

Натисніть тут, щоб
купити книгу на сайті
або

замовляйте по телефону:

(0352) 28-74-89, 51-11-41

(067) 350-18-70

(066) 727-17-62

КЛАСИКИ ПОПУЛЯРИЗАЦІЇ НАУКИ
Країна Перельманія

Я.І. Перельман

ЖИВА МАТЕМАТИКА

Переклад з російської мови, передмова,
примітки та загальна редакція
В.О. Тадеєва



ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА — БОГДАН

Серію «Класики популяризації науки» засновано 2007 року

Перельман Я.І.

П27 Жива математика: Пер. з рос. / За ред. В.О. Тадєєва. — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2011. — 240 с.: іл. (Класики популяризації науки; Країна Перельманія).

ISBN 978-966-10-2320-7

Книга «Жива математика» всесвітньо відомого популяризатора науки Я.І. Перельмана написана однією з останніх у його серії книг, присвячених захоплюючій науці. Однак після цього вона розглядалася автором як своєрідний вступ до цих книг. Складаючись з великої кількості різномірних головоломок, цікавих оповідок та практичних порад, що мають математичну основу, книга відкриває завісу до деяких універсальних методів міркувань, характерних для математики як науки.

Для читання книги не передбачається жодної спеціальної підготовки. Розв'язання багатьох головоломок під силу кмітливим учням навіть початкової школи, хоча над деякими з них може замислитися і знаний науковець.

Книга перекладалася багатьма мовами світу, у тому числі й українською. Новий переклад на українську мову усуває прогалини попередніх, зокрема, в ньому в повному обсязі відновлюється авторський зміст за прижиттєвими виданнями та дбайливіше відображаються стилістичні особливості сталих україномовних конструкцій.

Книга розрахована на усіх, хто полюбляє інтелектуальні розваги у години дозвілля. Особливо буде корисною для учнів, які дбають про розвиток своєї математичної кмітливості та розширення запасу математичних знань.

ББК 22.1я72

*Охороняється законом про авторське право.
Жодна частина цього видання не може бути відтворена
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

- © Тадєєв В.О., переклад, анотація, передмова, примітки, загальна редакція, ідея художнього оформлення, 2011
- © Кравчук А.В., художнє оформлення, 2011
- © Навчальна книга – Богдан, макет, художнє оформлення, 2011

ISBN 978-966-408-435-9 (серія)
ISBN 978-966-10-2320-7

ПЕРЕДМОВА РЕДАКТОРА

Вивчення математики — від найпростішої лічби до найвищих методів — має пов'язуватися зі знанням природи і одночасно з досвідом, аби вона могла увійти до сфери мислення.

Йоганн Фрідріх Гербарт

Порівняння математичних фігур і величин слугує матеріалом для ігор та навчання мудрості.

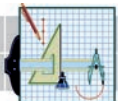
Йоганн Генріх Песталоцці

Люди недостатньо розуміють чудесну користь математики, яка дає засоби та лікування від розумових та духовних вад. Як гра у теніс цінна не сама по собі, а дуже допомагає розвинути рухливість зору і вміння ставити тіло у будь-яке положення, так і математика, хоча її користь не пряма й не безпосередня, не менш цінна, ніж те, що створене для прямої і безпосередньої користі.

Френсіс Бекон

«Жива математика» — остання за часом написання книга у серії найвідоміших книг славетного популяризатора науки Якова Ісидоровича Перельмана (1882–1942). Перше її видання побачило світ лише у 1934 р. — уже після того, як були опубліковані «Захоплююча фізика» (у 2-х книгах) (1913 і 1916 рр.)¹⁾, «Захоплююча геометрія» (1925), «Захоплююча арифметика» (1926), «Захоплююча астрономія» (1929), «Захоплююча механіка» (1930) та «Захоплююча алгебра» (1933). Незважаючи на це, сам автор вважав свою «Живу математику» своєрідним вступом до вказаної серії. Як не згадати тут великого Паскаля, який писав, що «лише закінчивши велику працю, знаєш, з чого її слід було починати»!

¹⁾ Вказуються роки перших видань мовою оригіналу (російською).



З усіх перелічених книг Я.І. Перельмана «Жива математика» за життя автора мовою оригіналу видавалася найменшу кількість разів — лише двічі, у 1934 і 1935 рр.¹⁾ Зате у майбутньому вона мала щасливу долю. У повоєнні роки за кількістю видань російською мовою «Жива математика» поділила перше й друге місця із «Захоплюючою алгеброю» (по 12 видань), а українською мовою видавалася аж 8 разів — більше, ніж усі інші книги разом узяті. Вже перший переклад на українську мову був здійснений у 1936 р., тобто через два роки після виходу першого російського видання. З такою високою оперативністю було перекладено українською лише «Захоплюючу астрономію».²⁾

Загальний тираж усіх видань «Живої математики» російською мовою за часів СРСР становив близько 1,5 мільйона примірників! Точніше визначити неможливо, оскільки у багатьох виданнях тираж не вказувався. Що ж до загального тиражу видань українською мовою, то він встановлюється абсолютно точно — 199 тисяч примірників.

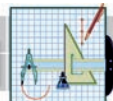
Усе це свідчить про одне — «Жива математика» виявилася одним з найуспішніших освітніх проєктів великого популяризатора.

Чим це пояснити?

Найпершим і найголовнішим стало те, що у Перельмановій «Живій математиці» математика справді є живою. І не лише в тому сенсі, що у ній багато уваги приділяється світу живої природи, а головне в тому, що математика тут оживає внаслідок звільнення від пут підруничкової формалізації з її численними правилами, властивостями, формулами, теоремами і т.і. Від читача вимагається лише мінімум формальних математичних знань.

¹⁾ Для порівняння: «Захоплююча фізика» за життя автора видавалася обома книгами 13 разів; «Захоплююча геометрія» — 6 разів; «Захоплююча арифметика» — 7; «Захоплююча астрономія» — 3; «Захоплююча механіка» — 4; «Захоплююча алгебра» — 3 рази.

²⁾ «Захоплюючу фізику» уперше було перекладено на українську мову через 12 років після виходу першого видання, «Захоплюючу арифметику» — через 5 років, «Захоплюючу механіку» — через 3 роки, «Захоплюючу алгебру» — через 40 років, а «Захоплюючу геометрію» — аж через 82 роки (нашим видавництвом — у 2007 р.).



Головна ж вимога — полюбляти думати, міркувати, здогадуватися, шукати найкращі рішення, тобто те, що найбільше приваблює підлітків, які ще не мають досвіду абстрактних математичних міркувань. А на цьому шляху, як не безпідставно сподівався автор, виникає спокуса час від часу звертатися і до формалізованої математики.

Важливою рисою неповторного перельманівського методу популяризації, майстерно застосованого у «Живій математиці», є гармонійне поєднання захопливості з ідейною насиченістю. Аналізуючи, наприклад, «дитячі» головоломки на побудову фігур за допомогою сірників, автор водночас підводить читача до фундаментальних математичних проблем про ізопериметричні фігури (тобто фігури з даним периметром, що мають найбільшу площу) та про розв'язність задач на побудову циркулем і лінійкою. З аналогічними міні-узагальненнями аналізуються й інші головоломки та оповідання.

Читач знайде у книзі й чимало практичних порад, наприклад, як проводити вимірювання відстаней і розмірів «голими руками», а атмосферних опадів — з найпростішими пристосуваннями, фрукти яких розмірів вигідніше купувати, як викривати шахраїв у торгівлі тощо.

Особливо приваблює читача чудова белетристична форма багатьох головоломок та оповідей, завдяки якій книга читається як збірка захоплюючих інтелектуальних новел.

Вдаватися у подальшу деталізацію книги, розгорнутої перед читачем, було б зайвим. Тому наостанку скажемо коротко про роботу над підготовкою її до видання.

Як зазначено вище, «Жива математика» Я.І. Перельмана уже не раз видавалася українською мовою. Вперше — у 1936 р. Харківським державним науково-технічним видавництвом. Переклад було здійснено з 2-го російського видання 1935 р. На жаль, прізвище перекладача ніде не вказувалося. Цей переклад був доволі вдалим, хоча як для теперішнього часу, він уже застарів у мовностилістичному плані. Можна лише пошкодувати, що за основу для цього видання було взято не 1-е, а

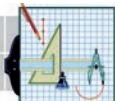


Рис. 77. Тринадцята монета.



Рис. 78. П'ятнадцята монета.

Полководець був знесилений і важко дихав. Імператор всміхався...

Коли Теренцій прибув до приймальної зали імператора наступного дня, його зустріли гучним реготом. Він уже не міг нести своєї ноші в руках, а котив її поперед себе. Монета мала у поперечнику 84 см і важила 328 кг. Вона відповідала вазі 65 536 одиничних монет.

Вісімнадцятий день був останнім днем збагачення Теренція. Цього дня закінчилися його відвідування скарбниці та мандри з ношею до зали імператора. Цього разу йому довелося доставити монету, яка відповідала 131 072 одиничним монетам. Вона мала більше метра у поперечнику і важила 655 кг. Користуючись своїм списом як важелем, Теренцій з величезним зусиллям ледве вкотив її до зали. З гуркотом упала велетенська монета до ніг імператора.

Теренцій був укінець знесилений.

— Не можу більше... Доволі, — прошепотів він.

Імператор ледве стримав сміх задоволення, спостерігаючи повний успіх своїх хитрощів. Він наказав скарбникові підрахувати, скільки всього брасів виніс Теренцій до приймальної зали.

Скарбник виконав доручення і сказав:



Рис. 79. Шістнадцята монета.



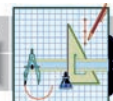
Рис. 80. Сімнадцята монета.

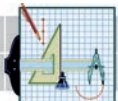
— Володарю, завдяки твоїй щедрості, переможний воїн Теренцій одержав у винагороду 262 143 браси.

Таким чином, скупий імператор видав полководцеві близько двадцятої частини від тієї суми у мільйон динаріїв, яку запросив Теренцій.



Рис. 81. Вісімнадцята монета.





У час укладання збірки Бенедиктова (1869 р.) російською мовою не було видано ще жодного твору такого змісту¹⁾, не лише оригінального, а й навіть перекладеного. Та й на Заході було тільки два давніх французьких твори — Баше де Мезиріака²⁾ (1612 р.) і 4-томна праця Озанам³⁾ (1694 р.) та низка пізніших перевидань. За планом, і почасти за змістом, праця Бенедиктова дуже близька до книги Баше.

Твір поділений на 20 коротких нумерованих розділів, кожний з яких має окремий заголовок, у стилі праці Баше де Мезиріака «Приємні й захоплюючі задачі». Перші розділи мають такі заголовки: «Так звані магічні квадрати», «Відгадування задуманого числа від 1 до 30», «Відгадування потай розподілених сум», «Задумана потайки цифра, яка сама по собі виявляється», «Узнавання закресленої цифри» і т. ін. Далі йде низка фокусів з картами арифметичного характеру. Після них — цікавий розділ «Чародій-полководець та арифметична армія», — множення за допомогою пальців, викладене у белетристичній формі; далі — передрукована мною вище задача з продажем яєць. Передостанній розділ «Нестача пшеничних зерен для 64 клітинок шахівниці» оповідає відому вже нашим читачам стародавню легенду про винахідника шахової гри.⁴⁾

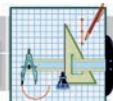
Нарешті 20-й розділ: «Величезна кількість мешканців, які жили на земній кулі» містить цікаву спробу підрахувати загальну чисельність земного населення (докладний розбір під-

¹⁾ Цей абзац було вилучено з повоєнних видань.

²⁾ **Баше де Мезиріак** Гаспар Клод (1581–1638) — французький математик і поет. Писав французькою, італійською та латинською мовами. Добре знав грецьку. Переклав з грецької на латину знамениту «Арифметику» Діофанта (1621 р.). У книзі «Приємні й захоплюючі задачі», виданій в Ліоні у 1612 р., зібрав і систематизував велику кількість цікавих старовинних математичних задач.

³⁾ **Озанам Жак** (1640–1717) — французький учений і письменник, член Паризької Академії наук (з 1701 р.). Написав низку підручників, серед них «Курс математики» у 5 томах. Із його книги «Математичні й фізичні розваги», виданої у 1696 р. (Я.І. Перельман подає не зовсім точну дату), прямо або опосередковано черпали матеріал для своїх книг майже усі пізніші популяризатори математики.

⁴⁾ Обробка легенди у тій белетристичній формі, в якій її подано у розділі сьомому, належить мені. — *Прим. авт.*



рахунку Бенедиктова проведений мною у книзі «Захоплююча алгебра»¹⁾).

107'. Зазначена додаткова можливість не полегшує задачі: все одно потрібно шість січних площин. Справді, в внутрішній кубик із тих 27, на які потрібно розрізати великий куб, має шість граней, і жодна січна площина не може відкрити одразу двох граней цього внутрішнього кубика, як би ми не переставляли частини.

107''. Спочатку подивимося, якою може бути найменша кількість розрізів. Якщо ми провели один розріз (рис. 179),

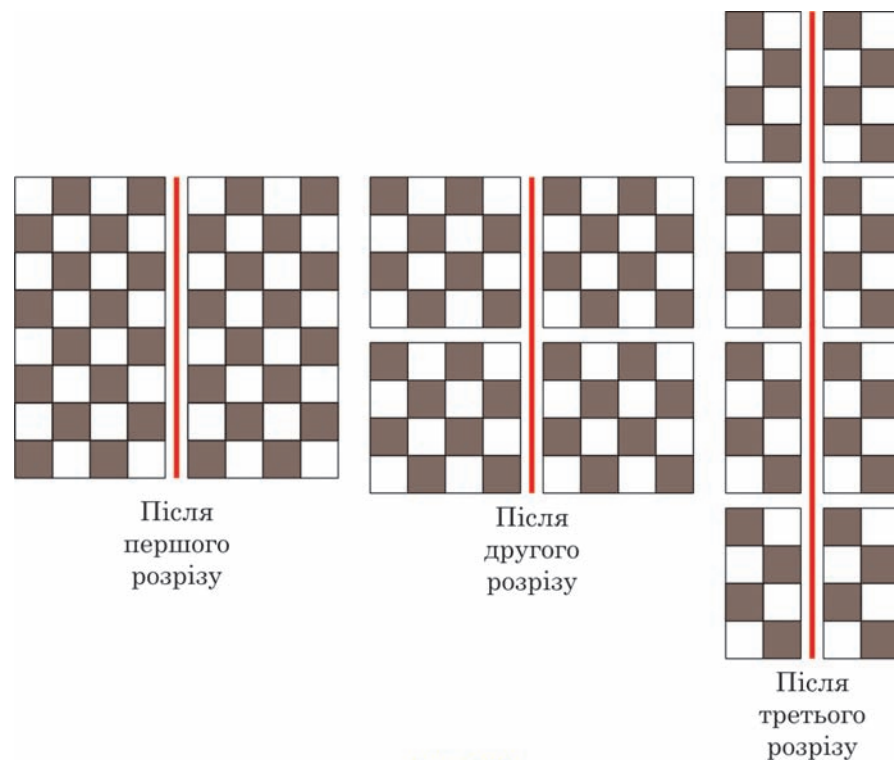
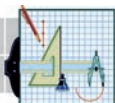


Рис. 179

¹⁾ Існує переклад українською мовою цієї книги, виданий нашим видавництвом у 2011 р.

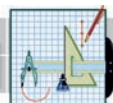


то шахівниця розпадеться на дві частини. Наступним розрізом, якщо він розсіче обидві з них, ми утворимо 4 частини. Якщо ми розмістимо їх так, що третій розріз розсіче їх усіх, то кількість частин знову подвоїться, і після третього розрізу ми матимемо 8 частин. Після четвертого розрізу ми матимемо щонайбільше 16 частин (якщо розріз розсіче усі одержані раніше частини), після п'ятого — 32 частини. Отже, після п'яти розрізів ми жодним чином ще не зможемо одержати 64 окремих квадратики. І лише після шостого розрізу, коли кількість частин знову подвоїться, ми можемо сподіватися утворити 64 окремих квадратики. Виходить, що менше ніж шістьма розрізами обійтися неможливо.

Однак тепер потрібно ще показати, що шість розрізів насправді можна провести так, щоб кожного разу кількість частин подвоювалася і в підсумку вийшло $2^6 = 64$ окремих квадратиків. Це вже неважко зробити: потрібно лише стежити, аби після кожного розрізу всі частини ставали однаковими і щоб кожний наступний розріз розбивав кожну з частин навпіл. На рисунку 179, праворуч (с. 233), показано перших три розрізи.¹⁾



¹⁾ Поданими нижче рисунками закінчувалися відповідно 1-е, 4 –7-е і 2-е видання «Живої математики».



ЗМІСТ

Передмова редактора	3
Передмова автора до 1-го і 2-го видань	8

Розділ перший.

У БУДИНКУ ВІДПОЧИНКУ	9
----------------------------	---

Сніданок з головоломками

1. Білка на галявині	9
2. У комунальній кухні	13
3. Робота шкільних гуртків	14
4. Хто більше?	15
5. Дід та онук	16
6. Залізничні квитки	16
7. Політ дирижабля	17
8. Тінь	18
9. Задача із сірниками	19
10. Підступний пеньок	20
11. Задача про грудень	21
12. Арифметичний фокус	22

Розв'язка сніданку

Розв'язання головоломок 1 – 12	23
13. Закреслена цифра	32
13а. Відгадати число, нічого не запитуючи	33
14. Хто що взяв?	35

Розділ другий.

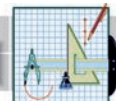
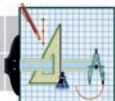
МАТЕМАТИКА В ІГРАХ	38
--------------------------	----

Доміно

15. Ланцюг із 28 кісточок	38
16. Початок і кінець ланцюга	39
17. Фокус із доміно	39
18. Рамка	39
19. Сім квадратів	40
20. Магічні квадрати з доміно	41
21. Прогресія з доміно	41

«Гра у 15», або такен

22. Перша задача Лойда	49
23. Друга задача Лойда	49
24. Третя задача Лойда	50



Крокет

25. Пройти ворота чи крокетувати?	50
26. Куля і кілок	51
27. Пройти ворота чи заколотися?	51
28. Пройти мишоловку чи крокетувати?	51
29. Непрохідна мишоловка	51
Розв'язання головоломок 15 – 29	51

Розділ третій.

ЩЕ ДЮЖИНА ГОЛОВОЛОМОК	60
30. Віршовочка	60
31. Кількість чобіт	61
32. Довговічність волосини	61
33. Зарплатня	61
34. Лижний пробіг	62
35. Двоє робітників	62
36. Друкування доповіді	62
37. Дві зубчатки	63
38. Скільки років?	63
39. Подружжя Іванових	64
40. Гра	64
41. Покупки	65
Розв'язання головоломок 30 – 41	65

Розділ четвертий.

ЧИ ВМІЄТЕ ВИ ЛІЧИТИ?	73
----------------------------	----

Розділ п'ятий.

ЧИСЛОВІ ГОЛОВОЛОМКИ	79
42. За п'ять карбованців — сто	79
43. Тисяча	81
44. Двадцять чотири	81
45. Тридцять	81
46. Відсутні цифри	81
47. Які числа?	81
48. Що ділили?	82
49. Ділення на 11	82
50. Дивні випадки множення	82
51. Числовий трикутник	83
52. Ще числовий трикутник	83
53. Магічна зірка	83
Розв'язання головоломок 42 – 53	84

Розділ шостий.

ТАЄМНЕ ЛИСТУВАННЯ ПІДПІЛЬНИКІВ	91
--------------------------------------	----

Розділ сьомий.

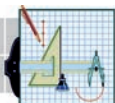
РОЗПОВІДІ ПРО ЧИСЛА-ВЕЛЕТНІ	100
1. Вигідна угода	100
2. Міські чутки	107
3. Лавина «дешевих» велосипедів	112
4. Винагорода	116
5. Легенда про шахівниці	122
6. Швидке розмноження	129
7. Безкоштовний обід	137
8. Перекладання монет	144
9. Заклад	148
10. Числові велетні навколо і всередині нас	152

Розділ восьмий.

БЕЗ ВИМІРНОЇ ЛІНІЙКИ	159
----------------------------	-----

Розділ дев'ятий.

ГЕОМЕТРИЧНІ ГОЛОВОЛОМКИ	165
54. Віз	165
55. У збільшувальне скло	166
56. Теслярський ватерпас	166
57. Кількість граней	167
58. Місячний серп	167
59. З 12 сірників	168
60. З 8 сірників	168
61. Шлях мухи	169
62. Знайти затичку	170
63. Друга затичка	170
64. Третя затичка	170
65. Просунути п'ятак	171
66. Висота башти	172
67. Подібні фігури	172
68. Тінь від дроту	173
69. Цеглинка	173
70. Велетені і карлик	173
71. Два кавуни	173
72. Дві дині	174
73. Вишня	174
74. Модель вежі Ейфеля	174
75. Дві каструлі	175
76. На морозі	175
77. Цукор	175
Розв'язання головоломок 54–77	175

**Розділ десятий.**

ГЕОМЕТРИЯ ДОЩУ І СНІГУ 189

Розділ одинадцятий.

МАТЕМАТИКА Й СКАЗАННЯ ПРО ПОТОП 198

Розділ дванадцятий.

ТРИДЦЯТЬ РІЗНИХ ЗАДАЧ 204

78. Ланцюг 204

79. Павуки й жуки 205

80. Плащ, капелюх і калоші 205

81. Курячі й качині яйця 206

82. Переліт 207

83. Грошові подарунки 207

84. Дві шапки 207

85. Двома цифрами 208

86. Одиниця 208

87. П'ятьма дев'ятками 208

88. Десятьма цифрами 208

89. Чотирма способами 208

90. Чотирма одиницями 208

91. Загадкове ділення 208

92. Ще випадок ділення 209

93. Що вийде? 209

94. У тім самім дусі 209

95. Аероплан 209

96. Мільйон виробів 210

97. Кількість шляхів 210

98. Циферблат 211

99. Восьмикутна зірка 211

100. Числове колесо 211

101. Триногий стіл 212

102. Які кути? 212

103. Уздовж екватора 212

104. У шість рядів 213

105. Перетворення фашистського знака 213

105'. Як поділити? 214

106. Хрест і півмісяць 214

107. Задача Бенедиктова 215

107'. Розріз куба 216

107''. Ще розріз 217

Розв'язання головоломок 78 – 107 (107'; 107'') 218

**ЗАХІДНОУКРАЇНСЬКА ЗАОЧНА
МАТЕМАТИЧНА ШКОЛА****при Тернопільському національному педагогічному університеті
ім. Володимира Гнатюка****46027, м. Тернопіль, вул. М. Кривоноса, 2, педуніверситет, 3ЗМШ.****ШУКАЄМО
КОВАЛЕВСЬКИХ ТА ОСТРОГРАДСЬКИХ
Шановні друзі,
учні 5–10 класів!**

Запрошуємо вас на навчання в Західноукраїнській заочній математичній школі (ЗЗМШ).

Завданням ЗЗМШ є допомога зацікавленим учням усіх типів шкіл у поглибленому вивченні основних розділів шкільної математики. Учні, які успішно завершать навчання, разом із посвідченням отримають рекомендації для вступу до вищих навчальних закладів. Значну користь принесе навчання у нашій школі й тим, хто активно готується до участі в математичних олімпіадах. Зокрема, школа видає спеціальні посібники з розв'язування конкурсних та олімпіадних задач.

Навчання у ЗЗМШ відбувається на двох рівнях — основному та поглибленому — і полягає в самостійному опрацюванні теоретичного матеріалу за навчальними посібниками школи та у розв'язуванні належного оформленні контрольних робіт. Розпочинати навчання в ЗЗМШ можна з будь-якого класу, з 6-го по 11-й, і продовжувати до закінчення основної школи. Навчання здійснюється за помірну плату, яка вноситься лише після одержання повідомлення про зарахування.

Зарахування до ЗЗМШ відбувається на основі письмової рекомендації вчителя математики або за результатами виконання вступної контрольної роботи, умови якої надсилаються кожному охочому. Поза конкурсом зараховуються учасники міських та районних олімпіад юних математиків. Для цього до ЗЗМШ необхідно надіслати довідку зі школи про участь в олімпіаді.

Кожен претендент на навчання в ЗЗМШ повідомляє нам своє прізвище, ім'я і по батькові (повністю), клас основної школи, а також повну домашню адресу. Для одержання відповіді вкладіть звичайний поштовий конверт з маркою, підписаний на вашу домашню адресу.

На листи від майбутніх Остроградських і Ковалевських ми чекаємо за адресами: **46027, м. Тернопіль, вул. М. Кривоноса, 2, педуніверситет, 3ЗМШ, або: 46018, м. Тернопіль – 18, а/с 426, 3ЗМШ.**



Навчальне видання

Класики популяризації науки

ПЕРЕЛЬМАН Яків Ісидорович

ЖИВА МАТЕМАТИКА

Переклад з російської мови
і загальна редакція
В.О. Тадеєва

Головний редактор *Богдан Будний*
Редактор *Володимир Дячун*
Дизайн та комп'ютерна верстка *Андрія Кравчука*
Художник *Павло Шеляк*
Художник обкладинки *Володимир Басалига*
Комп'ютерний набір *Олени Поліщук*

Підписано до друку 13.06.2011. Формат 60×84/16. Папір офсетний.
Гарнітура Century SchoolBook. Умовн. друк. арк. 13,72. Умовн. фарбо-відб. 54,88.

Видавництво "Навчальна книга – Богдан"
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців
ДК №370 від 21.03.2001 р.

Навчальна книга – Богдан, а/с 529, м.Тернопіль, 46008
тел./факс (0352) 52-06-07; 52-05-48; 52-19-66; (067) 350-18-70
publishing@budny.te.ua, office@bohdan-books.com
www.bohdan-books.com

ISBN 978-966-10-2320-7



9 789661 023207