

# Передмова

*Інколи потрібно говорити про складні речі, але слід робити це якомога простіше.*

**Готфрід Харді, математик**

Метою пропонованого навчального посібника є організація самостійної роботи старшокласників при підготовці до зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО) за програмою рівня стандарту. Посібник містить теорію кожної з тем, зразки розв'язання типових задач, а також тестові завдання зі всіх основних тем математики 5 – 6-го класів та алгебри за весь шкільний курс. Розв'язані вправи та задачі посібника створюють практичну базу для самостійного розв'язування завдань посібника. У посібнику запропоновано посилання, у вигляді qr-коду, за яким можна переглядати відеоуроки до кожної з тем посібника. Тестові завдання укладено за темами, що сприяє успішному засвоєнню учнями матеріалу. Структура кожного тематичного тесту є подібною до структури тестів, що пропонуються на ЗНО. Кожний тест з тієї чи іншої теми містить 32 завдання. Завдання з першого по двадцять четверте передбачають вибір правильної відповіді з п'яти запропонованих. Серед наведених відповідей є лише одна правильна відповідь. Далі пропонуються чотири завдання (25, 26, 27 і 28) на встановлення відповідностей, у яких до кожного із трьох або чотирьох завдань потрібно підібрати логічну пару з п'яти запропонованих. Завдання з 29-го по 32-е подано без відповідей, тому потрібно розв'язати кожну із запропонованих задач і вписати отриману відповідь. За таким принципом побудовано тести ЗНО знань випускників загальноосвітніх шкіл. Навчальний посібник містить також вісім тестів на повторення, які подано після кожних п'яти вивчених тем (і після тем 36–39) і завдання в яких (28 завдань) укладено з вивчених раніше тем. У тестах на повторення, а також у тематичних тестах, подано задачі ЗНО минулих років, про що зазначено відповідними посиланнями. Тести на повторення за структурою і кількістю завдань відповідають вимогам щодо складання іспиту державної підсумкової атестації за курс основної школи рівня стандарту. Наприкінці посібника подано відповіді до всіх тестових завдань.

Посібник є важливою складовою комплексної авторської програми підготовки старшокласників до ЗНО. Тестові завдання посібника апробовані автором серед старшокласників і показали свою ефективність щодо їхньої підготовки до ЗНО й успішного написання сертифікаційної роботи ЗНО.

Усі тестові завдання відповідають чинній програмі з математики для загальноосвітніх навчальних закладів та вимогам щодо знань абітурієнтів на зовнішньому тестуванні.

Для вчителів та учнів закладів загальної середньої освіти, які вивчають математику на рівні стандарту.

# Перелік навчальних тем та послідовність їхнього вивчення

## Алгебра

- Тема 1.** Числові множини. Модуль числа. Дії над цілими числами.
- Тема 2.** Подільність чисел.
- Тема 3.** Звичайні дроби. Мішані числа. Основна властивість дробу. Десяткові дроби.
- Тема 4.** Знаходження дробу від числа та числа за його дробом. Пропорції. Відсотки. Середнє арифметичне чисел.
- Тема 5.** Цілі вирази. Вирази зі змінною. Одночлени та дії над ними.
- Тест 1.** Повторення.
- Тема 6.** Цілі вирази. Многочлени та дії над ними.
- Тема 7.** Формули скороченого множення. Розклад многочленів на множники.
- Тема 8.** Тотожні перетворення раціональних виразів.
- Тема 9.** Властивості арифметичних квадратних коренів. Тотожні перетворення ірраціональних виразів.
- Тема 10.** Лінійні рівняння. Квадратні рівняння. Рівняння, що зводяться до квадратних.
- Тест 2.** Повторення.
- Тема 11.** Дробово-раціональні рівняння.
- Тема 12.** Числові нерівності. Лінійні нерівності та їхні системи.
- Тема 13.** Лінійна функція, обернена пропорційність. Функції вигляду  $y = x^2$  та  $y = x^3$ .
- Тема 14.** Розклад квадратного тричлена на множники. Степінь з цілим показником.
- Тема 15.** Квадратична функція.
- Тест 3.** Повторення.
- Тема 16.** Квадратні нерівності. Метод інтервалів. Системи нерівностей.
- Тема 17.** Рівняння та нерівності з модулями.
- Тема 18.** Системи раціональних рівнянь.
- Тема 19.** Арифметична прогресія. Геометрична прогресія.
- Тема 20.** Математичне моделювання. Прикладні задачі.
- Тест 4.** Повторення.
- Тема 21.** Корінь  $n$ -го степеня. Степінь з раціональним показником.
- Тема 22.** Степенева функція.
- Тема 23.** Ірраціональні рівняння.
- Тема 24.** Радіанна міра кута. Означення тригонометричних функцій довільного кута.
- Тема 25.** Залежність між тригонометричними функціями одного й того ж кута. Зведення тригонометричних функцій від'ємного аргументу до функцій додатного аргументу. Парність тригонометричних функцій.
- Тест 5.** Повторення.
- Тема 26.** Теорема додавання, формули подвійного та половинного кутів.

- Тема 27.** Формули зведення. Періодичність тригонометричних функцій.
- Тема 28.** Графіки тригонометричних функцій. Основні властивості тригонометричних функцій.
- Тема 29.** Найпростіші тригонометричні рівняння. Обернені тригонометричні функції.
- Тема 30.** Показникова функція. Показникові рівняння.
- Тест 6.** Повторення.
- Тема 31.** Показникові нерівності.
- Тема 32.** Логарифми та їхні властивості. Логарифмічна функція.
- Тема 33.** Логарифмічні рівняння.
- Тема 34.** Логарифмічні нерівності.
- Тема 35.** Похідна функції. Геометричний і фізичний зміст похідної. Дотична до графіка функції.
- Тест 7.** Повторення.
- Тема 36.** Застосування похідної. Монотонність функції, точки екстремуму. Найбільше та найменше значення функції на заданому відрізку.
- Тема 37.** Первісна функції. Визначений інтеграл.
- Тема 38.** Комбінаторика.
- Тема 39.** Основи теорії ймовірностей та математичної статистики.
- Тест 8.** Повторення.

# Тема 1. Числові множини. Модуль числа. Дії над цілими числами

## Теоретичні відомості

### 1. Поняття множини. Числові множини

#### 1.1. Поняття множини

У розмовній мові для сукупностей різноманітних об'єктів уживаються назви: *зібрання людей, ключ журавлів, зграя вовків, стадо корів, колона машин, купа каміння, набір олівців* тощо. Усі ці слова (*зібрання, ключ, зграя, стадо, колона, купа, набір*) різні, але з математичної точки зору вони є одним і тим же математичним поняттям, яке називають *множиною*.

Отже, *множина є сукупністю однорідних об'єктів*.

**Означення 1.** *Об'єкти, з яких складається множина, називаються її елементами.*

Приклади множин:

- множина учнів класу, в якій кожен із учнів є її елементом;
- множина літер алфавіту, її елементами є літери;
- множина значень аргументу функції  $f$ , її елементами є числа.

Множини позначають великими буквами латинського алфавіту:  $A, B, C, \dots, N, Z, Q, R, \dots$ .

Також для позначення множин використовують фігурні дужки, наприклад:

$$A = \{0, 2, 4, 6, 8\}; B = \{a, b, c\}.$$

Якщо елемент  $2$  є елементом множини  $A$ , то пишуть  $2 \in A$  і читають «елемент  $2$  належить множині  $A$ ». Якщо елемент  $d$  не є елементом множини  $B$ , то пишуть  $d \notin B$  і читають «елемент  $d$  не належить множині  $B$ ».

#### 1.2. Числові множини

**Означення 2.** *Множина називається числовою, якщо її елементами є лише числа.*

Основні числові множини.

1. Множина цифр:  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ .

2. Множина натуральних чисел.

**Означення 3.** *Числа, які використовують при лічбі, називаються натуральними.*

Множину натуральних чисел позначають  $N$ , де  $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ .

3. Множина цілих чисел.

**Означення 4.** *Множина чисел, яка складається із натуральних чисел, чисел, протилежних натуральним (від'ємних цілих чисел) і числа  $0$ , називається множиною цілих чисел.*

Множину цілих чисел позначають  $Z$ , де  $Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ .

4. Множина раціональних чисел.

**Означення 5.** Числа, які можна подати у вигляді звичайного дробу, називають раціональними числами.

Множину раціональних чисел позначають  $Q$ , де  $Q = \left\{ \frac{m}{n}, m \in Z, n \in N \right\}$ .

5. Множина ірраціональних чисел.

**Означення 6.** Нескінченний неперіодичний десятковий дріб називається ірраціональним числом.

Множину ірраціональних чисел позначають  $I$ .

Ірраціональне число неможливо подати у вигляді звичайного дробу  $\frac{m}{n}$ .

Прикладами ірраціональних чисел є числа:  $\pi$ ,  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt[3]{4}$ ,  $\sin 20^\circ$ ,  $\log_2 3$  тощо.

6. Множина дійсних чисел.

**Означення 7.** Множини раціональних та ірраціональних чисел становлять множину дійсних чисел.

Тобто  $Q \cup I = R$ . Знак  $\cup$  називають знаком об'єднання множин.

Множину дійсних чисел позначають  $R$ .

Графічно множини можна зображати кругами Ейлера–Венна.

Побудуємо схему розміщення числових множин (рис. 1):

Кажуть, що множина натуральних чисел є підмножиною множини цілих чисел, множина цілих чисел є підмножиною множини раціональних чисел тощо.

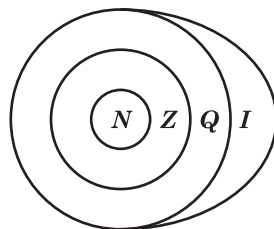


Рис. 1

**Приклад 1.** Із ряду чисел  $-\frac{6}{2}$ , 12; 13,5;  $\sqrt{2}$ ;  $-123$ ; 0;  $-23,6$ ;  $\sqrt{16}$ ;  $\frac{121}{11}$ ;  $2\frac{3}{5}$ ;  $-5\frac{2}{3}$ ; 42;  $(-4)^2$ ; 14,67; 1000 виберіть раціональні числа. Укажіть, скільки натуральних чисел записано в ряду чисел.

**Розв'язання.** Раціональними є числа, які можна подати у вигляді звичайного дробу, а саме:  $-\frac{6}{2}$ , 12; 13,5;  $-123$ ; 0;  $-23,6$ ;  $\sqrt{16}$ ;  $\frac{121}{11}$ ;  $2\frac{3}{5}$ ;  $-5\frac{2}{3}$ ; 42;  $(-4)^2$ ; 14,67; 1000.

Натуральні числа: 12;  $\sqrt{16} = 4$ ;  $\frac{121}{11} = 11$ ; 42;  $(-4)^2 = 16$ ; 1000. Отже, маємо шість натуральних чисел.

**Відповідь.** Шість.

## 2. Положення точки на числовій осі

Раціональні числа можна позначати точками на числовій осі, які називають абсцисами точки. Наприклад, побудуємо точки  $A(2)$ ,  $B(3,5)$ ,  $C(-3)$  (рис. 2).

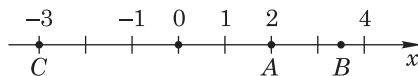


Рис. 2

**Приклад 2.** Знайдіть усі натуральні розв'язки нерівності  $3 < x < 7,5$ .

*Розв'язання.* Між числами 3 і 7,5 розташовані натуральні числа: 4, 5, 6, 7 (рис. 3).

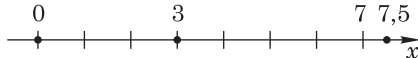


Рис. 3

*Відповідь.*  $\{4, 5, 6, 7\}$ .

Положення точок на числовій осі дає можливість порівнювати числа. Якщо точка  $A$ , яка відповідає деякому числу, лежить праворуч від іншої точки  $B$ , то число, що відповідає точці  $A$  більше за число, яке відповідає точці  $B$ .

Важливим типом задач на порівняння чисел є задачі на розташування чисел у порядку зростання, тобто від найменшого числа до найбільшого, або в порядку спадання, тобто від найбільшого числа до найменшого.

**Приклад 3.** Розташуйте числа 2;  $-4$ ; 3;  $-2$ ; 0 у порядку зростання.

*Розв'язання.* Якщо задані числа побудувати на числовій осі, то числа будуть розташовані так:  $-4$ ;  $-2$ ; 0; 2; 3.

Оскільки числа розташовані від найменшого до найбільшого, то маємо розташування чисел у порядку зростання.

*Відповідь.*  $-4$ ;  $-2$ ; 0; 2; 3.

## 3. Означення модуля числа

**Означення 8.** Модулем дійсного числа  $x$  (позначається  $|x|$ ) називається відстань від початку відліку до точки, яка зображає число  $x$ .

Отже, модуль числа  $x$  — це відстань від точки числової осі з абсцисою  $x$  до числа 0 (рис. 4).

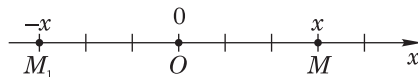


Рис. 4

Практична формула розкривання модуля:

$$|x| = \begin{cases} x; & x \geq 0, \\ -x; & x < 0. \end{cases}$$

Щоб розкрити модуль, потрібно відповісти на запитання: який знак мають число, буква або вираз, що знаходяться під модулем? Якщо додатні, то модуль відкидаємо, а число, букву або вираз переписуємо без змін (перший рядок формули). Якщо від'ємні, то модуль також відкидаємо, однак, перед числом, буквою

або виразом ставимо знак мінус (другий рядок формули). Таким чином, від'ємні числа (букви, вирази) перетворюємо в додатні. При цьому число або вираз беремо в дужки. Наприклад,  $|2| = 2$ , оскільки  $2 > 0$ ,  $|-5| = -(-5) = 5$ , оскільки  $-5 < 0$ ,  $|\sqrt{2} - 5| = -(\sqrt{2} - 5) = 5 - \sqrt{2}$ , оскільки  $\sqrt{2} - 5 < 0$ . Проте, оскільки модуль — це відстань, яка набуває завжди додатних значень або 0, то можна відразу записувати так  $|-5| = 5$ . Тобто відстань від числа  $-5$  до 0 дорівнює 5. Саме так будемо записувати, коли обчислюватимемо значення числових виразів із модулями.

**Приклад 4.** Обчисліть:  $|-2| \cdot 2 - |-3|$ .

*Розв'язання.*  $|-2| \cdot 2 - |-3| = 2 \cdot 2 - 3 = 1$ .

*Відповідь.* 1.

**Приклад 5.** Обчисліть:  $(|-8| - |-2|) : |-3|$ .

*Розв'язання.*  $(|-8| - |-2|) : |-3| = (8 - 2) : 3 = 2$ .

*Відповідь.* 2.

**Приклад 6.** Спростіть вираз  $x - |2x|$ , якщо  $x < 0$ .

*Розв'язання.* Якщо  $x < 0$ , то  $|2x| = -2x$ , оскільки вираз під модулем від'ємний, то при розкриванні модуля поставили знак «мінус», щоб вираз став додатним. Тоді:

$$x - |2x| = x - (-2x) = x + 2x = 3x.$$

*Відповідь.*  $3x$ .

**Приклад 7.** Спростіть вираз  $|a| + |3a|$ , якщо: 1)  $a < 0$ , 2)  $a > 0$ .

*Розв'язання.* 1) Якщо  $a < 0$ , то  $|a| = -a$ , оскільки число (задане буквою) під модулем від'ємне, то при розкриванні модуля поставили знак «мінус», щоб число стало додатним. Аналогічно,  $|3a| = -3a$ .

Тоді  $|a| + |3a| = -a - 3a = -4a$ .

2) Якщо  $a > 0$ , то  $|a| = a$ , оскільки число (задане буквою) під модулем додатне. Аналогічно,

$$|3a| = 3a. \text{ Тоді } |a| + |3a| = a + 3a = 4a.$$

*Відповідь.* 1)  $-4a$ . 2)  $4a$ .

## 4. Дії над цілими числами. Правила додавання, множення та ділення

Якщо маємо суму чисел  $a + b = c$ , то числа  $a$  і  $b$  називаються *доданками*, а число  $c$  називається *сумою* чисел. Якщо маємо різницю чисел  $a - b = c$ , то число  $a$  називають *зменшуваним*, число  $b$  — *від'ємником*, а число  $c$  — *різницею*.

### 4.1. Правило додавання цілих чисел з однаковими знаками

Щоб додати два додатних цілих числа, виконуємо звичайну дію додавання.

Наприклад:  $12 + 20 = 32$ .

Щоб додати два від'ємних цілих числа, додаємо їх як додатні числа, однак перед сумою чисел ставимо «мінус».

Наприклад:  $-12 - 12 = (-12) + (-12) = -24$ .

#### 4.2. Правило додавання цілих чисел з різними знаками

Щоб додати два цілих числа з різними знаками, потрібно від більшого за модулем числа відняти менше за модулем число. Знак суми відповідає знаку більшого за модулем числа.

Наприклад,  $4 - 10 = 4 + (-10) = -(10 - 4) = -6$ ;  $-5 + 15 = 15 - 5 = 10$ .

Правила додавання та віднімання цілих чисел виконуються для всіх дійсних чисел.

 **Приклад 8.** Обчисліть: 1)  $-45 - 35$ ; 2)  $125 - 220 - 38$ ; 3)  $-37 + 47 - 28$ .

*Розв'язання.* 1)  $-45 - 35 = (-45) + (-35) = -80$ .

2)  $125 - 220 - 38 = 125 + (-220) + (-38) = 125 + (-258) = -(258 - 125) = -133$ .

3)  $-37 + 47 - 28 = 47 - 37 + (-28) = 10 - 28 = -(28 - 10) = -18$ .

*Відповідь.*  $-80$ ;  $-133$ ;  $-18$ .

#### 4.3. Правило множення та ділення цілих чисел з однаковими знаками

Якщо маємо добуток чисел  $ab$ , то числа  $a$  і  $b$  називаються *множниками*.

Якщо маємо частку чисел  $a : b$ , то число  $a$  називають *діленим*, а число  $b$  — *дільником*.

Якщо один із множників дорівнює 0, то добуток чисел дорівнює 0. Наприклад,  $a \cdot 0 = 0$ .

Якщо ділене дорівнює 0, а дільник не дорівнює 0, то частка чисел дорівнює 0, тобто  $0 : a = 0$ .

На 0 ділити не можна!

Щоб помножити (або поділити) два цілих числа з однаковими знаками, потрібно знайти добуток (частку) модулів цих чисел. Знак добутку (частки) буде завжди додатний.

Наприклад,  $23 \cdot 2 = 46$ ,  $-23 \cdot (-2) = 46$ ,  $-48 : (-4) = 12$ .

#### 4.4. Правило множення та ділення цілих чисел з різними знаками

Щоб помножити (або поділити) два цілих числа з різними знаками, потрібно знайти добуток (частку) модулів цих чисел. Знак добутку (частки) буде завжди від'ємний.

Наприклад,  $-48 : 4 = -12$ ,  $8 \cdot (-3) = -24$ ,  $5 \cdot 22 : (-2) = 110 : (-2) = -55$ .

Правила множення та ділення цілих чисел виконуються для всіх дійсних чисел.

Отже, правила знаків при множенні та діленні чисел:

$(+) \cdot (+) = +$  (це ж саме для дії ділення),

$(-) \cdot (-) = +$  (це ж саме для дії ділення),

$(+) \cdot (-) = -$  (це ж саме для дії ділення),

$(-) \cdot (+) = -$  (це ж саме для дії ділення).

 **Приклад 9.** Обчисліть: 1)  $12 \cdot (-3) - 25$ ; 2)  $-32 \cdot (-4) - 125$ ;

3)  $3 \cdot (-7) - 2 \cdot (-4) + (-5) \cdot (-6)$ .

*Розв'язання.* 1)  $12 \cdot (-3) - 25 = -36 - 25 = -61$ .

2)  $-32 \cdot (-4) - 125 = 128 - 125 = 3$ .

3)  $3 \cdot (-7) - 2 \cdot (-4) + (-5) \cdot (-6) = -21 + 8 + 30 = 38 - 21 = 17$ .

*Відповідь.*  $-61$ ; 3; 17.

**Приклад 10.** Розташуйте числа  $a = 2 - 3 \cdot (-3)$ ,  $b = -6 + 2 \cdot (-5)$ ,  $c = 10 - 4 \cdot (-1)$  у порядку спадання.

*Розв'язання.* Знайдемо значення чисел  $a$ ,  $b$  і  $c$ :

$$a = 2 - 3 \cdot (-3) = 2 + 9 = 11, b = -6 - 10 = -16, c = 10 + 4 = 14.$$

У порядку спадання — це від найбільшого числа до найменшого.

Отже, маємо  $c$ ,  $a$ ,  $b$ .

*Відповідь.*  $c$ ,  $a$ ,  $b$ .

## 5. Правило розкривання дужок. Поняття про подібні доданки

1) Якщо перед дужками стоїть знак «+», то вираз можна записати без дужок, зберігши всі знаки перед компонентами, що записані в дужках.

2) Якщо перед дужками стоїть знак «-», то вираз можна записати без дужок, помінявши знаки перед кожним компонентом, який записаний у дужках.

Наприклад,  $(2a - 3) - (5 - 3a) = 2a - 3 - 5 + 3a = 5a - 8$ .

3) Якщо перед дужками міститься множник, то потрібно цей множник помножити на кожен компонент у дужках, з урахуванням знаків.

Наприклад,  $-2(2x + 3y - 5) = -4x - 6y + 10$ .

**Означення 9.** Коефіцієнтом називається числовий множник буквеного виразу.

Наприклад, у виразі  $-4x$  коефіцієнт дорівнює  $-4$ .

**Означення 10.** Подібними доданками називаються доданки, які відрізняються один від одного лише числовими коефіцієнтами. Якщо в алгебричному виразі звести всі подібні доданки, то таке перетворення виразу називають зведенням подібних членів.

Наприклад,  $4x - 5y + 5x - 8y = (4x + 5x) - (5y + 8y) = 9x - 13y$ .

**Приклад 11.** Розкрийте дужки та зведіть подібні доданки:

$$(2x + 3y) + (-5x + 3y - 4).$$

*Розв'язання.*  $(2x + 3y) + (-5x + 3y - 4) = 2x + 3y - 5x + 3y - 4 = -3x + 6y - 4$ .

*Відповідь.*  $-3x + 6y - 4$ .

**Приклад 12.** Розкрийте дужки та зведіть подібні доданки:

$$-5(2a - 4b) + 4(3a - 6b).$$

*Розв'язання.*  $-5(2a - 4b) + 4(3a - 6b) = -10a + 20b + 12a - 24b = 2a - 4b$ .

*Відповідь.*  $2a - 4b$ .

## 6. Знаходження значень буквених виразів

У математиці букви відповідають числам. Тому кожна буква може набувати різних числових значень. Щоб знайти значення буквеного виразу, потрібно замість букв підставити задані числа й обчислити значення числового виразу, який утворюється. Якщо буквений вираз можна спростити, тобто розкрити дужки й звести подібні доданки, то спочатку потрібно спростувати, а потім підставляти замість букв або букви числа.

**Приклад 13.** Знайдіть значення виразу  $5c - 2$ , якщо  $c = -1$ .

*Розв'язання.* Якщо  $c = -1$ , то  $5c - 2 = 5 \cdot (-1) - 2 = -5 - 2 = -7$ .

*Відповідь.*  $-7$ .

**Приклад 14.** Знайдіть значення виразу  $2(a - 3) - 4a$ , якщо  $a = -2$ .

*Розв'язання.* Спростимо вираз  $2(a - 3) - 4a = 2a - 6 - 4a = -2a - 6$ . У спрощений вираз підставимо  $a = -2$ , отримаємо:

$$-2a - 6 = -2 \cdot (-2) - 6 = 4 - 6 = -2.$$

*Відповідь.*  $-2$ .

**Приклад 15.** Знайдіть значення виразу  $14b - (2a + 5b - 7) + 3a$ , якщо  $a = 4$ ,  $b = -2$ .

*Розв'язання.* Розкриємо дужки й зведемо подібні доданки:

$$14b - (2a + 5b - 7) + 3a = 14b - 2a - 5b + 7 + 3a = (14b - 5b) + 3a - 2a + 7 = 9b + a + 7.$$

Якщо  $a = 4$ ,  $b = -2$ , то  $9b + a + 7 = 9 \cdot (-2) + 4 + 7 = -18 + 11 = -7$ .

*Відповідь.*  $-7$ .

Якщо при перетворенні буквених виразів букви перетворюються в 0 (наприклад  $3a - 3a = 0$ ), то кажуть, що значення виразу не залежить від значень цих букв.

**Приклад 16.** Доведіть, що значення виразу  $7 - 2(x - 7) - (2 - 2x) + 10$  не залежить від значень  $x$ .

*Розв'язання.* Розкриємо дужки й зведемо подібні доданки:

$$7 - 2(x - 7) - (2 - 2x) + 10 = 7 - 2x + 14 - 2 + 2x + 10 = 7 + 12 + 10 = 29. \text{ При цьому } 2x - 2x = 0.$$

Отже, твердження прикладу доведено.

## 7. Лінійні рівняння. Компоненти лінійних рівнянь

При перенесенні компонентів (доданків) рівняння через знак « $=$ » треба змінювати їхній знак: « $+$ » на « $-$ » і навпаки! У рівняннях, які містять дужки, потрібно розкрити дужки й звести подібні доданки.

**Означення 11.** Рівняння, яке можна привести до вигляду  $ax + b = 0$ , де  $a$ ,  $b$  – задані числа,  $x$  – невідоме число, називають лінійним.

Лінійні рівняння розв'язуються так:

$$ax + b = 0, \quad ax = -b.$$

Щоб знайти невідомий множник, треба добуток, тобто число  $(-b)$ , поділити на відомий множник, тобто число  $a$ . Можливі три випадки.

$$1) \text{ Якщо } a \neq 0, \text{ то } x = -\frac{b}{a}.$$

2) Якщо  $a = 0$ ,  $b \neq 0$ , то маємо рівність  $0 \cdot x = b$ , тобто  $0 = b$ , що неможливо. Отже, рівняння не має коренів.

3) Якщо  $a = 0$ ,  $b = 0$ , то маємо рівність  $0 \cdot x = 0$ , що виконується завжди. Отже,  $x$  набуває будь-яких значень.

Число  $x = -\frac{b}{a}$  називають коренем рівняння. Якщо це число підставити в початкове рівняння, то утвориться правильна рівність.

 **Приклад 17.** Розв'яжіть рівняння  $9 - 4x = 5$ .

*Розв'язання.*  $9 - 4x = 5$ ,  $-4x = 5 - 9$ ,

$$-4x = -4,$$

$$x = -4 : (-4), x = 1.$$

*Відповідь.* 1.

 **Приклад 18.** Розв'яжіть рівняння  $-6 - 3(2 - x) = -6$ .

*Розв'язання.* Розкриємо дужки й зведемо подібні доданки:

$$-6 - 6 + 3x = -6,$$

$$3x - 12 = -6,$$

$$3x = 12 - 6, 3x = 6,$$

$$x = 6 : 3, x = 2.$$

*Відповідь.* 2.

Якщо між компонентами рівняння виконується дія ділення  $a : b = c$ , то щоб знайти ділене (тобто  $a$ ), потрібно частку помножити на дільник, а саме,  $a = bc$ . Наприклад,  $x : 3 = 6$ , тоді  $x = 3 \cdot 6 = 18$ . Це легко перевірити:  $18 : 3 = 6$ .

Щоб знайти дільник, потрібно ділене поділити на частку. Наприклад,  $12 : x = -3$ , тоді  $x = 12 : (-3) = -4$ .

 **Приклад 19.** Розв'яжіть рівняння  $x : (-5) = 4$ .

*Розв'язання.* Щоб знайти ділене ( $x$ ), треба частку множити на дільник:

$$x = 4 \cdot (-5),$$

$$x = -20.$$

*Відповідь.*  $-20$ .

 **Приклад 20.** Розв'яжіть рівняння  $-15 : x = -5$ .

*Розв'язання.* Щоб знайти дільник ( $x$ ), треба ділене поділити на частку:

$$x = -15 : (-5),$$

$$x = 3.$$

*Відповідь.* 3.

## Тестові завдання

1. Скільки цілих чисел записано в ряду чисел: 0;  $-7$ ; 0,2; 6; 8; 7,2; 120;  $-5\frac{2}{3}$ ?

| А     | Б   | В     | Г     | Д      |
|-------|-----|-------|-------|--------|
| вісім | сім | шість | п'ять | чотири |

2. Скільки цілих чисел є розв'язками нерівності  $-3 < x < 5,5$ ?

| А   | Б     | В       | Г      | Д          |
|-----|-------|---------|--------|------------|
| сім | вісім | дев'ять | десять | одинадцять |

3. Знайдіть суму натуральних чисел, котрі записані в ряду:  $-3$ ; 2,5; 4; 0;  $-2,3$ ; 8; 3;  $-2$ .

| А  | Б  | В  | Г  | Д  |
|----|----|----|----|----|
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |

4. Обчисліть:  $4 - 5 + 3$ .

| А    | Б    | В | Г | Д |
|------|------|---|---|---|
| $-1$ | $-2$ | 1 | 2 | 0 |

5. Обчисліть:  $(-5 - 15) \cdot (-3)$ .

| А     | Б  | В     | Г  | Д              |
|-------|----|-------|----|----------------|
| $-60$ | 60 | $-30$ | 30 | інша відповідь |

6. Розв'яжіть рівняння  $x - 7 = -13$ .

| А | Б     | В    | Г    | Д              |
|---|-------|------|------|----------------|
| 1 | $-21$ | $-5$ | $-6$ | інша відповідь |

7. Знайдіть корінь рівняння  $x : (-4) = -5$ .

| А     | Б  | В  | Г             | Д             |
|-------|----|----|---------------|---------------|
| $-20$ | 10 | 20 | $\frac{5}{4}$ | $\frac{4}{5}$ |

8. Обчисліть:  $|-5| - (-7)$ .

| А     | Б | В    | Г  | Д              |
|-------|---|------|----|----------------|
| $-12$ | 2 | $-2$ | 12 | інша відповідь |

9. Серед тверджень 1) – 3) оберіть правильні твердження:

1)  $5 \cdot 4 - 25 = 5$ ;    2)  $-5 \cdot 4 + 25 = 5$ ;    3)  $5 \cdot (-4) - 25 = -5$ .

| А       | Б       | В       | Г       | Д       |
|---------|---------|---------|---------|---------|
| лише 1) | лише 2) | лише 3) | 2) і 3) | 1) і 3) |

10. Розкрийте дужки і зведіть подібні доданки  $(2a - 5b) - (-2a - 2b)$ .

| А          | Б         | В         | Г    | Д                 |
|------------|-----------|-----------|------|-------------------|
| $-4a - 3b$ | $4a - 3b$ | $4a + 7b$ | $3b$ | інша<br>відповідь |

11. Розв'яжіть рівняння  $-(4 + 5x) = -4$ .

| А | Б | В | Г  | Д |
|---|---|---|----|---|
| 0 | 1 | 2 | -5 | 5 |

12. Знайдіть корінь рівняння  $-3x = 15$ .

| А  | Б | В  | Г  | Д  |
|----|---|----|----|----|
| -5 | 5 | -3 | 12 | 18 |

13. Знайдіть значення виразу  $-3x - 5$ , якщо  $x = -5$ .

| А   | Б   | В  | Г  | Д                 |
|-----|-----|----|----|-------------------|
| -10 | -20 | -5 | 10 | інша<br>відповідь |

14. Обчисліть значення виразу  $(|-7| - |-2|) \cdot 2$ .

| А  | Б  | В   | Г   | Д                 |
|----|----|-----|-----|-------------------|
| 10 | 18 | -12 | -10 | інша<br>відповідь |

15. Розв'яжіть рівняння  $-2(x + 3) = -12$ .

| А | Б  | В  | Г  | Д |
|---|----|----|----|---|
| 9 | -9 | -3 | -6 | 3 |

16. Знайдіть значення виразу  $-5a + 4 \cdot 2a$ , якщо  $a = 20$ .

| А  | Б   | В   | Г  | Д                 |
|----|-----|-----|----|-------------------|
| 60 | -60 | -20 | 20 | інша<br>відповідь |

17. Обчисліть вираз  $-2 \cdot (-3) : (-2)$ .

| А  | Б | В  | Г | Д                 |
|----|---|----|---|-------------------|
| -3 | 3 | -6 | 6 | інша<br>відповідь |

18. Розв’яжіть рівняння  $-x = 1 - (-10)$ .

| А  | Б   | В | Г  | Д   |
|----|-----|---|----|-----|
| 11 | -10 | 9 | -9 | -11 |

19. Знайдіть значення виразу  $|x| : |y|$ , якщо  $x = -16, y = 2$ .

| А | Б  | В | Г  | Д              |
|---|----|---|----|----------------|
| 8 | -8 | 6 | -6 | інша відповідь |

20. Серед наведених тверджень 1) – 3) оберіть правильні твердження:

- 1) число  $-4$  належить множині раціональних чисел;
- 2) число  $-1,2$  належить множині цілих чисел;
- 3) число  $0$  належить множині натуральних чисел.

| А       | Б       | В       | Г      | Д          |
|---------|---------|---------|--------|------------|
| лише 1) | лише 2) | лише 3) | 1), 3) | 1), 2), 3) |

21. Обчисліть значення виразу  $-(3x - y) - (2x + y)$ , якщо  $x = -1, y = -100$ .

| А  | Б  | В | Г | Д    |
|----|----|---|---|------|
| -1 | -5 | 1 | 5 | -101 |

22. Спростіть вираз  $a - |a|$ , якщо  $a < 0$ . (ЗНО, 2011 р.).

| А     | Б   | В | Г    | Д    |
|-------|-----|---|------|------|
| $-2a$ | $a$ | 0 | $-a$ | $2a$ |

23. Розташуйте числа  $a, b, c$  у порядку спадання, якщо  $a = 23 - 5 \cdot (-4), b = = 36 : (-6) - 23, c = -45 : (-9) - 5 \cdot (-6)$ .

| А         | Б         | В         | Г         | Д         |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $a, b, c$ | $a, c, b$ | $b, a, c$ | $c, a, b$ | $c, b, a$ |

24. Розкрийте дужки, зведіть подібні доданки та обчисліть значення виразу  $-3(2x - 3y - 1) + (6x - 7y - 5)$ , якщо  $x = 21, y = -2$ .

| А   | Б  | В  | Г   | Д              |
|-----|----|----|-----|----------------|
| -10 | 10 | -6 | -26 | інша відповідь |

25. Установіть відповідність між початком речення (1 – 3) та його закінченням (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

| Початок речення                                                   | Закінчення речення | А | Б                        | В                        | Г                        | Д                        |
|-------------------------------------------------------------------|--------------------|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 Якщо $x = 2$ , то значення виразу $(x - 5) \cdot 3$ дорівнює... | А -15              | 1 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2 Якщо $-5(a - 3) + 5a$ , то значення виразу дорівнює...          | Б -9               | 2 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3 Якщо $8 : x = -4$ , то $x$ дорівнює...                          | В -2               | 3 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|                                                                   | Г 15               |   |                          |                          |                          |                          |
|                                                                   | Д 2                |   |                          |                          |                          |                          |

26. Установіть відповідність між числовим виразом  $(1 - 3)$  та значенням цього виразу (А – Д).

Числовий вираз

Значення виразу

1  $(|-9| + |-1|) : 10$

А  $-17$

2  $7 - (-8) - |-5|$

Б  $-1$

3  $(3 \cdot (-7) - 2 \cdot (-4)) : 13$

В  $10$

Г  $15$

Д  $1$

|   | А                        | Б                        | В                        | Г                        | Д                        |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

27. Установіть відповідність між рівнянням  $(1 - 3)$  та його коренем (А – Д).

Рівняння

Корінь рівняння

1  $-(-x) = -8$

А  $-3$

2  $-x : 7 = 3$

Б  $4$

3  $5x - 2 - 3x + 4 = 10$

В  $-21$

Г  $-8$

Д  $8$

|   | А                        | Б                        | В                        | Г                        | Д                        |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

28. Установіть відповідність між виразом  $(1 - 3)$  та значенням виразу (А – Д) так, щоб значення виразу  $(1 - 3)$  дорівнювало значенню виразу (А – Д).

1  $-3 \cdot 2 - 4$

А  $7 - 19 \cdot 1$

2  $14 : (-7) + 5$

Б  $-16 : (-2) + 5$

3  $5 - 2 \cdot (-4)$

В  $4 - 5 : (-1)$

Г  $5 \cdot 0 + 3$

Д  $0 : 12 - 10$

|   | А                        | Б                        | В                        | Г                        | Д                        |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

29. Доведіть, що значення виразу  $-(-2a - 9 - 3b) - (3b + 2a)$  не залежить від значень букв.

Відповідь. \_\_\_\_\_

30. Розв'яжіть рівняння  $4(2x - 1) - 2(3x - 6) = 12$ .

Відповідь. \_\_\_\_\_

31. Обчисліть значення виразів  $1) - 3)$ . Які з них належать множині натуральних чисел?

1)  $3a - (4a - 1) + 7$ , якщо  $a = 8$ ;

2)  $-2(4a - 1) + (2a - 2) + 7$ , якщо  $a = -1$ ;

3)  $7a - (2 - 6a) + 9 - 10a$ , якщо  $a = -2$ ;

Відповідь. \_\_\_\_\_

32. Розташуйте числа  $a, b, c$  у порядку зростання, якщо  $a = -2 - 3 : (-1) - (-7)$ ,  $b = (5 - 3) \cdot (4 - (-3 - 7))$ ,  $c = |-10| : (-2) + |-3| \cdot |-5|$ .

Відповідь. \_\_\_\_\_