Передмова

Задачі посібника поділено на 12 тем, які охоплюють навчальний матеріал з математики для 5 класу. Відразу зазначимо, що ці задачі не лише для учнів 5 класу — чимала їхня частка аналогічна до тих завдань, які пропонують на математичних олімпіадах чи конкурсах для учнів 6–9 класів.

Кожна тема посібника містить задачі 1–15, які стосуються матеріалу теми, а також нестандартні задачі 16–20, загальні підходи й алгоритми розв'язування яких у шкільному курсі математики не розглядають. Розв'язування задач, які стосуються матеріалу теми, також вимагають нестандартних міркувань, тому до багатьох із них подано розширені вказівки.

Пошук способу розв'язування нестандартних задач потребує кмітливості та винахідливості. Це й обумовлює здебільшого складність таких задач. У посібнику розглянуто деякі типи нестандартних задач, які доволі часто пропонують на математичних конкурсах, турнірах, олімпіадах. Це зокрема задачі на принцип Діріхле, принцип інваріанта, задачі на виграшні стратегії, на розфарбування тощо. Серед різноманіття нестандартних задач указані задачі об'єднує те, що основою їхніх розв'язань є переважно не знання певних теорем чи формул, а лише цілеспрямовані міркування.

У кожній темі посібника описано методи, які можна використати при розв'язуванні задач 16–20 та наведено приклади розв'язань. При цьому увага акцентується не на самому розв'язанні, а на тому, як до нього можна прийти. Кінець розв'язання кожної задачі позначено значком (■).

У посібнику наведено приклади завдань шкільних олімпіад з математики для 5 класу.

Шановні учні та учениці! Захоплення математикою часто починається з роздумів над цікавою, але складною математичною задачею.

Поділ математичних задач на прості та складні є доволі умовним. Мабуть, кожний з вас натрапляв на задачі, в яких і зміст зрозумілий, і розв'язання не вимагає особливих знань, але вони виявляються складними, бо не відомо, як їх розв'язувати.

Даний посібник може допомогти вам опановувати основні методи розв'язування нестандартних задач, а це розвиває кмітливість та креативність, навчає творчо міркувати, формує нестандартність мислення та дій. Це особливо важливо для майбутнього, коли доведеться самим приймати нестандартні рішення у навчальних чи життєвих ситуаціях.

Ідея розв'язування задачі, яка спочатку здається несподіваною, може бути використана при розв'язуванні інших задач. Поступово ця ідея, яка ґрунтується на нібито штучних міркуваннях, починає сприйматися як звичний метод.

Із самого початку важливо зрозуміти: навчитися швидко й без зусиль розв'язувати нестандартні задачі неможливо. Цей посібник для клопіткої, але цікавої роботи.

Шановні вчителі та вчительки! Матеріали посібника розраховані на те, щоб допомогти вам у проведенні занять математичних гуртків. Крім того, цей посібник дає додатковий матеріал, який дозволяє, не відходячи далеко від програми, зробити уроки жвавішими та цікавішими.

Сподіваємося, що даний посібник стане в нагоді як для першого знайомства з нестандартними задачами, так і для підготовки учнів до участі в математичних олімпіадах і конкурсах.

Розв'язуйте задачі із задоволенням!

Бажаємо успіхів!

Тема 1

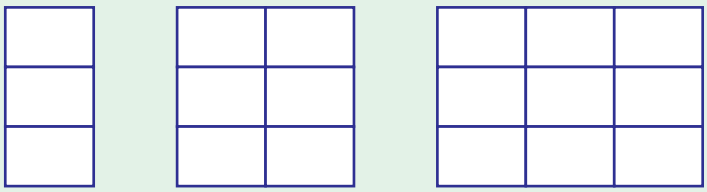
Натуральні числа, підрахунки. Порівняння натуральних чисел

1 Номери у готелі пронумеровані числами від 1 до 120 включно. Скільки у цих номерах є: 1) цифр 0; 2) всіх цифр?

2 Уляна живе в будинку, квартири якого пронумеровані послідовними натуральними числами, починаючи з 1. Вона порахувала, що в номерах, які передують номеру її квартири, цифра 3 зустрічається 15 разів, а цифра 5 — 4 рази. Який номер має квартира, в якій живе Уляна?

3 Десять точок лежать на одній прямій. Скільки існує відрізків із кінцями в цих точках?

4 Скільки прямокутників зображено на рисунку 1); на рисунку 2); на рисунку 3)?



1) 2) 3)

5 У скільки разів шлях з першого поверху будинку на десятий довший за шлях із першого поверху на другий; на четвертий?

6 Вікторія, Дарина і Сергій живуть в одному під'їзді відповідно на сьомому, на першому і на п'ятому поверхах. Щоб піднятися на свій поверх від дверей під'їзду, Вікторія повинна пройти 130 східців, а Дарина — 10. Скільки східців повинен пройти Сергій, щоб від дверей під'їзду піднятися на свій поверх?

7 Колоду завдовжки 4 м тато розпиляв на частини завдовжки 40 см кожна. Скільки він зробив розпилів?

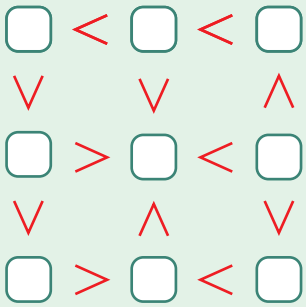
8 Бабуся посадила в ряд 5 троянд. Мама між кожними двома сусідніми трояндами посадила по одному чорнобривцю, після чого Наталя між кожними двома сусідніми квітами посадила по одному тюльпану. Скільки квітів посадили бабуся, мама і Наталя разом?

9 Щоб зробити прямолінійну ділянку огорожі, встановили 10 стовпів на однаковій відстані один від одного. Відстань між крайніми стовпами дорівнює 27 м. Знайдіть відстань між сусідніми стовпами.

10 У саду є 10 яблунь, які розташовані в ряд на відстані 5 м одна від одної. Поруч із крайньою яблунею стоїть бак з водою та одне відро, використовуючи яке господар полив усі яблуні та поставив відро біля бака. Скільки метрів пройшов господар, якщо відро води він використовував для поливання двох дерев?

11 Семеро хлопців збирали під деревом горіхи. Кожний знайшов хоча б один горіх, але не більше п'яти горіхів. Більше одного горіха знайшли 6 хлопців, більше двох горіхів — 4 хлопці, більше трьох — 3, більше чотирьох — 1. Скільки всього горіхів знайшли хлопці?

12 Натуральні числа від 1 до 9 впишіть у клітинки так, щоб виконувалися нерівності:



13 Скільки є трицифрових чисел, які:

1) менші від 150;

2) більші за 600;

3) більші за 150, але менші від 600?

14 Знайдіть найбільше натуральне число, в якому всі цифри різні, а кожні дві сусідні відрізняються щонайменше на 2.

15 Соломія записала 10 чотирицифрових чисел. Чи обов'язково серед них знайдуться два числа, які мають ту саму цифру в розряді тисяч; у розряді сотень?

Додаткові задачі

16 Олені, Мар'яні, Степану і Максиму — переможцям математичного турніру — вручили дипломи і по одній троянді. Кольори троянд різні — червоний, рожевий, білий і жовтий. Відомо, що:
1) в Олени — не червона і не жовта троянда;
2) троянда Мар'яни — не жовта;
3) Степан отримав білу троянду.
Троянду якого кольору отримав Максим?

17 П'ять дівчат узяли участь у забігу. Зоя не перемогла і не фінішувала останньою. Валерія також не перемогла, але випередила принаймні двох дівчат. Ганна фінішувала після Валерії, а Наталя — перед Ольгою. Хто переміг у забігу?

18 Однокласники Василь, Петро та Остап мають прізвища Василенко, Петренко та Остапенко, але Василь — не Василенко, Петро — не Петренко, Остап — не Остапенко. Відомо також, що Петро й Остапенко є друзями. Яке прізвище має Василь?

19 Юрій, Андрій, Назар і Микола відвідують спортивні секції: два хлопці займаються футболом, один займається плаванням, а ще один — боротьбою. Юрій і Назар відвідують різні секції. Також різні секції відвідують Назар і Микола. Андрій не займається ні футболом, ні боротьбою. Яким видом спорту займається Юрій?

20 На столі вряд стоять 4 чашки з різними напоями — кавою, какао, чаєм і соком. Відомо, що:
1) у четвертій чашці — не чай і не сік;
2) кава — не в другій і не в четвертій чашці;
3) у третій чашці — какао або сік.
В які чашки налито кожний напій?

Методи та ідеї для розв'язування задач 16–20

Розв'язувати задачі 16–20 можна по-різному. Розглянемо приклад, який ілюструє один зі способів розв'язування таких задач.

Приклад Марта, Руслана, Артем і Максим беруть участь у всеукраїнському інтернет-конкурсі. Вони проживають у різних містах — Києві, Харкові, Львові й Одесі. Відомо, що:
1) Максим проживає не у Львові і не в Одесі;
2) у Києві проживає не Руслана і не Максим;
3) Артем проживає в Харкові або в Одесі.
В якому місті проживає кожний учасник інтернет-конкурсу?

Розв'язання. Використовуючи умову задачі, складемо таблицю:

Учасники/міста	Київ	Харків	Львів	Одеса
Марта	+	–	–	–
Руслана	–	–	+	–
Артем	–	–	–	+
Максим	–	+	–	–

Відповідь. Марта проживає в Києві, Руслана — у Львові, Артем — в Одесі, Максим — у Харкові. ■

Пояснення. Щоб заповнити таблицю, потрібно проаналізувати кожну з трьох наведених умов.

1-й крок. Враховуючи, що Максим проживає не у Львові і не в Одесі, маємо:

Учасники/міста	Київ	Харків	Львів	Одеса
Марта				
Руслана				
Артем				
Максим			–	–

2-й крок. У Києві проживає не Руслана і не Максим, тому маємо:

Учасники/міста	Київ	Харків	Львів	Одеса
Марта				
Руслана	–			
Артем				
Максим	–		–	–

Отже, Максим проживає в Харкові.

Учасники/міста	Київ	Харків	Львів	Одеса
Марта		–		
Руслана	–	–		
Артем		–		
Максим	–	+	–	–

3-й крок. Артем проживає в Харкові або в Одесі (не в Києві і не у Львові), тому маємо:

Учасники/міста	Київ	Харків	Львів	Одеса
Марта		–		
Руслана	–	–		
Артем	–	–	–	
Максим	–	+	–	–

Отже, Артем проживає в Одесі, а Марта — у Києві. Тоді Руслана проживає у Львові.

Зміст

Переджова 3

Тема 1 Натуральні числа, підрахунки. Порівняння натуральних чисел 5

Тема 2 Додавання і віднімання натуральних чисел 11

Тема 3 Множення і ділення натуральних чисел 17

Тема 4 Ділення без остачі та з остачею 23

Тема 5 Вирази. Рівняння 29

Тема 6 Текстові задачі 35

Тема 7 Комбінаторні задачі 41

Тема 8 Геометричні фігури та величини 47

Тема 9 Звичайні дроби 53

Тема 10 Десяткові дроби. Додавання і віднімання десяткових дробів 59

Тема 11 Множення і ділення десяткових дробів 65

Тема 12 Відсотки. Середнє арифметичне 71

Завдання шкільних олімпіад для 5 класу 77

Відповіді та вказівки 86

Література 94