії читачем. Фігурування великої кількості задач — відмінна ознака книги, її характерна риса. Складніші й типовіші з них розв'язані в тексті книги, а простіші рекомендуються для самостійного розв'язання. До всіх задач даються відповіді, а часто — вказівки й розв'язки. Основна увага скрізь приділяється принципovým питанням, пов'язаним із застосуванням законів симетрії. Більшість задач оригінальні, складені авторами, інша частина взята з різноманітних видань. Частину їх можна розв'язувати усно.

Автори свідомо не захоплюються надміру математичним трактуванням законів симетрії, наближаючи зміст книги до рівня середньоосвітніх шкіл. У більшості задач відсутні громіздкі числові дані, які поступаються логіці мислення, що впливає із симетрії. Автори також обходять ті теоретичні та методичні питання, які на сьогодні в науці мають незавершений дискусивний характер.

Варто учнів ознайомлювати з основними принципами симетрії, особливо у процесі вивчення фізики. Це дасть можливість їм глибше і ширше сприймати і усвідомлювати фізичні закони і явища, формулювати уявлення про перехід у певному порядку від вищого до нижчого елементів цілого, розташування його частин. Чіткі уявлення про симетрію сприяють гуманітаризації шкільного навчання.

Учнів, передусім, доцільно знайомити з такими структурними елементами симетрії, як інваріантність, група перетворень і група симетрій: геометричні, динамічні, глобальні і місцеві. Вони тоді усвідомленіше розумітимуть прояви симетрії у змісті фізики. Симетрія — одна з методологічних ідей, які об'єднують воедино всі науки про природу.

Уявлення про симетрію бажано вводити в зміст контрольних робіт і усних запитань при повторенні та закріпленні навчального матеріалу.

Вивчення питань симетрії дозволить учням досягнути ієрархії в побудові фізичних знань, роль симетрії в уніфікації наукової теорії і методу у вивченні мікросвіту. Ці ідеї формулюють в учнів сучасну картину світу.

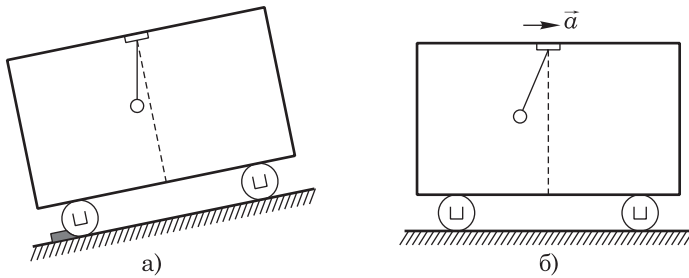


Рис. 111

*Відповідь.* Ні, бо сили тяжіння і сили інерції еквівалентні.

1. Які ще існують особливості сил інерції  $\vec{f}_i$ , крім уже розглянутих у запитаннях 4 і 5?

*Відповідь.* Сили  $\vec{f}_i$  діють лише в НeICB, в кожній системі відліку вони завжди є зовнішніми силами.

### Задачі і запитання до розділу II

1. Чому з часом мутніє скло або зацукровується варення?
2. Мокра білизна на морозі швидко сохне. Яка причина?
3. Хімічну формулу метилового спирту записують так:  $\text{CH}_3\text{OH}$ . Чому не  $\text{CH}_4\text{O}$ ?
4. На рис. 112 подано графік залежності потенціальної енергії  $E$  частинки від міжатомної відстані  $r$ . Де перебуватиме частинка, якій відповідає відстань  $r = r_0$ .
5. Записати, чому дорівнює об'єм елементарної комірки в кристалах: а) кубічної сингонії; б) гексагональної сингонії.
6. Виразити відстань  $d$  між сусідніми атомами через параметр  $a$  в кубічній решітці у випадках: а) об'ємно-центрованої решітки; б) гранецентрованої решітки.
7. Скільки атомів припадає на одну елементарну комірку: а) примітивної (найпростішої) решітки кубічної сингонії; б) об'ємно-центрованої решітки ромбічної сингонії; в) гранецентрованої

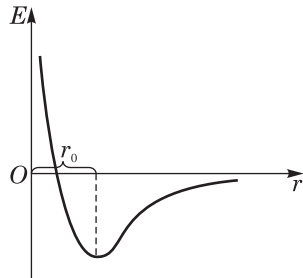


Рис. 112

решітки кубічної сингонії; г) гексагональної структури з ущільненою упаковкою?

8. Записати формулу числа  $z$  елементарних комірок у одному молі кристала, якщо число однакових атомів у хімічній формулі сполуки дорівнює  $k$  (для NaCl число  $k = 1$ ), а число однакових атомів у елементарній комірці становить  $n$ .
9. Маса моля кристалічної речовини дорівнює  $\mu$ , а густина речовини становить  $\rho$ . Чому дорівнює число  $z$  елементарних комірок в одиниці об'єму цього кристала, якщо величини  $k$ ,  $n$  (див. попередню задачу) відомі.
10. Записати формулу параметра  $a$  кубічної комірки, якщо молярна маса і густина речовини кристала відповідно дорівнюють  $\mu$  і  $\rho$ . Параметри  $k$ ,  $n$  відомі.
11. Знайти об'єм  $V$  комірки кобальту (гексагональна структура зі щільною упаковкою). Густина кобальту  $\rho = 8,7 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.
12. Скільки елементарних комірок містить золота пластинка масою  $m = 10$  г? Решітка золота — гранецентрована кубічна.
13. Визначити число елементарних комірок в одному молі кристалічної речовини, решітка якої об'ємно-центрована кубічної сингонії.
14. У якого хімічного елемента об'ємно-центрованої кубічної сингонії параметр  $d = 0,304$  нм, якщо густина кристала  $\rho = 534$  кг/м<sup>3</sup>? У вашому розпорядженні періодична система хімічних елементів Д. І. Менделєєва.
15. Густина хлористого срібла (AgCl)  $\rho = 5,56 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Скільки молекул  $z_1$  та атомів  $z_2$  містить один моль AgCl? Скільки атомів  $z_3$  містить 1 м<sup>3</sup> AgCl? Яка відстань  $d$  між сусідніми атомами?
16. Чому дорівнює число найближчих сусідів у кожній частинки (антураж) таких типів решіток: а) хлористого цезію CsCl (рис. 113); б) кам'яної солі NaCl (рис. 80); в) цинкової обманки ZnS (рис. 114).
17. Визначити висоту  $h$  сферичного сегмента (рис. 115) при щільній упаковці куль з радіусом  $r$ . Чому величина  $2r - h$  не збігається з довжиною вектора  $\vec{c}$ , що дорівнює  $\sqrt{\frac{8}{3}}a$  (реальний кристал), де  $a$  — параметр гексагональної решітки?

## Деякі елементарні частинки

Клас частинки		Назва частинки та античастинки	Позначення	Зарядове число $Q$ (в одиницях $e$ )	Маса $m$ , МеВ	Середній час життя $T_c$	Спін (в одиницях $\hbar$ ) та парність $j^p$	
Фотони		Фотон, $\gamma$ -квант	$\gamma$	0	0	стабільний	1	
Лептони		<i>Нейтрино</i> електронне нейтрино	$\nu_e$	0	$m_{\text{теор}} = 0$	стабільні	1/2	
		антинейтрино	$\bar{\nu}_e$	0	$m_{\text{експ}} < 9 \cdot 10^{-5}$	стабільні	1/2	
		мюонне нейтрино	$\nu_\mu$	0	$m_{\text{експ}} < 0,52$	стабільні	1/2	
		антинейтрино	$\bar{\nu}_\mu$	0				
		таонне нейтрино	$\nu_\tau$	0	$< 250$	стабільні		
		антинейтрино	$\bar{\nu}_\tau$	0				
		<i>Електрони</i> електрон, позитрон	$e^- e^+$	-1 +1	0,511	стабільні	1/2 <sup>+-</sup>	
Адрони		Мезони						
		<i>Піони</i> $\pi^+$ -мезон, $\pi^-$ -мезон		$\pi^+ \pi^-$	+1 -1	140	$2,6 \cdot 10^{-8}$	0
		$\pi^0$ -мезон		$\pi^0$	0	135	$0,83 \cdot 10^{-16}$	0
		<i>Каони</i> $K^+$ -мезон, $K^-$ -мезон		$K^+ K^-$	+1 -1	497	$1,24 \cdot 10^{-8}$	0
$K^0$ -мезон, анти $K^0$ -мезон		$K^0 \bar{K}^0$	0 0	498	$K^0_3 (\rightarrow 2\pi^0) 0,9 \cdot 10^{-10}$ $K^0_2 (\rightarrow 2\pi^+\pi^-) 5,6 \cdot 10^{-8}$	0		
ета-мезон		$\eta^0$	0	549	$0,7 \cdot 10^{-18}$	0		
Баріони		<i>Нуклони</i> протон, антипротон нейтрон, антинейтрон		$p \bar{p}$ $n \bar{n}$	+1 -1 0 0	938,3 940	$> 10^{32}$ р. $925 \pm 11$	1/2 <sup>+-</sup> 1/2
		<i>Гіперони</i> лямбда-гіперон		$\Lambda \bar{\Lambda}^0$	0 0	1116	$2,63 \cdot 10^{-10}$	1/2 <sup>+</sup>
		сігма-плюс-гіперон		$\Sigma^+ \bar{\Sigma}^-$	+1 1	1189	$0,8 \cdot 10^{-10}$	1/2 <sup>+</sup>
		сігма-нуль-гіперон		$\Sigma^0 \bar{\Sigma}^0$	0 0	1193	$5 \cdot 10^{-20}$	1/2 <sup>+</sup>
		сігма-мінус-гіперон		$\Sigma^- \bar{\Sigma}^+$	1 +1	1197	$1,48 \cdot 10^{-10}$	1/2 <sup>+</sup>
		ксі-нуль-гіперон		$\Xi^0 \bar{\Xi}^0$	0 0	1315	$2,9 \cdot 10^{-10}$	1/2 <sup>+-</sup>
		ксі-мінус-гіперон		$\Xi^- \bar{\Xi}^+$	-1 +1	1321	$1,64 \cdot 10^{-10}$	1/2 <sup>+-</sup>
		омега-мінус-гіперон		$\Omega^- \bar{\Omega}^+$	-1 +1	1672	$0,8 \cdot 10^{-10}$	3/2 <sup>+</sup>

Таблиця 2

## та їхні властивості

Баріонний заряд $B$	Дивність $S$	Електронний лептонний заряд $L_e$	Мюонний лептонний заряд $L_\mu$	Таонний лептонний заряд $L_\tau$	Ізоспін $I$	Третя проекція ізоспіну $I_3$	Гіперзаряд $Y$	Кварковий склад
0	0	0	0	0			0	
0		+1	0	0				
0		-1	0	0				
0		0	+1	0				
0		0	-1	0				
0		0	0	+1				
0		0	0	-1				
00		+1 -1	00	00				
00		00	+1 -1	00				
00		00	00	+1 -1				
00	00	00	00	00	1	+1 -1	0	$u\bar{d} \quad u\bar{d}$
0	0	0	0	0	1	0	0	$u\bar{u} \quad d\bar{d}$
00	+1 -1	00	00	00	1/2	+1/2 -1/2	+1 -1	$u\bar{s} \quad \bar{u}s$
00	+1 -1	00	00	00	1/2	-1/2 +1/2	+1 -1	$d\bar{s}$
0	0	0	0	0	0	0	0	$u\bar{u}, d\bar{d}$ $ss$
+1 -1	00	00	00	00	1/2	+1/2 -1/2	+1 -1	$uud$
+1 -1	00	00	00	00	1/2	-1/2 +1/2	+1 -1	$udd$
+1 -1	-1 +1	00	00	00	0	00	00	$uds$
+1 -1	-1 +1	00	00	00	1	+1 -1	00	$uus$
+1 -1	-1 +1	00	00	00	1	00	00	$uds$
+1 -1	-1 +1	00	00	00	1	-1 +1	00	$dds$
+1 -1	-2 +2	00	00	00	1/2	+1/2 -1/2	-1 +1	$uss$
+1 -1	-2 +2	00	00	00	1/2	-1/2 +1/2	-1 +1	$dss$
+1 -1	-3 +3	00	00	00	0	00	-2 +2	$sss$



# Зміст

<b>Передмова</b> .....	<b>3</b>
<b>Розділ I. Симетрія положень, форм і структур</b> .....	<b>6</b>
Загальні положення .....	6
Роль симетрії у науковому пізнанні світу .....	7
Єдність симетрії і асиметрії .....	9
Математика — мова науки про природу .....	10
Симетрія в математиці (геометрії) .....	12
Дзеркальна (білатеріальна) симетрія .....	14
Енантіоморфи .....	15
Симетрія відносно прямої і площини .....	16
Дзеркальна симетрія у фізиці .....	20
Поворотна симетрія .....	21
Правила симетрії .....	24
Переносна симетрія (трансляційна симетрія) .....	27
Дзеркально-поворотна і ковзна симетрії .....	29
Гвинтовий рух. Гвинтові структури .....	30
Молекула ДНК — молекула життя .....	32
Рух площини і простору .....	35
Перетворення подібності .....	36
Гомотетія і подібність у просторі .....	38
Подібність геометричних фігур .....	39
1. Подібність трикутників .....	40
2. Подібність багатокутників .....	41
3. Подібність багатогранників .....	43
4. Подібність фігур довільного виду .....	45
Самоподібність .....	45
Фрактали .....	46
Симетрія подібності в природі і техніці .....	49
Метод аналогій .....	51
Симетрія в мистецькій творчості .....	52
Графіки деяких елементарних функцій .....	53
Задачі і запитання до розділу I .....	58

Відповіді до задач і запитань розділу I та вказівки до їхнього розв'язання .....	65
<b>Розділ II. Фізичний світ і симетрія .....</b>	<b>70</b>
Симетрія навколо нас .....	70
Світ кристалів .....	71
Типи кристалічних решіток .....	74
Фізичні типи кристалічних решіток .....	76
Допустимі порядки симетрії у кристалах .....	78
Ще деякі кристалохімічні і фізичні закономірності кристалів .....	80
Форма і ріст кристалів .....	81
Симетрія і магнетизм .....	82
Симетрія світлового променя .....	84
Симетрія у світі атомів .....	85
Ліво-права асиметрія молекул і жива матерія .....	88
Застосування ідей симетрії до фізичних явищ і проблем .....	89
Симетрія напрямів. Вплив симетрії на електропровідність кристалів .....	91
Простір і час та системи відліку .....	95
Симетрія і спеціальний принцип відносності .....	96
Інваріантність інтервалу .....	100
Короткі відомості про загальну теорію відносності (ЗТВ) .....	102
Експериментальне підтвердження пропорційності інертної та гравітаційної мас .....	105
Задачі і запитання до розділу II .....	111
Відповіді до задач і запитань розділу II та вказівки до їхнього розв'язання .....	118
<b>Розділ III. Закони механіки і просторово-часова симетрія .....</b>	<b>124</b>
Вступні зауваження .....	124
Однорідність простору–часу та ізотропність простору .....	125
Доведення законів збереження механіки на тлі ідей просторово-часової симетрії .....	126
Реальні підтвердження властивостей симетрії простору–часу .....	130
Інша точка зору на проблему симетрії простору–часу .....	132

Наближена єдність симетричних властивостей простору–часу .....	133
Закони динаміки на основі уявлень про симетрію простору і закон збереження імпульсу .....	134
Зв'язок однорідності простору та часу із законом збереження імпульсу на підставі принципу Гамільтона .....	136
Закони небесної механіки і принципи інваріантності .....	139
Інваріантність закону всесвітнього тяжіння .....	142
Короткі підсумки .....	145
Задачі і запитання до розділу III .....	147
Відповіді до задач і запитань розділу III та вказівки до їхнього розв'язання .....	150

#### **Розділ IV. Світ елементарних частинок у поняттях симетрії .... 154**

Вступні відомості .....	154
Взаємоперетворення елементарних частинок .....	157
Типи взаємодій елементарних частинок .....	158
Закони збереження у мікросвіті .....	161
Закон збереження баріонного заряду .....	162
Закон збереження дивності .....	163
Закон збереження лептонного заряду .....	164
Закон збереження ізотопічного спіну (ізотопічна симетрія) ...	165
Симетрії елементарних процесів .....	167
Збереження електричного заряду (симетрія зарядового спряження) .....	168
СРТ-теорема .....	169
Порушення дзеркальної і зарядової симетрій у процесах розпаду .....	171
Античастинки і симетрія .....	174
Невідомі симетрії .....	177
Систематика елементарних частинок .....	178
Унітарна симетрія .....	180
Кварк-лептонна симетрія .....	183
Зачаровані частинки .....	184
Задачі і запитання до розділу IV .....	189
Відповіді до задач і запитань розділу IV та вказівки до їхнього розв'язання .....	193

**Завершальний підсумок ..... 196**

**Рекомендована література ..... 197**

Розділ I ..... 197

Розділ II ..... 198

Розділ III ..... 199

Розділ IV ..... 200

**Додатки ..... 201**

*Таблиця 1.* Кварки ..... 201

*Таблиця 2.* Деякі елементарні частинки та їхні властивості ... 202



*Навчальне видання*

НОВАК Олексій Федорович  
ТРОШИН Ігор Володимирович

## СВІТ СИМЕТРІЇ

Головний редактор *Богдан Будний*

Редактор *Володимир Дячун*

Художник обкладинки *Ростислав Крамар*

Комп'ютерна верстка та графіка *Андрія Кравчука*

Комп'ютерний набір *Олексія Ігоровича Новака*

Підписано до друку 6.06.2012. Формат 60×84/16. Папір офсетний.

Гарнітура Century Schoolbook. Друк офсетний.

Умовн. друк. арк. 12,09. Умовн. фарбо-відб. 12,09.

[В. 1].

Видавництво «Навчальна книга – Богдан»

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців

ДК №370 від 21.03.2001 р.

Навчальна книга – Богдан, а/с 529, просп. С. Бандери, 34а, м. Тернопіль, 46008

тел./факс (0352) 52-19-66; 52-06-07; 52-05-48

E-mail: publishing@budny.te.ua, office@bohdan-books.com

www.bohdan-books.com

ISBN 978-966-10-1961-3

