

С.П. Цуренко

*За програмою 11-річної школи*

# **Математика**

## **10 клас**

Рівень стандарту

Багатоваріантні  
різнорівневі тренувальні вправи  
для класних робіт і домашніх завдань



ТЕРНОПІЛЬ  
НАВЧАЛЬНА КНИГА — БОГДАН

ББК 22.1я72  
74.262.21  
Ц87

Рецензент  
*О.О. Васько,*  
викладач математики Сумського державного педагогічного університету  
ім. А. С. Макаренка

**Цуренко С.П.**

Ц87 Математика. 10 клас. Рівень стандарту: Багатоваріантні різнорівневі тренувальні вправи для класних робіт і домашніх завдань. — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2012. — 112 с.

**ISBN 978-966-10-1925-5**

Посібник містить багатоваріантні різнорівневі тренувальні вправи для класних робіт і домашніх завдань з курсу математики 10 класу (рівень стандарту).

Задачі посібника трьох рівнів складності згруповані за темами, що відповідають переліку тем тематичного оцінювання, рекомендованих Міністерством освіти і науки України.

За основу посібника взята розроблена автором методична технологія складання тексту однотипних багатоваріантних задач. Вона дає змогу за допомогою умови однієї задачі збільшити кількість використаних однотипних задач у десятки разів; забезпечити кожного учня окремою задачею і прогнозувати відповідь до неї, зекономити при цьому час на запис і перевірку відповідей.

Для вчителів та учнів середніх навчальних закладів, викладачів і студентів фізико-математичних факультетів вищих навчальних закладів.

ББК 22.1я72

*Охороняється законом про авторське право.  
Жодна частина цього видання не може бути використана  
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

**ISBN 978-966-10-1925-5**

© Навчальна книга — Богдан,  
майнові права, 2012

## Рекомендації для вчителів

У посібнику пропонуємо тренувальні вправи для тематичного оцінювання з усіх тем курсу математики 10 класу (рівень стандарту), відповідно до державної програми з математики для 10–11 класів, витяги з якої у вигляді Додатків розміщені в кінці посібника.

Задачний матеріал посібника може бути використаний у класах, де алгебра і початки аналізу та геометрія вивчаються за навчальними програмами академічного рівня. Витяги з навчальної програми (академічний рівень) у вигляді Додатків розміщені в кінці посібника.

Задачі посібника різного рівня складності згруповані за темами, що відповідають чинній програмі з математики 10–11 класів. Задачі, позначені символом  $n^\circ$  ( $n$  — номер задачі), відповідають початковому і середньому рівням навчальних досягнень учнів; задачі, позначені символом  $n^*$ , відповідають достатньому рівневі; задачі, позначені символом  $n^{**}$ , відповідають високому рівневі. До всіх задач наведено відповіді.

Умови задач тренувальних вправ підбрані так, що числові значення вправи враховують порядковий номер учня у класному журналі, тому умова однієї вправи — окремий варіант для кожного учня класу. Відповіді до кожного варіанта прогнозуються вчителем умовою задач, що дає змогу за короткий час перевірити й оцінити роботу кожного учня класу.

Завдяки цьому можна урізноманітнити навчальний процес, індивідуалізувати роботу як вдома, так і в класі; за умовою однієї задачі збільшити ресурс використаних однотипних задач у десятки разів, формувати в учнів стійкі навички і вміння розв'язування задач однотипного характеру, якісно підготувати їх до тематичного контролю. Це дасть змогу об'єктивно оцінити навчальні досягнення учнів з математики під час тематичного контролю і державної атестації.

Використання порядкового номера учня, охоплення кожного учня індивідуальною задачею, прогнозування відповідей до кожної задачі за допомогою умови завдань — це шляхи застосування методів інформатики і комп'ютерних технологій у навчальному процесі без самого комп'ютера.

Залежно від складу учнів, навчальних можливостей класу, теми з алгебри і початків аналізу чи геометрії, кількості годин, відведених на тему, рівня складності задачі учитель обирає різні шляхи використання багатоваріантних тренувальних вправ для класних робіт і домашніх завдань.

*Задачі тренувальних вправ є універсальними.*

При  $N = 1$  умову тренувальної вправи можна використати одноразово і це буде одноваріантна задача, яку зазвичай подають в навчальних посібниках і підручниках з математики інших авторів.

При  $N = 1; 2$  або  $N = 3$  можна розв'язати тренувальну вправу (рівняння, нерівність, систему рівнянь тощо) в класі, а вдома розв'язати цю ж вправу при  $N = 4; 5$  або  $N = 6$ .

При  $N = 1, 2, 3, \dots, 30$  ( $30$  — кількість учнів класу) умова однієї тренувальної вправи дозволяє одержати  $30$  однотипних задач, які є окремим варіантом для кожного учня, і задавати додому індивідуальні завдання.

У класах з високими навчальними можливостями у класі бажано розв'язати тренувальну вправу з невеликим натуральним числом  $N = 1; 2$  або  $N = 3$  (при менших числах зручніше робити обчислення), що економить час на уроці, а учням, які мають в журналі порядкові номери 1, 2 або 3 запропонувати у домашньому завданні підставити в умову цієї вправи  $N = 31; 32$  або  $N = 33$ , якщо в класі 30 учнів.

Задачі тренувальних вправ можна також використовувати вчителю для складання текстів для самостійних робіт, домашніх і класних контрольних робіт.

В залежності від теми, що вивчається, навчальних можливостей класу вчитель, проглядаючи задачі посібника, робить підбірку (комплектацію) завдань для самостійної, домашньої або класної роботи.

Для геометрії це може бути комплект з 2, 3 або 4 завдань; для алгебри — з 3, 4, 5 або 6 завдань.

Кожен комплект задач самостійної або контрольної роботи повинен містити завдання різного рівня. Кожне правильно розв'язане завдання орієнтовно оцінюється певною кількістю балів. Правильне розв'язання всіх завдань дає змогу одержати учневі максималь-

ну оцінку 12 балів. Кількість завдань самостійної або контрольної роботи є орієнтовною.

У класі з середніми навчальними можливостями учитель може зменшити кількість завдань, а у класі з високими навчальними можливостями — збільшити їхню кількість, змінивши оцінювання в балах так, щоб загальна сума балів за правильне розв'язання всіх завдань дорівнювала 12 балів.

Наприклад, якщо самостійна або контрольна робота містить 3 завдання, то перше завдання повинно відповідати початковому та середньому рівням навчальних досягнень учнів і оцінюватися 6 балами, друге завдання достатнього рівня оцінюється 3 балами, третє завдання високого рівня теж оцінюється 3 балами.

Детально ознайомитися з технологією складання тексту однотипних багатоваріантних задач з використанням порядкового номера учня в класному журналі читач може у таких джерелах:

## НАВЧАЛЬНІ ПОСІБНИКИ

1. Цуренко С.П. Дидактичні матеріали з математики. З досвіду проведення самостійних робіт. — Тернопіль : Астон, 2002. — 104 с.
2. Цуренко С.П. Багатоваріантні контрольні, самостійні, класні і домашні роботи. Алгебра і початки аналізу. Геометрія. 11 клас. Тематичне оцінювання. — Тернопіль: Навчальна книга — Богдан, 2004. — 88 с.
3. Цуренко С.П. Інформатика. Програмування. 10—11 класи. Тематичне оцінювання: Навчальний посібник. — Тернопіль: Навчальна книга — Богдан, 2004. — 128 с.
4. Цуренко С.П. Багатоваріантні контрольні, самостійні, класні і домашні роботи. Алгебра. Геометрія. 8 клас. Тематичне оцінювання. — Тернопіль: Навчальна книга — Богдан, 2004. — 80 с.
5. Цуренко С.П. Багатоваріантні контрольні, самостійні, класні і домашні роботи. Алгебра і початки аналізу. Геометрія. 10 клас: Тематичне оцінювання. — Тернопіль: Навчальна книга — Богдан, 2004. — 72 с.
6. Цуренко С.П. Багатоваріантні контрольні, самостійні, класні і домашні роботи. Алгебра. Геометрія. 7 клас. Тематичне оцінювання. — Тернопіль: Навчальна книга — Богдан, 2005. — 80 с.
7. Цуренко С.П. Збірник задач з геометрії. 8—9 класи. Багатоваріантні різнорівневі однотипні табличні задачі. — Тернопіль: Навчальна книга — Богдан, 2010. — 88 с.

## Перпендикулярність прямих і площин

Пояснимо методичну технологію складання тексту однотипних багатоваріантних завдань на задачі з теми „Перпендикулярність прямих і площин”, де для всіх варіантів буде спрогнозована відповідь  $2R$  см, вибрана з відповідних варіантів допоміжних таблиць геометричних фігур, складених з піфагорових трикутників, що подаються в Додатку 1 до посібника.

**Задача 1а.** Точка  $K$  рівновіддалена від вершин:

- а) прямокутного трикутника з катетами  $a$  см і  $b$  см (числові значення  $a$  і  $b$  вибираються вчителем із таблиці піфагорових трикутників (усього 52 варіанти));
- б) прямокутника зі сторонами  $a$  см і  $b$  см (числові значення  $a$  і  $b$  вибираються вчителем із таблиці піфагорових трикутників (усього 52 варіанти));
- в) рівнобедреного трикутника зі сторонами  $a$  см і  $b = c$  см (числові значення  $a$ ,  $b$  і  $c$  вибираються вчителем із таблиці рівнобедрених трикутників (усього 104 варіанти));
- г) рівнобічної трапеції з основами  $a$  см,  $b$  см і бічною стороною  $c$  см (числові значення  $a$ ,  $b$  і  $c$  вибираються вчителем із двох таблиць для рівнобічних трапецій (усього 62 варіанти));
- г) трикутника зі сторонами  $a$  см,  $b$  см і  $c$  см (числові значення  $a$ ,  $b$  і  $c$  вибираються вчителем із таблиці різносторонніх трикутників (усього 60 варіантів)) на відстань  $R\sqrt{5}$  см (числові значення  $R$  вибираються вчителем з відповідного варіанта і таблиць, поданих в Додатку).  
Знайдіть відстань від точки  $K$  до площини:
  - а) прямокутного трикутника;
  - б) прямокутника;
  - в) рівнобедреного трикутника;
  - г) рівнобічної трапеції;
  - г) різностороннього трикутника.

*Відповідь.*  $2R$  см (числові значення  $R$  вибирається вчителем з відповідного варіанта і таблиць, поданих в Додатку 1).

Розв'язання цих 330 однотипних задач ( $52 + 52 + 104 + 62 + 60 = 330$  варіантів) зводиться до знаходження значень подвоєного радіуса кола, описаного навколо відповідної фігури, що уже обчислені у відповідних планіметричних таблицях Додатка 1.

Це дає змогу вчителю чи учню швидко перевірити правильність розв'язання кожної із 330 задач, звіряючи знайдені числові значення  $2R$  з поданими значеннями  $R$  у відповідних таблицях.

Використовуючи результати Додатка 1, можна скласти тексти різноманітних задач з теми «Перпендикулярність прямих і площин» (задач на обчислення, задач, що зводяться до складання квадратних рівнянь, біквадратних рівнянь і системи рівнянь, задач на використання формул тригонометрії, подібності фігур). Але можна збільшити ресурс використаних задач у десятки і сотні разів шляхом уведення в умову задачі порядкового номера учня у класному журналі, спрогнозувати відповідь до кожної багатоваріантної задачі.

**Завдання.** Розв'яжіть задачу, де  $N$  — ваш порядковий номер в класному журналі.

**Задача 2а.** Точка  $K$  рівновіддалена від вершин:

- а) прямокутного трикутника з катетами  $Na$  см і  $Nb$  см (числові значення  $a$  і  $b$  вибираються з відповідної таблиці і  $N = 1, 2, 3, \dots, 30$ );
- б) прямокутника зі сторонами  $Na$  см і  $Nb$  см (числові значення  $a$  і  $b$  вибираються з відповідної таблиці і  $N = 1, 2, 3, \dots, 30$ );
- в) рівнобедреного трикутника зі сторонами  $Na$  см і  $bN = cN$  см (числові значення  $a$ ,  $b$  і  $c$  вибираються з відповідної таблиці і  $N = 1, 2, 3, \dots, 30$ );
- г) рівнобічної трапеції з основами  $Na$  см і  $Nb$  см і бічною стороною  $Nc$  см (числові значення  $a$ ,  $b$  і  $c$  вибираються із відповідної таблиці і  $N = 1, 2, 3, \dots, 30$ );
- г) трикутника зі сторонами  $Na$  см,  $Nb$  см і  $Nc$  см (числові значення  $a$ ,  $b$  і  $c$  вибираються з відповідної таблиці і  $N = 1, 2, 3, \dots, 30$ ) на відстань  $R\sqrt{5}N$  см (числові значення  $R$  вибираються з відповідної таблиці і  $N = 1, 2, 3, \dots, 30$ ).  
Знайдіть відстань від точки  $K$  до площини відповідної фігури а) – г).

*Відповідь.* а)  $2RN$  см; б)  $2RN$  см; в)  $2RN$  см; г)  $2RN$  см; г)  $2RN$  см (числові значення  $R$  вибираються вчителем з відповідного варіанта і таблиць, поданих в Додатку 1).

Легко пересвідчитись, що ресурс усіх задач, складених за текстом умови задачі 2а, може становити  $330 \cdot 30 = 9900$  однотипних задач (варіантів).

функцій на добуток; [формули пониження степеня; формули половинного кута]; формули перетворення добутку тригонометричних функцій на суму.	
<b>Тема 4. Тригонометричні рівняння і нерівності</b> (16 год). Обернені тригонометричні функції: означення, властивості, графіки. Найпростіші тригонометричні рівняння. Основні способи розв'язування тригонометричних рівнянь. Найпростіші тригонометричні нерівності.	<i>Описує</i> зміст понять обернена функція, обернені тригонометричні функції. <i>Обґрунтовує</i> розв'язки найпростіших тригонометричних рівнянь, нерівностей. <i>Розв'язує</i> нескладні тригонометричні рівняння та найпростіші нерівності.

**Додаток 5. Геометрія. 10-й клас. Навчальна програма.  
Академічний рівень**

(70 год, 2 год на тиждень, резервний час — 8 год)

Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
<b>Тема 1. Систематизація та узагальнення фактів і методів планіметрії</b> (8 год). Аксіоми планіметрії. Система опорних фактів курсу планіметрії. Геометричні і аналітичні методи розв'язування планіметричних задач. Приклади застосування координат [і векторів] до розв'язування планіметричних задач та складання рівнянь чи систем рівнянь за умовою геометричної задачі.	<i>Розрізняє</i> означувані і неозначувані поняття, аксіоми і теореми, властивості геометричних фігур. <i>Використовує</i> вивчені в основній школі формули і властивості для розв'язування нескладних планіметричних задач.
<b>Тема 2. Вступ до стереометрії</b> (6 год). Основні поняття стереометрії. Аксіоми стереометрії та наслідки з них. Просторові геометричні фігури. Приклади не плоских просторових фігур (куб, прямокутний паралелепіпед, піраміда). Найпростіші задачі на побудову перерізів куба, прямокутного паралелепіпеда, піраміди.	<i>Розрізняє</i> означувані і неозначувані поняття, аксіоми і теореми. <i>Називає</i> основні поняття стереометрії. <i>Наводить приклади</i> просторових геометричних фігур (плоских і неплоских). <i>Формулює</i> аксіоми стереометрії та наслідки з них. <i>Пояснює</i> застосування аксіом стереометрії до розв'язування нескладних геометричних і практичних задач. <i>Розв'язує</i> нескладні задачі на побудову перерізів куба, прямокутного паралелепіпеда та піраміди.
<b>Тема 3. Паралельність прямих і площин у просторі</b> (22 год). Розміщення двох прямих у просторі: прямі, що перетинаються, паралельні, мимобіжні прямі. Розміщення прямої та площини у просторі: пряма і площина, що перетинаються, паралельні пряма і площина. Ознака паралельності прямої та площини.	<i>Формулює</i> означення паралельних і мимобіжних прямих, паралельних прямої і площини, паралельних площин; властивості та ознаки паралельності прямих і площин. <i>Класифікує</i> взаємне розміщення прямих, прямих і площин, площин у просторі. <i>Знаходить і зображує</i> паралельні прямі та площини на рисунках і моделях.

<p>Розміщення двох площин у просторі: площини, що перетинаються, паралельні площини. Ознака паралельності площин. [Існування площини, паралельної даній площині]. Властивості паралельних площин. Паралельне проектування, його властивості. Зображення плоских і просторових фігур у стереометрії.</p>	<p><i>Встановлює</i> у просторі взаємне розміщення прямих і площин, зокрема паралельність прямих, прямої і площини, двох площин, мимобіжність прямих. <i>Будує</i> зображення фігур і виконує на них нескладні побудови. <i>Розв'язує</i> нескладні задачі на застосування властивостей та ознак паралельності прямих і площин. <i>Застосовує</i> відношення паралельності між прямими і площинами у просторі до опису відношень між об'єктами оточуючого світу.</p>
<p><b>Тема 4. Перпендикулярність прямих і площин у просторі (26 год).</b> Перпендикулярність прямих у просторі. Перпендикулярність прямої та площини. Ознака перпендикулярності прямої та площини. Перпендикуляр і похила. Теорема про три перпендикуляри. Перпендикулярність площин. Ознака перпендикулярності площин. Залежність між паралельністю та перпендикулярністю прямих і площин. Куті у просторі: між прямими, між прямою і площиною, між площинами. Відстані у просторі: від точки до прямої, від точки до площини, від прямої до паралельної їй площини, [від точки до фігури], між паралельними площинами, між мимобіжними прямими, [між двома фігурами]. Ортогональне проектування. [Площа ортогональної проекції многокутника]. Практичне застосування властивостей паралельності та перпендикулярності прямих і площин.</p>	<p><i>Формулює</i> означення перпендикулярних прямих у просторі, прямої, перпендикулярної до площини, перпендикулярних площин; властивості та ознаки перпендикулярних прямих і площин. <i>Обґрунтовує</i> взаємозв'язок паралельності й перпендикулярності прямих і площин у просторі. <i>Встановлює</i> взаємне розміщення прямих і площин у просторі. <i>Застосовує</i> вивчені властивості та ознаки до розв'язування задач. <i>Обчислює</i> відстані і кути у просторі. <i>Застосовує</i> відношення між прямими і площинами у просторі, вимірювання відстаней і кутів у просторі для опису об'єктів оточуючого світу.</p>

## Зміст

Рекомендації для вчителів..... 3

### Алгебра і початки аналізу

Функції, їхні властивості та графіки ..... 8  
 Степенева функція ..... 13  
 Тригонометричні функції. Формули тригонометрії. Тригонометричні рівняння та нерівності ..... 24  
 Повторення курсу алгебри і початків аналізу ..... 33

### Геометрія

Вступ до стереометрії. Аксиоми стереометрії. Паралельність прямих і площин. Паралельність площин ..... 35  
 Перпендикулярність прямих і площин ..... 44  
 Вимірювання відстаней і кутів у просторі ..... 63  
 Повторення курсу геометрії 10 класу ..... 70

### Додатки

*Додаток 1.* Допоміжні таблиці геометричних фігур ..... 74  
*Додаток 2.* Алгебра і початки аналізу. 10-й клас. Навчальна програма. Рівень стандарту ..... 103  
*Додаток 3.* Геометрія. 10-й клас. Навчальна програма. Рівень стандарту ..... 105  
*Додаток 4.* Алгебра і початки аналізу. 10 клас. Навчальна програма. Академічний рівень ..... 106  
*Додаток 5.* Геометрія. 10-й клас. Навчальна програма. Академічний рівень ..... 109



*Навчальне видання*

ЦУРЕНКО Сергій Павлович

**МАТЕМАТИКА**

**10 КЛАС**

**Рівень стандарту**

**Багатоваріантні різнорівневі тренувальні вправи  
для класних робіт і домашніх завдань**

Головний редактор *Богдан Будний*

Редактор *Володимир Дячун*

Художник обкладинки *Ростислав Крамар*

Дизайн та комп'ютерна верстка *Андрія Кравчука*

Підписано до друку 1.06.2011. Формат 60×84/16. Папір офсетний.  
Гарнітура Century SchoolBook. Умовн. друк. арк. 4,19. Умовн. фарбо-відб. 4,19.

Видавництво "Навчальна книга – Богдан"

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців

ДК №370 від 21.03.2001 р.

Навчальна книга – Богдан, а/с 529, просп. С. Бандери, 34а, м. Тернопіль, 46008  
тел./факс (0352) 52-19-66; 52-06-07; 52-05-48; (067) 350-18-70; (066) 727-17-62  
*publishing@budny.te.ua, office@bohdan-books.com*  
www.bohdan-books.com

ISBN 978-966-10-1925-5

