

О.Г. Возняк

А Л Г Е Б Р А

У ПРАКТИЧНІЙ ДІЯЛЬНОСТІ

Навчальний посібник



ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА — БОГДАН

УДК 512.1(075.3)
ББК 22.1я72
В64

Рецензенти:

старший викладач кафедри математики та методики викладання математики
Тернопільського національного педагогічного університету
імені Володимира Гнатюка
Моховик О.В.

доцент кафедри фізики, математики та інформатики
Кременецького обласного гуманітарно-педагогічного інституту
імені Тараса Шевченка
Фурман О.А.

Возняк О.Г.

В64 Алгебра у практичній діяльності . 7–9 класи : навчальний посібник /
О.Г. Возняк. — Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 2014. — 152 с.
ISBN 978-966-10-3119-6

У посібнику зібрано понад 300 задач прикладного спрямування з усіх тем основного курсу алгебри 7–9 класів.

Для вчителів математики та учнів загальноосвітніх закладів фізико-математичного профілю, студентів вищих навчальних закладів і для тих, котрі цікавляться математикою.

УДК 512.1(075.3)
ББК 22.1я72

*Охороняється законом про авторське право.
Жодна частина цього видання не може бути відтворена
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

ПЕРЕДМОВА

*Алгебра щедра, вона часто
дає більше, ніж у неї просять.*

Ж. Д'Аламбер,
французький математик

Пропонований посібник відповідає чинній програмі з алгебри основної школи. У ньому подано понад 300 задач прикладного характеру, які пронизують усі теми основного курсу алгебри 7-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів.

Посібник складається з параграфів, а кожний параграф — з пунктів, відповідним чином пронумерованих. Так, запис 3.2 позначає другий пункт третього параграфа.

Кожна тема містить: теоретичний матеріал, поданий стисло і відповідає програмі з алгебри, відомості з історії математики, цікаві завдання з алгебри, а також задачі та завдання практичного змісту.

Те, що треба пам'ятати, записано курсивом або виділено жирним шрифтом. Складніші задачі виробничого характеру стисло розв'язані або подано вказівки для розв'язування, до інших номерів задач подані відповіді. Задачі, що відповідають високому рівню навчальних досягнень учнів з алгебри, позначені значком *.

В окремих темах містяться історичні довідки з історії математики та цікаві завдання з елементами новизни, несподіванки.

Пропонований посібник має на меті допомогти вчителів математики при підготовці до уроків з алгебри. У кожній темі містяться задачі, які можна використати для мотивації навчання, для створення проблемної ситуації, яка є важливим прийомом активізації уваги учнів, бо інтенсивна розумова діяльність виникає при необхідності подолати ряд труднощів, пов'язаних з даною проблемою.

Істотне значення для активізації розумової діяльності учнів має форма повідомлення і спосіб обґрунтування теми, яке можна здійснити за допомогою розв'язування задачі практичного змісту.

ВСТУП

Математика стала однією з провідних наук сучасності. Можна без перебільшення сказати, що ми живемо в час математизації всіх наук. Математичні методи застосовуються зараз не лише в так званих точних науках, а й у ряді гуманітарних дисциплін. За допомогою математики розшифровують стародавні записи, керують рухом транспорту, планують роботу підприємств тощо.

З погляду сучасних досягнень сучасної математики її шкільний курс — це курс елементарний, але його застосування у практичній діяльності та у виробництві велике. Тому перед учителем математики постає завдання показати учням можливості застосування на практиці набутих у школі знань.

Не лише інженерові, технікові, а й кожному кваліфікованому робітнику доводиться працювати над удосконаленням машин, пристроїв, технології обробки окремих деталей і т. ін.

Для цього потрібні не тільки теоретичні знання з математики, але і певні практично-технічні математичні навички і вміння.

Інакше кажучи, шкільний курс математики має, крім загальноосвітніх завдань, розв'язувати і завдання підготовки учнів до практичної діяльності у виробництві. А це завдання неможливо розв'язати, подавши на одному-другому уроці приклади застосування математики на виробництві або прочитавши доповідь чи лекцію на цю тему. Тут потрібна тривала цілеспрямована робота вчителя при вивченні кожної теми.

Математика, і зокрема алгебра, має великі можливості показати учням використання того чи іншого теоретичного питання на практиці, принципи вміння і навички, необхідні у практичній діяльності людини. Вона проникає в усі сфери людської діяльності.

Основною формою показу застосування алгебри на практиці залишається розповідь учителя про практичні використання тих чи інших формул і несподівані прийоми у процесі розв'язування прикладних задач.

7. КВАДРАТНІ РІВНЯННЯ

7.1. Формула коренів квадратного рівняння

Рівняння, що має вигляд $ax^2 + bx + c = 0$, де x — змінна, а a , b , c — довільні числа, причому $a \neq 0$, називається квадратним.

Числа a і b називаються, відповідно, першим і другим коефіцієнтом, c — вільним членом квадратного рівняння.

Рівняння $ax^2 + bx + c = 0$, у якому $a = 1$, називається зведеним. У такому випадку воно має вигляд $x^2 + px + q = 0$, де p і q — будь-які числа.

Коефіцієнти b або c чи обидва можуть дорівнювати нулю. Тоді рівняння називається **неповним квадратним рівнянням**.

$$\text{Якщо } c = 0, \text{ то } ax^2 + bx = 0 \Rightarrow x(ax - b) = 0, x_1 = 0, x_2 = -\frac{b}{a}.$$

$$\text{Якщо } b = 0, \text{ то } ax^2 + c = 0 \Rightarrow x^2 = -\frac{c}{a}, x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}, \text{ якщо } -\frac{c}{a} > 0.$$

$$\text{Якщо } b = c = 0, \text{ то } ax^2 = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Розв'яжемо квадратне рівняння $ax^2 + bx + c = 0$.

$$a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c = 0 \Leftrightarrow a\left(x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2}\right) - \frac{b^2}{4a} + c = 0 \Leftrightarrow$$

$$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c = 0 \Leftrightarrow a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a} - c \Leftrightarrow$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{a}{c} \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \Leftrightarrow$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \Leftrightarrow x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \Leftrightarrow$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{і} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

306. Знайдіть силу F , яку треба прикласти до вільного кінця конопляного каната, щоб втримати вантаж $P = 4 \cdot 10^3$ Н за допомогою поліспада, що складається з чотирьох блоків (рис. 105). Відомо, що, завдяки тертю, натяг каната поліспада змінюється в геометричній прогресії, знаменник якої $q = 0,837$.
[$P = 1530$ Н.]

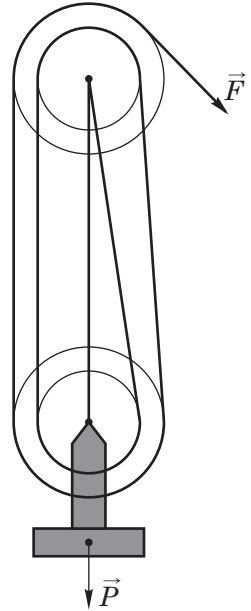


Рис. 105

ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Аксиоми для нащадків. — Львів: «Меморіал», 1992. — 544 с.
2. Бородін О.І., Бугай А.С. Біографічний словник діячів у галузі математики. Київ: «Радянська школа», 1973 — 552 с.
3. Бородін О.І., Гольдвассер Й.І., Пуляев О.В. Збірник задач з математики (на основі виробництва). Київ: «Радянська школа», 1963 — 148 с.
4. Возняк Г.М., Гусев В.А. Прикладные задачи на экстремумы. Москва: «Просвещение», 1985. — 144 с.
5. Возняк Г.М., Маланюк К.П. Прикладна спрямованість шкільного курсу математики. Київ: «Радянська школа», 1984. — 80 с.
6. Возняк Г.М., Возняк О.Г. Математика. Задачі: від теорії до практики. Тернопіль: Мандрівець, 2003. — 144 с.
7. Возняк Г.М., Литвиненко Г.М., Мальований Ю.І. Алгебра, 7 клас. Підручник для загальноосвітніх навчальних закладів. Тернопіль: Навчальна книга «Богдан», 2003. — 192 с.
8. Возняк Г.М., Литвиненко Г.М., Мальований Ю.І. Алгебра, 8 клас. Підручник для загальноосвітніх навчальних закладів. Тернопіль: Навчальна книга «Богдан», 2003. — 208 с.
9. Конфорович А.Г. Визначні математичні задачі. — Київ: «Радянська школа», 1981. — 192 с.
10. Конфорович А.Г. Математика служить людині. — Київ: «Радянська школа», 1984. — 166 с.
11. Мальований Ю.І., Литвиненко Г.М., Возняк Г.М., Алгебра, 9 клас. Підручник для загальноосвітніх навчальних закладів. Тернопіль: Навчальна книга «Богдан», 2009. — 288 с.
12. Перельман Я.І. Цікава алгебра. Київ: «Техніка», 1973. — 186 с.
13. Петров В.А. Преподавание математики в сельской школе. Москва: «Просвещение», 1986. — 128 с.
14. Теряшин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики. Москва: «Просвещение», 1990. — 96 с.
15. Шклярин А.Б., Федянов А.М., Сандлер Б.Г. Алгебраические задачи в технике. Москва: «Просвещение», 1962. — 116 с.

ЗМІСТ

Передмова	3
Вступ	4
1. Цілі вирази	6
1.1. Алгебраїчні вирази	6
1.2. Тотожно рівні вирази. Тотожності	8
1.3. Степінь з натуральним показником	9
1.4. Властивості степеня з натуральним показником	12
1.5. Одночлен. Перетворення одночленів	13
1.6. Многочлен. Перетворення многочленів	14
1.7. Додавання і віднімання многочленів	16
1.8. Добуток одночлена і многочлена. Розкладання многочлена на множники способом винесення спільного множника за дужки	17
1.9. Добуток многочленів. Розкладання многочлена на множники способом групування	18
2. Формули скороченого множення	20
2.1. Різниця квадратів	20
2.2. Квадрат двочлена	21
2.3. Сума і різниця кубів	23
3. Функція	26
3.1. Поняття функції. Область визначення і область значень функції	26
3.2. Способи задання функції	28
3.3. Лінійна функція	29
4. Рівняння та система рівнянь	32
4.1. Лінійне рівняння з однією змінною. Рівняння як математична модель задачі	32
4.2. Лінійне рівняння з двома змінними та його графік	36
4.3. Система двох лінійних рівнянь з двома змінними	40
4.4. Спосіб підстановки	42
4.5. Спосіб додавання	44
5. Раціональні дроби	48
5.1. Раціональні вирази	48
5.2. Основна властивість дроби	50
5.3. Додавання і віднімання дробів	51
5.4. Множення і ділення дробів	54
5.5. Раціональні рівняння	57
5.6. Степінь з цілим показником і його властивості	58
5.7. Функція $y = \frac{k}{x}$, її графік і властивості	60
6. Дійсні числа	62
6.1. Раціональні числа	62
6.2. Ірраціональні числа. Дійсні числа	64

6.3. Числові множини. Етапи розвитку числа	65
6.4. Рівняння $x^2 = a$. Квадратний корінь. Функція $y = x^2$	67
6.5. Арифметичний квадратний корінь з добутку, дробу і степеня.....	70
7. Квадратні рівняння.....	73
7.1. Формула коренів квадратного рівняння	73
7.2. Теорема Вієта. Розкладання квадратного тричлена на лінійні множники..	76
7.3. Розв'язування задач за допомогою квадратних рівнянь	79
8. Нерівності	83
8.1. Числові нерівності	84
8.2. Основні властивості нерівностей	85
8.3. Почленне додавання і множення числових нерівностей	85
8.4. Лінійні нерівності з однією змінною	87
8.5. Системи лінійних нерівностей з однією змінною	90
8.6. Доведення нерівностей	91
9. Квадратична функція	93
9.1. Поняття квадратичної функції та її графік	93
9.2. Властивості функції $y = ax^2 + bx + c$	99
10. Квадратні нерівності з однією змінною.....	108
10.1. Графічний спосіб розв'язування нерівностей	108
10.2. Аналітичні способи розв'язування нерівностей.....	109
11. Системи рівнянь другого степеня з двома змінними.....	111
11.1. Степінь рівняння з двома змінними	111
11.2. Розв'язування системи рівнянь другого степеня з двома змінними	111
12. Елементи комбінаторики.....	115
12.1. Множина, її елементи та види.....	115
12.2. Основний принцип комбінаторики і розміщення	117
12.3. Перестановки	120
12.4. Комбінації.....	120
13. Елементи теорії ймовірностей	123
13.1. Поняття про теорію ймовірностей	123
13.2. Основні поняття теорії ймовірностей	125
13.3. Ймовірність події.....	126
14. Елементи теорії статистики	128
14.1. Початкові відомості про математичну статистику	128
14.2. Графічне зображення статистичних даних	130
14.3. Середні величини.....	132
15. Числові послідовності.....	136
15.1. Послідовності та їх властивості.....	136
15.2. Арифметична прогресія.....	137
15.3. Загальний член арифметичної прогресії	138
15.4. Сума n перших членів арифметичної прогресії	139
15.5. Геометрична прогресія.....	143
15.6. Нескінченна геометрична прогресія та її сума при $ q < 1$	147
Використана література	149



Навчальне видання

ВОЗНЯК Ольга Григорівна

АЛГЕБРА В ПРАКТИЧНІЙ ДІЯЛЬНОСТІ

Навчальний посібник

Головний редактор *Богдан Будний*

Редактор *Володимир Дячун*

Художник обкладинки *Андрій Кравчук*

Дизайн та комп'ютерна верстка *Андрія Кравчука*

Підписано до друку 1.03.2014. Формат 60×84/16. Папір офсетний.
Гарнітура Century SchoolBook. Умовн. друк. арк. 9,03. Умовн. фарбо-відб. 9,03.

Видавництво «Навчальна книга – Богдан»

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру видавців,
виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції
ДК № 4221 від 07.12.2011 р.

Навчальна книга – Богдан, просп. С. Бандери, 34а, м. Тернопіль, 46002

Навчальна книга – Богдан, а/с 529, м. Тернопіль, 46008

тел./факс (0352)52-06-07; 52-19-66; 52-05-48

office@bohdan-books.com www.bohdan-books.com

ISBN 978-966-10-3119-6



9 789661 031196