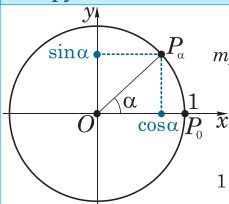


**Натисніть тут, щоб  
купити книгу на сайті  
або замовляйте за телефоном:  
(0352) 51-97-97, (067) 350-18-70,  
(066) 727-17-62**

## Основні формули тригонометрії (1)

### Співвідношення між тригонометричними функціями одного й того самого аргументу



$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  — основна тригонометрична тотожність.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha};$$

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1;$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}; \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}.$$

### Формули додавання

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta;$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta;$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta;$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta;$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}, \quad \alpha, \beta, \alpha + \beta \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z};$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}, \quad \alpha, \beta, \alpha - \beta \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

### Формули подвійного аргументу

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha; \quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha;$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1; \quad \cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha;$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}, \quad \alpha \neq \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}, \quad \alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

### Формули пониження степеня

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}; \quad \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}.$$

**Функція** — це відповідність між змінними  $x$  та  $y$ , при якій *кожному* значенню змінної  $x$  відповідає *єдине* значення змінної  $y$ .

$y = f(x)$  — функція;

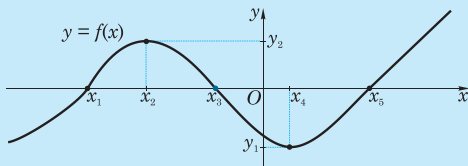
$x$  — незалежна змінна, *аргумент*;

$y$  — залежна змінна, *функція*.

**Область визначення функції** ( $D(y)$ ) — це множина всіх значень, яких набуває незалежна змінна (аргумент).

**Область значень функції** ( $E(y)$ ) — це множина всіх значень, яких набуває залежна змінна (функція).

Функція  $y = f(x)$  задана графічно.



$D(y) = (-\infty; +\infty)$ ;  $E(y) = (-\infty; +\infty)$ ;

$x_1, x_3, x_5$  — нулі функції;

$x_{\max} = x_2$ ,  $x_{\min} = x_4$  — точки екстремуму;

$y_{\max} = y_2$ ,  $y_{\min} = y_1$  — екстремальні значення.

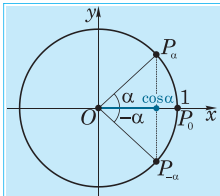
**Проміжки монотонності:**

$(-\infty; x_2]$ ,  $[x_4; +\infty)$  — проміжки зростання;

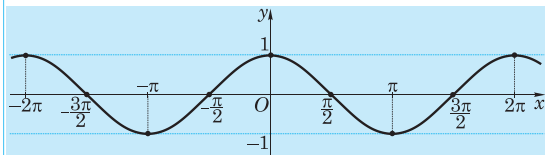
$[x_2; x_4]$  — проміжок спадання.

## Властивості та графік функції

$$y = \cos x$$



**Косинус числа  $\alpha$**  — це **абсциса** точки  $P_\alpha$  одиничного кола, в яку переходить початкова точка  $P_0$  при повороті навколо центра кола на кут  $\alpha$  рад.



$D(y) = (-\infty; +\infty)$  — область визначення.

$E(y) = [-1; 1]$  — область значень.

$\cos(x + 2\pi n) = \cos x$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  — функція періодична.

$\cos(-x) = \cos x$  — функція парна.

$x = \frac{\pi}{2} + \pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  — нулі функції.

$(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n)$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  — проміжки, на яких значення функції додатні.

$(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n)$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  — проміжки, на яких значення функції від'ємні.

$x_{\max} = 2\pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  — точки максимуму;  $y_{\max} = 1$ .

$x_{\min} = \pi + 2\pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  — точки мінімуму;  $y_{\min} = -1$ .

$[-\pi + 2\pi n; 2\pi n]$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  — проміжки, на яких функція зростає.

$[2\pi n; \pi + 2\pi n]$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  — проміжки, на яких функція спадає.

**Теорема 1.** Якщо функція  $y = f(x)$  має границю при  $x \rightarrow x_0$ , то ця границя єдина.

**Теорема 2.** Якщо функції  $y = f(x)$  і  $y = g(x)$  у точці  $x_0$  мають границі, то сума і різниця цих функцій також мають границі у цій точці, до того ж:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow x_0} g(x).$$

$$\blacktriangle \lim_{x \rightarrow -1} (x^2 + 4x) = \lim_{x \rightarrow -1} x^2 + \lim_{x \rightarrow -1} 4x = (-1)^2 + 4 \cdot (-1) = -3;$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x - 3^x) = \lim_{x \rightarrow 2} x - \lim_{x \rightarrow 2} 3^x = 2 - 3^2 = -7. \blacktriangledown$$

**Теорема 3.** Якщо функції  $y = f(x)$  і  $y = g(x)$  у точці  $x_0$  мають границі, то добуток цих функцій також має границю у цій точці, до того ж:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x).$$

$$\blacktriangle \lim_{x \rightarrow -5} ((3x + 4) \cdot (x^2 - 7)) = \lim_{x \rightarrow -5} (3x + 4) \cdot \lim_{x \rightarrow -5} (x^2 - 7) = (3 \cdot (-5) + 4) \cdot ((-5)^2 - 7) = -11 \cdot 18 = -198. \blacktriangledown$$

**Теорема 4.** Якщо функції  $y = f(x)$  і  $y = g(x)$  у точці  $x_0$  мають границі та  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \neq 0$ , то частка цих функцій також має границю у точці  $x_0$ , до того ж:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)}.$$

$$\blacktriangle \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - x^2 + 2x}{8x + x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x^2 - x + 2)}{x(8 + x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x + 2}{8 + x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 - x + 2)}{(8 + x)} = \frac{0^2 - 0 + 2}{8 + 0} = \frac{1}{4}. \blacktriangledown$$