

Алгебра

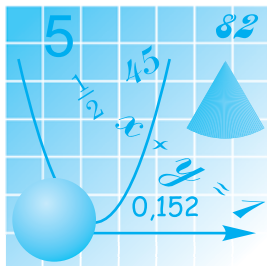
Ю.І. Мальований

Г.М. Литвиненко

Г.М. Бойко

АЛГЕБРА

Підручник для 7 класу
загальноосвітніх
навчальних закладів



ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА — БОГДАН
2015

УДК 512(075.3)
ББК 22.14я72
М21

Рецензенти:

доцент кафедри математики і методики викладання математики
Тернопільського національного педагогічного університету ім. В. Гнатюка
В.Д. Галан,
вчитель математики Червоноградської ЗОШ № 11, вчитель-методист
О.Г. Ланій

Мальований Ю.І.

М21 Алгебра : підручник для 7 кл. загальноосвітн. навч. закл. / Ю.І. Мальований, Г.М. Литвиненко, Г.М. Бойко. — Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 2015. — 256 с : іл. + 1 електрон. опт. диск (CD). — Електрон. версія. — Режим доступу: <http://www.bohdan-digital.com/edu>.

ISBN 978-966-10-4110-2

Пропонований підручник відповідає програмі з алгебри для 7-го класу й передбачає готовність учнів до широкого і свідомого застосування математики. Цю орієнтацію забезпечують зміст курсу, характер викладення навчального матеріалу, добір ілюстрацій і приклади застосувань, запитання для перевірки знань, задачі і вправи на повторення, а також письмові роботи, призначені для самоконтролю.


Для учнів і вчителів загальноосвітніх навчальних закладів.

УДК 512(075.3)
ББК 22.14я72

*Охороняється законом про авторське право.
Жодна частина цього видання не може бути відтворена
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

- © Мальований Ю.І., Литвиненко Г.М., Бойко Г.М., 2015
- © Навчальна книга – Богдан, оригінал-макет, 2015

ISBN 978-966-10-4110-2

Піктограмою  у підручнику позначено ті його складові, які можна відкрити у pdf-файлі або скориставшись CD, що входить у комплект.

У зв'язку з великим обсягом електронної складової підручника у pdf-файлі активною є тільки її частина. Для завантаження всіх матеріалів треба перейти за посиланням:

<http://www.bohdan-digital.com/edu>.

*Алгебра щедра, вона часто дає більше,
ніж у неї просять.*

Ж. Д'Аламбер,
французький математик

СЛОВО ДО УЧНІВ

Дорогі семикласники!


Перед вами підручник, за яким вам доведеться вивчати новий навчальний предмет з курсу математики — *алгебру*. До цього часу ви мали справу в основному з обчисленнями, які виконували з конкретними числами. Ви ознайомилися з правилами і прийомами таких обчислень, навчилися виконувати чотири математичні дії (операції) з цілими і дробовими числами. Ці та інші відомості, що стосуються чисел, вивчає галузь математики, яка називається *арифметикою*.

На відміну від арифметики, в алгебрі числа записують не лише за допомогою цифр, але в багатьох випадках позначають буквами. Алгебра вивчає правила перетворення виразів, складених із чисел, букв, знаків математичних дій. Вивчаючи алгебру, ви ознайомитеся з новими математичними операціями, а також поняттями, без яких не можна уявити не лише математики, але й більшості наук, навіть, здавалося б, далеких від неї. Протягом усієї історії становлення і розвитку алгебри як самостійної галузі математики важливим предметом її вивчення були рівняння. Вам уже відомі найпростіші рівняння, і ви вмієте їх розв'язувати. У процесі вивчення алгебри ваші знання про рівняння значно розширяться. Ви ознайомитеся з багатьма новими видами рівнянь і способами їх розв'язування, дізнаєтесь багато цікавого про функцію як могутній інструмент опису і дослідження реальних процесів навколишнього світу.

Отже, попереду у вас захоплююча подорож у світ алгебри. Сподіваємось, що здолати всі труднощі цієї подорожі вам допоможе

підручник. Яким він буде помічником — добрим чи не дуже — залежить і від вас. Ось декілька порад щодо роботи з ним.

Ніколи не намагайтеся виконувати вправи, не ознайомившись із теоретичним матеріалом, поданим у відповідному пункті підручника.

Щоб привернути вашу увагу до особливо важливих положень, їх виділено відмінним від звичайного шрифтом. Означення та властивості, які потрібно запам'ятати, виділено **напівжирним** шрифтом і позначено . Основні формули записано на кольоровій плашці. Послідовність виконання певних дій, перетворення виразів, розв'язування задач надруковано *курсивом*. Курсивом виділено й окремі терміни, які зустрічаються вперше.

Для зручності вивчення навчальний матеріал підручника розподілено за трьома розділами. Вони містять параграфи, які розбито на пункти, а ті, у свою чергу, — на підпункти. Кожна з цих складових частин має заголовок і відповідний порядковий номер. Зокрема, номер підпункту позначено цифрою всередині кружечка.

Зосередити увагу на найсуттєвішому вам допоможуть відповідні запитання та завдання для самоперевірки, подані в кінці кожного пункту, а також основні вимоги щодо засвоєння змісту кожного розділу, які його завершують.

У тексті наведено приклади розв'язування ряду вправ із детальними поясненнями і зразками відповідних записів. У рубриці «Увага!» ви знайдете застереження від можливих помилок, яких нерідко припускаються школярі.

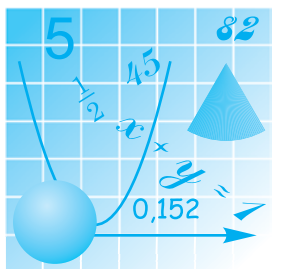
Виконуючи завдання для самоперевірки, ви зможете оцінити свої навчальні досягнення.

На рівень складності пропонованих задач і вправ указують умовні позначки: знак ^o біля номера завдання позначає вправи, що відповідають початковому і середньому рівням; знак * — вправи високого рівня навчальних досягнень. Під номером без усіляких позначень уміщено вправи, що відповідають достатньому рівню.

У кінці підручника подано основні відомості з курсу математики 5–6-х класів, які допоможуть пригадати навчальний матеріал, потрібний для вивчення певного пункту.

Що ж, тепер залишається поринути у світ невідомого. Успіхів вам у його пізнанні!

Автори



Розділ I

ЦІЛІ ВИРАЗИ



§1.

РАЦІОНАЛЬНІ АЛГЕБРАЇЧНІ ВИРАЗИ. ПЕРЕТВОРЕННЯ ОДНОЧЛЕНІВ

1.1. Вирази зі змінними.

Раціональні алгебраїчні вирази



Пригадайте

1. Наведіть приклади числового виразу і буквеного виразу.
2. Як знайти значення числового виразу?
3. Що необхідно знати, щоб знайти значення буквеного виразу?
4. До яких відомих вам формул входять букви? Поясніть їхній зміст.

① **Що таке алгебраїчний вираз.** У попередніх класах ви вже неодноразово зустрічалися з числовими виразами, тобто такими, де всі числа записані цифрами, а також із буквеними виразами, в яких одне або декілька чисел були позначені буквами. До числових належать, наприклад, вирази $6,8 - 3,5 \cdot 4$, $\frac{45-11}{2}$, $0,8 - 4 \cdot (13,1 + 14,9)$, $\left(\frac{2}{3} - 18\right) \cdot (7,5 + 12)$, а до буквених — $2m - 3n$, $0,5a^2$,

$2 \cdot (3x + y)$, $\frac{2b-1}{3}$. Одне число, записане цифрами (6; 384; -3,12

тощо) також уважають числовим виразом, а число, позначене буквою (m , x , c тощо), — буквеним виразом.

У буквеному виразі одна і та сама буква може позначати різні числа залежно від конкретних умов. Наприклад, у виразі $2(a + b)$, що є загальним записом правила обчислення периметра прямокутника зі сторонами a і b , букви a і b позначають будь-які додатні числа, якими можуть виражатися довжини відповідних сторін прямокутника. Тобто вони можуть змінювати свої значення. Тому їх називають **змінними**, а цей та інші буквені вирази — **виразами зі змінними** (або зі змінною, якщо змінна — одна).

Числові вирази і вирази зі змінними, які містять лише арифметичні дії над числами, мають загальну назву **раціональних алгебраїчних виразів**. Саме їх ми і будемо вивчати.

Якщо у вираз $a^2 - 5a + 4$ підставимо, наприклад, замість змінної a число 4 і виконаємо зазначені дії, то дістанемо числове значення, або коротше, **значення** цього виразу. Тобто,

$$\text{якщо } a = 4, \text{ то } a^2 - 5a + 4 = 4^2 - 5 \cdot 4 + 4 = 16 - 20 + 4 = 0;$$

$$\text{якщо } a = 2, \text{ то } a^2 - 5a + 4 = 2^2 - 5 \cdot 2 + 4 = 4 - 10 + 4 = -2;$$

$$\text{якщо } a = -3, \text{ то } a^2 - 5a + 4 = (-3)^2 - 5 \cdot (-3) + 4 = 9 + 15 + 4 = 28,$$

і т. д.

0, -2, 28 — усе це значення виразу $a^2 - 5a + 4$ за відповідних значень a .

Бачимо, що для різних значень a дістаємо різні значення даного виразу. Тому кажуть, що значення цього виразу залежить від значення a .

Приклад 1. Розглянемо вираз $(4x + 96) : 4 - x$ і знайдемо його значення для кількох різних значень x :

$$\text{якщо } x = 0, \text{ то } (4x + 96) : 4 - x = (4 \cdot 0 + 96) : 4 - 0 = 96 : 4 = 24;$$

$$\text{якщо } x = 2, \text{ то } (4x + 96) : 4 - x = (4 \cdot 2 + 96) : 4 - 2 = 104 : 4 - 2 = 26 - 2 = 24;$$

$$\text{якщо } x = -3, \text{ то } (4x + 96) : 4 - x = (4 \cdot (-3) + 96) : 4 - (-3) = (-12 + 96) : 4 + 3 = 84 : 4 + 3 = 21 + 3 = 24.$$

Чи випадково числові значення виразу для різних значень x виявилися однаковими?

Для відповіді на це запитання спростимо даний вираз, скориставшись правилом ділення суми на число. Маємо:

$$(4x + 96) : 4 - x = 4x : 4 + 96 : 4 - x = x + 24 - x = 24.$$

Тепер очевидно, що яким би не було значення x , значення виразу дорівнюватиме 24. Тому кажуть, що значення виразу $(4x + 96) : 4 - x$ *не залежить* від значення x .

Приклад 2. Обчислюючи значення виразу $\frac{2b}{b-5}$, коли $b = 5$, діста-

ємо числовий вираз $\frac{2 \cdot 5}{5-5}$, який не має значення, бо знаменник дробу дорівнює нулю. У такому разі кажуть, що, коли $b = 5$, вираз

$\frac{2b}{b-5}$ *не має смислу*.

Вираз $\frac{3a+4}{a^2-1}$ не має смислу, коли $a = 1$ та $a = -1$. Поясніть, чому.

Алгебраїчний вираз, який не містить ділення на змінну, називається **цілим виразом**. Далі ми розглядатимемо перетворення цілих виразів.

② **Як назвати вираз.** Обчислюючи значення виразу $(a-2)(a+4)$, слід виконувати дії в такій послідовності:

- 1) віднімання в перших дужках;
- 2) додавання у других дужках;
- 3) множення першого результату на другий.

Назву результату дії, яку в процесі знаходження значення виразу виконують останньою, поширюють на назву самого виразу. У даному випадку остання дія — множення, її результатом є добуток. Тому даний вираз є добутком виразів $a-2$ і $a+4$. У свою чергу, $a-2$ — це різниця чисел a і 2, а $a+4$ — сума чисел a і 4. Отже, остаточна назва виразу $(a-2)(a+4)$ така: добуток різниці чисел a і 2 та суми чисел a і 4.

При обчисленні значення виразу $(140 + 10) : (52 - 22)$ останньою дією є ділення, а її результатом — частка, що й визначає назву даного виразу: частка суми чисел 140 і 10 та різниці чисел 52 і 22.

Вирази виду $m : n$, або $\frac{m}{n}$, називають ще відношенням m і n .

Отже, попередній вираз $(140 + 10) : (52 - 22)$ можна назвати ще й так: відношення суми чисел 140 і 10 та різниці чисел 52 і 22.

Вираз $3 \cdot 8$ є добутком чисел 3 і 8. Використовують також іншу назву цього виразу — потроєне число 8. Вираз $2ab$ називають подвоєним добутком чисел a і b ; $\frac{7+4}{2}$ — півсумою чисел 7 і 4; $\frac{1}{3} \cdot (5 \cdot 10)$ — третиною добутку чисел 5 і 10.



Історична довідка

Перший крок до створення буквеної символіки зробив давньогрецький математик Діофант (III ст.), який використовував скорочений запис слів.



Франсуа Вієт

Основоположником застосування буквеної символіки в алгебрі вважають французького математика Франсуа Вієта (1540–1603). Його буквена символіка відрізняється від сучасної. Проте її використання дало змогу Вієту зробити важливі відкриття в математиці.

Спростив і узагальнив алгебраїчну символіку видатний французький учений Рене Декарт (1596–1650). Запровадженими ним позначеннями послуговуються і сучасні математики.



Запитання для самоперевірки

1. Які вирази належать до раціональних алгебраїчних? Наведіть приклади.

2. Як знайти значення раціонального алгебраїчного виразу, якщо він є: а) числовим; б) виразом зі змінною?
3. Який алгебраїчний вираз називають цілим? Наведіть приклади.
4. Як утворити назву алгебраїчного виразу? Поясніть на прикладах.



Задачі та вправи

Знайдіть значення виразів (1–2):

- 1°. а) $92 \cdot 5$; б) $103 \cdot 12$; в) $-98 \cdot 7$;
 г) $27\frac{7}{8} \cdot 8$; д) $34,3 : 7$; е) $0,25 \cdot 7$.
- 2°. а) $1,5 \cdot \frac{2}{3} - 1\frac{5}{8}$; б) $2,6 + 3,4 : 1\frac{1}{16}$;
 в) $2\frac{1}{49} \cdot 1\frac{1}{55} - 1,16 : 0,56$; г) $(51,8 + 44,3 + 48,2 - 24,3) : \frac{1}{3}$.

3. Чи правильні рівності:

- а) $4\frac{2}{3} + \frac{1}{4} \cdot \left(1\frac{7}{9} - \frac{4}{9}\right) = 5$; б) $5\frac{1}{7} - \frac{1}{7} \cdot \left(1\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right) = 3$;
 в) $90,9 : 3,03 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{5}{6}\right) = 1$; г) $\left(\frac{2}{5} + 2\frac{3}{5}\right) \cdot (12,4 : 3,1) = 12$;
 д) $\frac{12,5 - 4,1}{4} = 1,7 + 0,6$; е) $\frac{0,75 - 0,15}{2} = 0,15 + 0,25$?

4°. Значення якого з виразів дорівнює 4:

- а) $5 - 3\frac{2}{7} + \frac{2}{7} \cdot (-8)$; б) $12 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + (-1)^2$;
 в) $-3\frac{1}{3} \cdot 0,9 - \frac{2}{5} \cdot 2\frac{1}{2}$; г) $2\frac{2}{3} + 1\frac{3}{4} \cdot 8\frac{4}{21} - 13$?

5°. Знайдіть значення виразів:

- а) $2k$, якщо $k = 103$; б) $2k + 1$, якщо $k = 103$;
 в) $2k - 1$, якщо $k = 28$; г) $3k + 1$, якщо $k = 25$;
 д) $3k - 1$, якщо $k = 29$; е) $5k + 1$, якщо $k = 35$;
 е) vt , якщо $v = 48,5$, $t = 2,6$.

6. Складіть і запишіть числовий вираз, який не має смислу.

Знайдіть значення виразів (7–9):

7°. а) $3a + 7,4$, якщо $a = 12$; б) $0,5x + 14$, якщо $x = -3$;

в) $24,5 - 4t$, якщо $t = 6$; г) $-k + 17$, якщо $k = -7$.

8°. а) $14a + 15b$, якщо $a = 1,5$ і $b = 0,5$;

б) $15a - 14b$, якщо $a = 2,5$ і $b = 0,5$;

в) $x(0,5a - 4)$, якщо $a = 42$ і $x = 0,2$;

г) $84a + 12b$, якщо $a = 0,25$ і $b = -\frac{3}{4}$.

9. а) $2(a + b)$, якщо $a = 6,4$ см, $b = 0,045$ м;

б) $a + b + c$, якщо $a = 3,4$ см, $b = 0,4$ дм, $c = 0,05$ м;

в) ah , якщо $a = 0,028$ км, $h = 18,5$ м;

г) $4(a + b + c)$, якщо $a = 4,3$ дм, $b = 30$ см, $c = 0,27$ м.

10*. Запишіть вирази для обчислення периметрів фігур, зображених на рисунку 1. Яка з фігур має найбільшу площу?

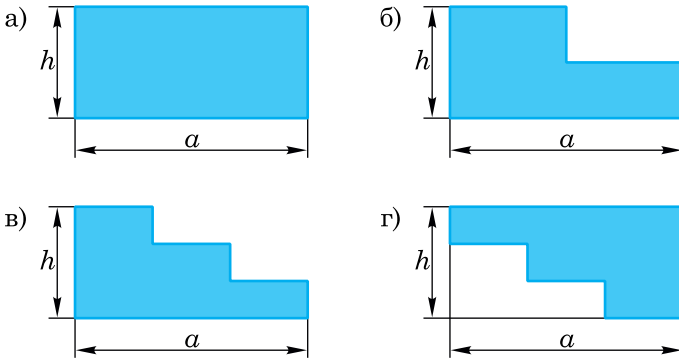


Рис. 1

11°. Нафтопровід перекачує 7 тис. т нафти за годину. Скільки тонн нафти можна перекачати нафтопроводом за 3 год? За 2,5 год? За t год? За добу? За 2 доби? За k діб?

12°. Для яких значень змінної y не мають смислу вирази:

а) $\frac{3}{y-5}$; б) $\frac{y}{y+3}$; в) $\frac{7}{y^2+1}$; г) $\frac{13y}{6y-4}$; г) $\frac{y+5}{2y}$?

13*. Знайдіть, якщо це можливо, пару значень змінних a і b , для яких не мають смислу вирази:

а) $\frac{17}{a-b}$; б) $\frac{5}{a+b}$; в) $\frac{a^2}{a^2+b^2}$; г) $\frac{a+b}{a^2+b^2+4}$.

14. Чи може значення виразу $-2x$ бути додатним числом? Якщо може, то наведіть приклади.

15. Чи може вираз $1 + a^2$ набувати від'ємних значень? Відповідь поясніть. Укажіть найменше значення цього виразу.

16*. Задумайте ціле число, помножьте його на 3, від одержаного результату відніміть 27, різницю поділіть на 3 і від частки відніміть задумане число. Яке число ви дістали? Доведіть, що одержаний результат не залежить від задуманого числа.

17. Заповніть таблицю (рух рівномірний прямолінійний):

Шлях, км	200	s	s	s		
Швидкість, км/год			50	v	60	v
Час, год	4	t			5	10

18. Заповніть таблицю:

Урожайність, ц з 1 га	4,1	P	25	P	
Площа ділянки, га	8,5	8			6,5
Валовий збір урожаю, ц			500	m	m

Запишіть вирази для розв'язування задач (19–22):

19. Зошит коштує a коп., ручка — вдвічі дорожча. Скільки коштують п'ять зошитів і три ручки?

20. Учні посадили x саджанців дуба, саджанців сосни — в 1,4 разу більше, а саджанців клена — на 80 штук менше, ніж саджанців сосни. Скільки саджанців сосни і клена посадили учні?

21. Турист ішов 5 год зі швидкістю a км/год і 3 год зі швидкістю b км/год. Яку відстань подолав турист?

22. Яку відстань пройде моторний човен проти течії за 2,4 год, якщо власна його швидкість 7,5 км/год, а швидкість течії x км/год?

23. Із двох населених пунктів A і B вирушають одночасно назустріч один одному пішохід та велосипедист і зустрічаються через t год. Складіть вираз для визначення відстані між цими населеними пунктами, якщо швидкість пішохода 5 км/год, а швидкість велосипедиста 12 км/год. Знайдіть цю відстань, якщо: а) $t = 2,5$ год; б) $t = 4$ год.
24. Периметр прямокутника 48 дм, основа a дм. Складіть вираз для обчислення площі прямокутника. Знайдіть площу прямокутника, якщо: а) $a = 7$ дм; б) $a = 11,5$ дм; в) $a = 14$ дм.
25. Запишіть чотири натуральні числа, кратні числу 3. Подайте кожне з них у вигляді добутку числа 3 на відповідне натуральне число. Запишіть вираз зі змінною, який позначає натуральне число, що ділиться на 3 без остачі.
- 26*. Складіть за рисунком 2 вираз для обчислення довжини відрізка CD .

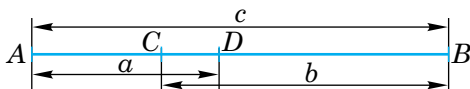


Рис. 2

Запишіть у вигляді виразу і обчисліть (27–29):

- 27°. а) Суму чисел 27,29 і 72,71;
 б) різницю чисел 68,1 і $-31,3$;
 в) добуток чисел $1\frac{3}{8}$ і $-1\frac{3}{5}$;
 г) частку чисел 0,01 і $-0,002$;
 ґ) подвоєну суму чисел 37,29 і 62,71;
 д) потроєну різницю чисел 68,1 і $-41,9$;
 е) подвоєний добуток чисел 7,5 і 0,4;
 є) третину суми чисел 5,8 і 3,5;
 ж) піврізницю чисел 9 і 15.

- 28°.** а) Суму чисел m і n , якщо $m = 4\frac{1}{4}$, $n = -5,3$;
 б) різницю чисел m і n , якщо $m = 0,6$, $n = -2\frac{2}{5}$,
 в) подвоєну суму чисел m і n , якщо $m = 10,7$, $n = 5,3$.
- 29*.** а) Різницю частки чисел $\frac{11}{15}$ і $3\frac{2}{3}$ та числа $0,5$, зменшену на число, протилежне числу $-0,3$;
 б) суму добутку чисел $5\frac{1}{3}$ і $0,75$ та числа $2,4$, збільшену на число, протилежне числу $-0,6$.
- 30°.** Від суми чисел $-15\frac{1}{4}$ і $7\frac{3}{4}$ відніміть $0,25$.
- 31°.** Від добутку чисел $3\frac{1}{2}$ і $-5\frac{3}{4}$ відніміть суму чисел $10,7$ і $-3,3$.
- 32.** На скільки:
 а) різниця чисел $65,71$ і $-24,3$ більша від їх суми;
 б) добуток чисел $14,6$ і $-1,5$ менший від суми чисел $47,89$ і $-28,7$?
- 33*.** Що більше і на скільки: різниця числа 2 та добутку чисел $0,25$ і $7\frac{1}{5}$, поділена на $1\frac{2}{3}$, чи сума числа 3 та добутку чисел $-2\frac{1}{2}$ і $0,4$, помножена на $\frac{1}{3}$?