

Натисніть тут, щоб

**КУПИТИ КНИГУ НА САЙТІ**

або

**замовляйте по телефону:**

(0352) 28-74-89, 51-11-41

(067) 350-18-70

(066) 727-17-62

О.Н. Афанасьева  
Я.С. Бродский  
А.Л. Павлов  
А.К. Слипенко

# МАТЕМАТИКА

# 11

## класс

Учебник  
для общеобразовательных  
учебных заведений

Уровень стандарта

*Рекомендовано  
Министерством образования и науки Украины*



ТЕРНОПОЛЬ  
НАВЧАЛЬНА КНИГА — БОГДАН  
2011

ББК 22.1я72  
А94

*Рекомендовано Министерством образования и науки Украины  
(приказ МОН Украины №235 от 16.03.2011 г.)*

Издано за счет государственных средств. Продажа запрещена.  
Научную экспертизу проводил Институт математики НАН Украины.  
Психолого-педагогическую экспертизу проводил Институт педагогики  
НАПН Украины.

**Афанасьева О.Н., Бродский Я.С., Павлов А.Л., Слипенко А.К.**  
А94 Математика. 11 класс. Уровень стандарта: Учебник для обще-  
образоват. учеб. зав. — Тернополь: Навчальна книга – Богдан, 2011. —  
480 с.

**ISBN 978-966-10-2413-6**

Предлагаемый учебник соответствует программе по математике для 11-го класса уровня стандарта и направлен на подготовку учащихся к широкому и сознательному применению математики. Эту ориентацию обеспечивают содержание курса, характер изложения учебного материала, отбор иллюстраций и примеры приложений, система упражнений и контрольных вопросов.

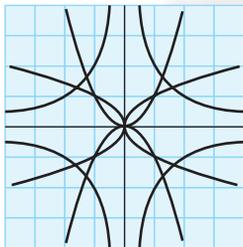
Для учащихся и учителей общеобразовательных учебных заведений.

ББК 22.1я72

*Охраняется законом об авторском праве.  
Ни одна часть этого издания не может быть воспроизведена  
в любом виде без разрешения автора или издательства*

ISBN 978-966-10-2413-6

© Афанасьева О.Н., Бродский Я.С.,  
Павлов А.Л., Слипенко А.К., 2011  
© Навчальна книга – Богдан, макет,  
художественное оформление, 2011



## ! Обращение к читателю

### Дорогой юный друг!

Перед Вами учебник по предмету «Математика». Его главное назначение — помочь Вам систематизировать, расширить и углубить знания и умения, необходимые для математического моделирования и исследования процессов и явлений с помощью функций, уравнений, производной, интеграла, вероятности и других математических объектов, овладеть смежными предметами (физикой, химией, биологией и т. д.) и тем самым удостовериться в могуществе математических методов для познания окружающего мира и решения различных проблем.

Учебник для 11 класса состоит из семи разделов. Каждому разделу предшествует материал, изучавшийся ранее и необходимый для изучения этого раздела. Он представлен в виде таблиц. Для обеспечения готовности к изучению материала раздела приводится диагностический тест.

Разделы учебника состоят из параграфов, которые, в свою очередь, делятся на пункты. К каждому пункту даны контрольные вопросы, целью которых является обеспечение активного усвоения основных понятий и фактов в их взаимосвязи.

Изложение учебного материала в каждом пункте структурировано по уровням. На первом уровне (он обозначен буквой **Б**) излагаются основные понятия и факты темы, хотя, чаще всего, без формальных доказательств. Этот материал является базой для последующего изучения темы, более основательного и полного.

На втором уровне (он обозначен буквой **О**) приводится более полное обоснование предыдущего материала, его расширение, приводятся примеры его применения. Материал на этих двух уровнях обеспечивает овладение предметом в соответствии с требованиями программы уровня стандарта.

Изложение теоретического материала сопровождается примерами и решениями типовых задач соответствующего уровня. Начало и конец доказательств утверждений и решений примеров и задач обозначены знаками  $\square$  и  $\blacksquare$ .

Система задач, упражнений и контрольных вопросов, приведенных в учебнике, имеет три уровня сложности: первый уровень сложности обозначен символом «°», второй не имеет обозначений, третий обозначен символом «\*».

В общую систему заданий включены упражнения на повторение, которые должны способствовать обеспечению готовности к овладению последующим материалом, сохранению умений и навыков, сформированных при изучении предыдущих разделов.

Каждый раздел завершается материалом для подготовки к тематическому оцениванию, состоящим из заданий для самоконтроля (с ответами) и образца тематической контрольной работы. Для повторения и систематизации учебного материала раздела приведены соответствующие таблицы. Каждый из разделов завершается историческим комментарием.

Учебник содержит указания и ответы к задачам, а также предметный указатель.

Чтение книги не является легким делом. Некоторые фрагменты доказательств оставлены для самостоятельной проработки. Не пропускайте их!

*Желаем успехов!*

Коллектив авторов

## Обозначения для ориентирования в учебном материале



— две ступеньки усвоения учебного материала



— обратите внимание



— начало решения задачи, доказательства теоремы



— конец решения задачи, доказательства теоремы



— задачи первого уровня сложности



— задачи третьего уровня сложности



— контрольные вопросы



— графические упражнения; задачи



— исторический комментарий



— границы для различных типов задач



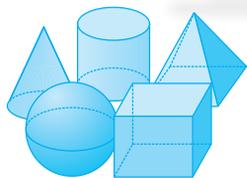
— упражнения для повторения



— задания для самоконтроля



— тест для диагностики



## §12. Пирамиды и конусы

Данный параграф посвящен рассмотрению двух классов фигур, представители которых вам хорошо известны. Исследование строения и свойств пирамид и конусов является его главной целью. Их внешнее сходство является отражением одинаковости построения и соответствующих свойств.

### 1. Пирамиды



Части многих сооружений имеют пирамидальную форму (рис. 176, а–в). Безусловно, к ним относятся знаменитые египетские пирамиды (рис. 176, г).



а)



б)



в)



г)

Рис. 176

Напомним некоторые определения из курса математики 10 класса, касающиеся пирамид и их построения.

Простейшей пирамидой является тетраэдр. Его можно рассматривать как фигуру, образованную из точек отрезков, соединяющих одну из его вершин с точками противоположной грани, — треугольника (рис. 177, а). Такой подход к построению тетраэдра нетрудно обобщить, заменив треугольник на произвольный многоугольник.

Пусть дан многоугольник и точка вне плоскости этого многоугольника (рис. 177, б). Соединим отрезками все точки многоугольника с данной точкой (рис. 177, в). Фигура, состоящая из всех точек построенных отрезков, называется *пирамидой*, дан-

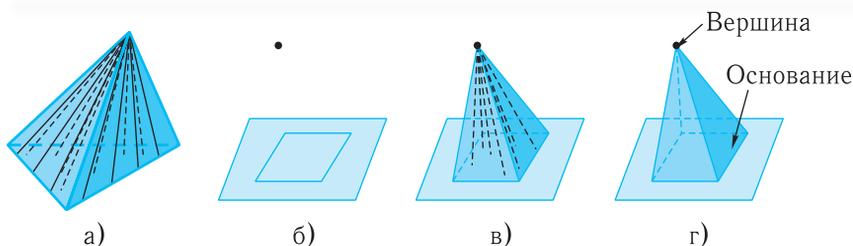


Рис. 177

ный многоугольник — **основанием пирамиды**, а данная точка — ее **вершиной** (рис. 177, г).

**Пирамида** — от греческого *πυραμῖς (pyramis)*, возможно от египетского *per te ous* — боковое ребро сооружения.

В зависимости от количества сторон основания различают треугольные, четырехугольные, ...,  $n$ -угольные пирамиды (рис. 178, а–г).

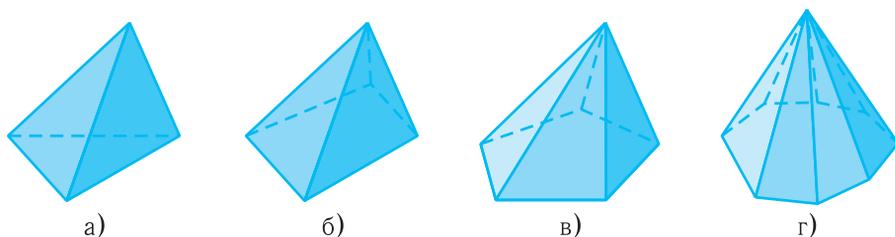


Рис. 178

**!** Напомним, треугольную пирамиду называют еще **тетраэдром**.

**Тетраэдр** — от греческих *τετράρῃς (tettares)* — четыре, в сложных словах — *(tetra-)* и *ἕδρα (hedra)* — основание, поверхность, сторона — **четырёхгранник**, все грани которого треугольники.

Отрезки, соединяющие вершину пирамиды с вершинами основания, называются **боковыми ребрами пирамиды**. Стороны основания пирамиды также считаются ребрами пирамиды. Отрезки, соединяющие вершину пирамиды со всеми точками произвольной стороны основания, образуют треугольник (рис. 179), который называется **боковой**

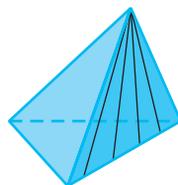
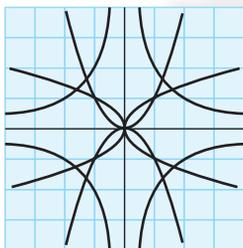


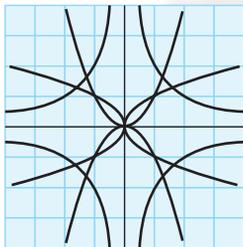
Рис. 179



## Предметный указатель

- Апофема 264
- Большой круг шара 315
- Большая окружность шара 315
- Варианта 443
- Вариационный ряд 443
- Вектор единичный 75
- нормальный к плоскости 114
  - нулевой 74
  - свободный 77
  - связанный 76
  - противоположный 75
- Векторы
- коллинеарные 74
  - компланарные 89
  - равные 74
- Величина векторная 73
- скалярная 73
- Вероятность 413
- Вершина конуса 270
- многогранника 305
  - пирамиды 261
- Выборка 436
- без возвращения 436
  - неупорядоченная 436
  - с возвращением 436
  - упорядоченная 436
- Высота конуса 270
- пирамиды 263
  - призмы 284
  - цилиндра 292
- Генеральная совокупность 454
- Гистограмма 445
- Гомотетия 273
- Грань многогранника 305
- Диагональное сечение призмы 287
- Диагональ призмы 285
- Диаметр шара 315
- Диаметральная плоскость шара 315
- Додекаэдр 307
- Достаточное условие экстремума 174
- Икосаэдр 307
- Интеграл 223
- Интегральная сумма 225
- Касательная плоскость к шару 316
- Конус 270
- прямой круговой 270
- Координаты вектора 103
- точки 99
- Криволинейная трапеция 222
- Коэффициенты разложения вектора 90
- Логарифм числа 31
- – десятичный 33
  - – натуральный 33
- Логарифмическая функция 39
- Медиана 449
- Методы решения логарифмических неравенств 54
- – – уравнений 54
  - – показательных неравенств 48
  - – – уравнений 48
- Многогранник 305
- выпуклый 306
  - правильный 307
- Мода 449
- Наибольшее значение функции 182
- Наименьшее значение функции 182
- Образующие конуса 270
- цилиндра 292
- Объем конуса 368
- пирамиды 368
  - призмы 347
  - прямоугольного параллелепипеда 344
  - усеченного конуса 370
  - цилиндра 353
  - шара 363
- Октаэдр 307
- Октанты 99
- Орт 102
- Оси координат 98
- Основание конуса 270
- пирамиды 261
  - призмы 284
  - цилиндра 292
- Основное логарифмическое тождество 31

- Основное свойство первообразных 207  
 Ось вращения 328  
   – симметрии 328  
 Откладывание вектора от точки 75  
  
 Параллельный перенос 75  
 Параллелепипед 285  
   – прямой 286  
   – прямоугольный 286  
 Первообразная для функции 207  
 Перестановки 435  
 Перпендикулярность векторов 81  
 Пирамида 260  
   – правильная 263  
 Площадь боковой поверхности пирамиды 381  
   – – – призмы 382  
   – криволинейной трапеции 224  
   – – многогранника 382  
   – – прямого кругового конуса 384  
   – – – – цилиндра 384  
   – сферы 390  
 Подынтегральная функция 223  
 Показательная функция 17  
 Полигон частот 445  
 Потенцирование 34  
 Правила нахождения первообразной 221  
 Правило параллелепипеда 82  
   – параллелограмма 79  
   – треугольника 79  
 Правило умножения 430  
   – сложения 432  
   – дополнения 433  
 Пределы интегрирования 223  
  
 Призма 283  
   – правильная 286  
   – прямая 286  
 Признак монотонности функции 169  
   – постоянства функции 170  
 Производная логарифмической функции 162  
   – показательной функции 161  
   – степенной функции 141  
 Противоположные события 415  
  
 Радиус шара 314  
   – сферы 112  
 Развертка поверхности многогранника 306  
 Размах 451  
 Размещения 436  
 Разность векторов 80  
 Ребро многогранника 305  
   – пирамиды 261  
   – призмы 284  
  
 Свойства интеграла 228  
   – логарифмов 32  
   – логарифмической функции 36  
   – показательной функции 20  
   – степени с рациональным показателем 6  
 Скалярное произведение векторов 81  
 Скалярный квадрат вектора 82  
 Случайное испытание 411  
 Событие случайное 411  
 Среднее арифметическое 447  
 Статистически устойчивые опыты 420  
  
 Степень с показателем рациональным 6  
   – – иррациональным 14  
 Сумма векторов 79  
 Сфера 112  
  
 Тело вращения 328  
 Тетраэдр 261  
   – правильный 263  
 Точки экстремума функции 173  
   – критические функции 175  
   – максимума функции 172  
   – минимума функции 173  
  
 Угол между векторами 81  
 Умножение вектора на число 80  
 Уравнение плоскости 112  
   – сферы 112  
 Усеченная пирамида 264  
 Усеченный конус 271  
  
 Центр шара 314  
   – сферы 112  
 Цилиндр 292  
   – круговой 292  
   – наклонный 292  
   – прямой 292  
  
 Частота события 418  
   – – относительная 418  
 Число  $e$  33  
  
 Шар  
   – описанный вокруг многогранника 318  
   – – – прямого кругового конуса 317  
   – – – – – цилиндра 317  
 Шаровой сектор 330  
   – сегмент 329



## Содержание

Обращение к читателю .....	3
<b>Раздел 1. Показательная и логарифмическая функции</b>	
§1. Показательная функция .....	13
§2. Логарифмы и их применение .....	30
§3. Решение показательных и логарифмических уравнений, неравенств и их систем .....	47
<b>Раздел 2. Векторы и координаты</b>	
§4. Векторы и их применение .....	73
§5. Координаты и их применение .....	98
<b>Раздел 3. Производная и ее приложения</b>	
§6. Производная функции .....	132
§7. Дифференцирование функций .....	156
§8. Исследование функций и построение их графиков с помощью производной .....	168
<b>Раздел 4. Интеграл и его приложения</b>	
§9. Первообразная .....	206
§10. Интеграл .....	220
§11. Применение интеграла .....	235
<b>Раздел 5. Геометрические тела и поверхности</b>	
§12. Пирамиды и конусы .....	260
§13. Призмы и цилиндры .....	283
§14. Многогранники .....	305
§15. Шар и сфера .....	314
§16. Тела вращения .....	327
<b>Раздел 6. Объемы и площади поверхностей геометрических тел</b>	
§17. Объем призмы и цилиндра .....	342
§18. Объем тела вращения .....	362
§19. Площади поверхностей геометрических тел .....	380
<b>Раздел 7. Элементы теории вероятностей и математической статистики</b>	
§20. Случайные события и их вероятности .....	410
§21. Элементы комбинаторики .....	429
§22. Выборочный метод в статистике .....	442
Ответы и указания к задачам .....	467
Предметный указатель .....	477



*Учебное издание*

АФАНАСЬЕВА Ольга Николаевна  
БРОДСКИЙ Яков Соломонович  
ПАВЛОВ Александр Леонидович  
СЛИПЕНКО Анатолий Константинович

## МАТЕМАТИКА

Учебник для 11 класса  
общеобразовательных учебных заведений  
Уровень стандарта

Главный редактор *Богдан Будный*  
Редактор *Владимир Дячун*  
Художник обложки *Владимир Басалыга*  
Дизайн и компьютерная верстка *Андрея Кравчука*

Подписано к печати 26.08.2011. Формат 60×84/16. Бумага офсетная.  
Гарнитура Century Schoolbook. Печать офсетная.  
Усл. печ. лист. 27,90. Усл. крас.-отп. 55,80. Уч.-изд. лист. 21,60.

Видавництво «Навчальна книга – Богдан»  
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців  
ДК №370 від 21.03.2001 р.  
Навчальна книга – Богдан, а/с 529, просп. С. Бандери, 34а, м. Тернопіль, 46008  
тел./факс (0352) 52-06-07; 52-05-48; 52-19-66; (067) 350-18-70  
[publishing@budny.te.ua](mailto:publishing@budny.te.ua) [www.bohdan-books.com](http://www.bohdan-books.com)

ISBN 978-966-10-2413-6



9 789661 024136