

Натисніть тут, щоб

**КУПИТИ КНИГУ НА САЙТІ**

або

**заможляйте по телефону:**

(0352) 28-74-89, 51-11-41

(067) 350-18-70

(066) 727-17-62

О.М. Афанасьєва  
Я.С. Бродський  
О.Л. Павлов  
А.К. Сліпенко

# **ПЛАНУЄМО НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ НА РІВНІ СТАНДАРТУ**

*Посібник для вчителя*



ТЕРНОПІЛЬ  
НАВЧАЛЬНА КНИГА — БОГДАН

ББК 22.3я721  
74.262.22  
А94

## Передмова

Упровадження у старшу школу профільного навчання передбачає оновлення змісту навчання і створення відповідних засобів навчання. І перші кроки вже зроблено: затверджені нові програми, з'явилися нові підручники. Створення повноцінного навчально-методичного забезпечення профільного навчання є актуальною проблемою сучасної освіти.

Планування освіти є одним із найважливіших її рівнів. Системний підхід до планування навчання з предмета передбачає ієрархію планувань: загальне, тематичне, модульне, блочне, поурочне планування тощо. Важливо при цьому забезпечити наступність на всіх етапах планування.

Одним із головних призначень даного посібника є надання вчителю допомоги в усвідомленні загальних підходів до проектування навчання математики на рівні стандарту. Ці підходи мають стати орієнтиром у виборі вчителем стратегії навчання, методичних прийомів. Конкретизація цих підходів, закладених у підручниках математики рівня стандарту, створених авторським колективом цього посібника, є головним завданням посібника. Саме у цьому, на наш погляд, полягає надання допомоги вчителю на першому етапі планування.

Посібник складається з трьох розділів. У першому з них розглядаються загальні питання навчання математики на рівні стандарту. Тут викладаються науково-методичні засади навчання математики на рівні стандарту, особливості підручників «Математика», написаних авторами цього посібника, розглядаються шляхи реалізації зазначених засад у цих підручниках, методичні підходи до оцінювання навчальних досягнень учнів з математики.

Другий і третій розділи посібника присвячені навчанню математики відповідно у 10 та 11 класах на рівні стандарту. Тут наведено особливості змісту навчання кожної теми, що вивчаються у цих класах, характеризується модульне планування навчання, містяться матеріали для тематичного оцінювання навчання математики у кожному з 10 і 11 класів. Включення в посібник рекомендацій і матеріалів для тематичного і підсумкового оцінювання завершує формування уявлень про зміст навчання і заплановані результати навчання.

Даний посібник є елементом навчально-методичного комплексу навчання математики у старшій школі на рівні стандарту, над створенням якого працюють автори.

**Афанасьєва О.М., Бродський Я.С., Павлов О.Л., Сліпенко А.К.**  
А94 Плануємо навчання математики на рівні стандарту: Посібник для вчителя. — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2012. — 192 с.

**ISBN 978-966-10-2771-7**

Пропонований посібник присвячено плануванню навчання математики у 10–11 класах на рівні стандарту. Він містить науково-методичні засади навчання математики на рівні стандарту, характеристику особливостей підручників математики, написаних авторами посібника, методичні рекомендації до навчання кожної теми, методичні підходи до оцінювання навчальних досягнень учнів і відповідні матеріали для тематичного і підсумкового оцінювання навчальних досягнень учнів.

Для вчителів математики загальноосвітніх шкіл, ліцеїв, гімназій, викладачів математики вищих навчальних закладів I–II рівнів акредитації.

ББК 22.3я721

*Охороняється законом про авторське право.  
Жодна частина цього видання не може бути використана  
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

**ISBN 978-966-10-2771-7**

© Навчальна книга — Богдан,  
майнові права, 2012

**Розділ 1****Навчання математики  
на рівні стандарту****§1. Науково-методичні засади навчання  
математики на рівні стандарту**

Загальновідомо, що навчання математики, як і решти навчальних дисциплін, має дві основні функції: загальноосвітню і професійно-орієнтуючу [26]. Це повністю відповідає гуманістичній парадигмі в освіті. Згідно з нею головною метою навчання є становлення особистості, її розвиток, соціалізація і самовизначення, зокрема професійне. Ці стратегічні цілі і визначають згадані функції. Забезпечення їхньої гармонійної реалізації і є головним завданням навчання. Впровадження диференціації навчання як рівневої, так і профільної, є одним із головних засобів узгодження цих функцій.

Реалізація зазначених функцій залежить від вікових особливостей учнів. Не викликає сумнівів, що в основній школі, а тим більш у початковій, пріоритетною у навчанні математики є загальноосвітня функція. Для старшої школи співвідношення значущості цих функцій залежить насамперед від рівня навчання. Власне, це і є головною характеристикою рівня навчання.

**1.1. Характеристика рівнів навчання**

У відповідності з концепцією профільного навчання у вітчизняній старшій школі [32] кожен предмет має вивчатись на одному з трьох рівнів: стандарту, академічному чи профільному. Типові навчальні плани для різних профілів, зокрема для універсального (тобто без чітко вираженої профільної спрямованості), визначають рівень навчання з основних предметів, у тому числі і з математики.

Навчальний заклад має право коригувати цей рівень за рахунок варіативної складової, виходячи з конкретних умов.

Вибір рівня навчання математики визначається сутністю профільного навчання — створення умов для самовизначення особистості, її соціалізації і професіоналізації. Різні професії потребують різного рівня математичної підготовки як на етапі професійного навчання, так і у професійній діяльності.

Для багатьох професій цілком достатньо математичної грамотності, тобто здатності застосовувати досить скромний об'єм математичних знань і вмінь для розв'язання практичних задач. Ці потреби здатне забезпечити навчання математики у старшій школі на рівні стандарту. Зміст навчання математики на цьому рівні спрямований на завершення формування в учнів уявлення про математику як елемент загальної культури. При цьому не передбачається, що в подальшому випускники школи продовжуватимуть вивчати математику або пов'язуватимуть з нею свою професійну діяльність.

Значна кількість професій потребує більш ґрунтовної математичної підготовки, принаймні для вивчення математичних курсів у вищих навчальних закладах. Зміст традиційного навчання математики у вітчизняній школі і був орієнтований на цей рівень. На сучасному етапі таку підготовку має забезпечити навчання математики на академічному рівні.

Академічний рівень навчання математики — це такий рівень навчання, який забезпечує можливість професіоналізації за будь-яким напрямом. Зокрема, це означає, що він повністю відповідає вимогам до математичної підготовки випускників шкіл при зовнішньому незалежному оцінюванні і здатний забезпечити успіхи у ньому. Академічний рівень навчання «допомагає вийти за жорсткі рамки «профільний» — «непрофільний» [14]. Цей рівень навчання розрахований насамперед, як уже відмічалось, на універсальний профіль, тобто на профільне навчання без конкретизації напряму профілізації в інваріантній складовій змісту навчання. Оскільки вітчизняна старша школа стає профільною, то існування такого профілю є природним за наступних обставин:

1) існує значна кількість учнів, які не готові з різних причин до однозначного вибору напряму профілізації (багатогранність інтересів і здатностей, несформованість інтересів і нахилів тощо);

2) неможливість організувати навчання за певним профілем у даному навчальному закладі (неспроможність школи забезпечити

- 2\*. Доведіть, що пряма, яка утворює рівні кути з трьома прямими площини, перпендикулярна до цієї площини.
3. З центра  $O$  рівностороннього трикутника  $ABC$  проведено відрізок  $OM$ , перпендикулярний до площини трикутника. Побудуйте:
- 1°) площину, яка проходить через точку  $M$  перпендикулярно до прямої  $AB$ ;
  - 2°) пряму, що проходить через середину відрізка  $CM$  перпендикулярно до площини  $ABC$ ;
  - 3) площину, яка проходить через точку  $A$  паралельно площині  $MOC$ ;
  - 4) площину, яка проходить через точку  $O$  перпендикулярно до прямої  $BM$ , якщо  $OM = \frac{\sqrt{3}}{3} AB$ .
- 4\*. Дано зображення куба і зображення перпендикуляра  $MN$  із точки  $M$  до площини однієї з граней куба. Відомо, що відрізок  $MN$  більший за ребро куба. Побудуйте тінь куба на площину цієї грані від джерела світла, поміщеного в точку  $M$ .
5. З центра  $O$  квадрата  $ABCD$  проведено перпендикуляр  $OM$  до площини квадрата, причому  $BM = BD = d$ .
- 1°) Визначте взаємне розміщення площин: а)  $AMC$  і  $ABC$ ;
  - б)  $AMC$  і  $BMD$ .
  - 2°) Побудуйте площину, яка проходить через пряму  $AB$  перпендикулярно до площини  $ACD$ .
  - 3°) Доведіть, що пряма  $MC$  не є перпендикулярною до площини  $BMD$ .
  - 4) Проведіть через середину  $F$  відрізка  $BM$  площину, перпендикулярну до прямої  $OM$ .
  - 5) Знайдіть площу трикутника  $AFC$ .
6. Побудуйте ортогональну проекцію куба на площину, яка перпендикулярна до:
- 1°) ребра куба;
  - 2) діагоналі бічної грані;
  - 3\*) діагоналі куба.
- 7\*. Ортогональною проекцією трикутника  $ABC$  зі сторонами 25 см, 29 см, 36 см на площину  $\alpha$  є трикутник  $A_1B_1C_1$ . Ортогональною проекцією трикутника  $A_1B_1C_1$  на площину  $ABC$  є трикутник  $A_2B_2C_2$  зі сторонами 12 см, 17 см, 25 см. Знайдіть кут між площинами  $ABC$  і  $\alpha$ .

8. Нехай точка  $O$  є серединою гіпотенузи  $AB$  прямокутного рівнобедреного трикутника  $ABC$ ;  $OP$  — перпендикуляр до площини трикутника  $ABC$ ,  $OP = AB = 4$  см. Знайдіть відстані:
- 1°) від точки  $P$  до сторони  $AC$ ;
  - 2°) від точки  $A$  до площини  $COP$ ;
  - 3°) від площини, що проходить через середини сторін  $AC$  і  $BC$  паралельно  $OP$ , до площини  $AOP$ ;
  - 4) від точки  $O$  до площини  $PAC$ .
9. З точки, віддаленої від площини  $\alpha$  на 16 см, проведені дві похилі, довжини яких відносяться, як 3:5. Обчисліть довжини цих похилих, якщо одна з них утворює із площиною  $\alpha$  вдвічі більший кут, ніж друга.
10. Нехай  $OS$  — перпендикуляр до площини рівностороннього трикутника  $ABC$  з центром у точці  $O$ ;  $AB = OS = 2$  см.
- а°) Знайдіть кут між прямою  $CS$  і площиною  $ABC$ .
  - б°) Знайдіть кут між прямою  $AO$  і площиною  $SOB$ .
  - в°) Визначте взаємне розміщення площин  $ABC$  і  $SOC$ .
  - г) Знайдіть кут між прямою  $AO$  і площиною  $SBC$ .
  - г) Знайдіть відстань від точки  $B$  до прямої  $CS$ .
11. Запропонуйте спосіб визначення кута нахилу до поверхні землі жолоба для стікання води з даху будівлі.
12. Нехай  $A, B, C, D$  — чотири точки простору. Доведіть, що:
- 1°) середини відрізків  $AB, BC, CD$  і  $DA$  є вершинами паралелограма;
  - 2) кут між прямими  $AC$  і  $BD$  прямий, якщо  $AB = BC, CD = DA$ ;
  - 3\*) кут між прямими  $AC$  і  $BD$  прямий, якщо відстань між серединами відрізків  $AD$  і  $BC$  дорівнює відстані між серединами відрізків  $AB$  і  $CD$ .
13. Дано прямокутник  $ABCD$  і точку  $M$  поза його площиною. Нехай  $l$  — лінія перетину площин  $ABM$  і  $CDM$ , а  $m$  — лінія перетину площин  $BCM$  і  $ADM$ . Знайдіть кут між прямими  $l$  і  $m$ .
14. Квадрат  $ABCD$  зі стороною  $4\sqrt{2}$  см перегнули по діагоналі  $BD$  так, що точка  $C$  віддалена від площини трикутника  $ABD$  на 2 см.
- 1°) Знайдіть кут між площинами  $ABD$  і  $DBC$ .
  - 2°) Побудуйте лінійний кут двогранного кута  $ADBC$  і знайдіть його кутову міру, якщо ортогональна проекція  $C_1$  точки  $C$  на площину трикутника  $ABD$  лежить за його межами.

23. Бродський Я. С., Павлов О. Л., Сліпенко А. К. Тести із стереометрії. — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2004.
24. Э.Гельфман, М. Холодная. Психодидактика школьного учебника. Интеллектуальное воспитание учащихся. — СПб: Питер, 2006.
25. Губа Г. А., Янушевська Л. С. Тематичний контроль з математики //Математика, видавництво «Шкільний світ», 2003, № 7.
26. Дорофеев Г.В., Суворова С. Б., Кузнецова Л. В., Минаева С. С. Научно-методические основы курса алгебры и их реализация в учебниках математики для VII – IX классов под редакцией Дорофеева Г. В. // Математика в школе, 2007, № 3.
27. Дорофеев Г. В. Не обучение математике, а обучение математикой //Школьное обозрение, 2002, № 5.
28. Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики. Алгебра і початки аналізу /під редакцією З. І Слєпкань – Х.: Гімназія, 2003.
29. Інформація про завдання тесту з математики 2009 року. — <http://www.osvita.org.ua>
30. Ковалёва Г. С., Красновский Э. А, Краснокутская Л. П., Краснянская К. А. Оценка знаний и умений. Международная программа PISA //Школьные технологии, 2002, № 6.
31. Ковалёва Г. С. PISA – 2003: Результаты международного исследования //Школьные технологии, 2005, № 1 – 2.
32. Концепція профільного навчання в старшій школі <http://www.uazakon.com>
33. Концепція математичної освіти 12-річної школи. - //Математика в школі, 2002, №2.
34. Навчальна програма з математики для учнів 10 – 11 класів загальноосвітніх навчальних закладів (рівень стандарту) //Збірник програм з математики для допрофільної підготовки та профільного навчання. Ч. II. Профільне навчання. – Х.: Видавництво «Ранок», 2011.
35. Основные результаты международного исследования образовательных достижений учащихся. ПИЗА – 2003. — М.: 2004. на сайте [www.centeroko.ru](http://www.centeroko.ru)

36. План дій щодо поліпшення якості фізико-математичної освіти на 2009-2012 роки. Додаток до наказу МОН від 30.12.2008, № 1226.
37. Програма з математики для 5 – 12 класів загальноосвітньої школи (рівень стандарту). — Київ – Ірпінь: Перун, 2005.
38. Прокопенко Н. С., Апостолова Г. В. Основні результати математичної підготовки учнів 8 класів за результатами міжнародного порівняльного дослідження якості природничо-математичної освіти TIMSS 2007. — //Математична газета, 2009, № 6.

## Зміст

Передмова .....	3
<b>Розділ 1. Навчання математики на рівні стандарту .....</b>	<b>4</b>
§1. Науково-методичні засади навчання математики на рівні стандарту .....	4
1.1. Характеристика рівнів навчання .....	4
1.2. Загальноосвітня функція навчання математики .....	7
1.3. Прикладна спрямованість навчання математики .....	10
§2. Особливості підручників «Математика. 10 клас» і «Математика. 11 клас» .....	14
2.1. Психолого-педагогічні засади конструювання підручника з математики .....	14
2.2. Реалізація дидактичних засад у підручниках «Математика» для 10–11 класів .....	26
§3. Оцінювання навчальних досягнень з математики .....	34
3.1. Функції і структура тематичного оцінювання .....	34
3.2. Технологія виставлення оцінок .....	38
3.3. Підсумкове оцінювання .....	41
<b>Розділ 2. Навчання математики у 10 класі .....</b>	<b>42</b>
§4. Особливості змісту навчання математики у 10 класі .....	42
4.1. Функції, їхні властивості і графіки .....	43
4.2. Паралельність прямих і площин .....	45
4.3. Тригонометричні функції .....	46
4.4. Перпендикулярність прямих і площин .....	48
§5. Модульне планування навчання математики у 10 класі ...	50
§6. Тематичне оцінювання навчання математики у 10 класі ...	52
6.1. Оцінювання з теми «Функції, їхні властивості і графіки» .....	52
6.2. Оцінювання з теми «Паралельність прямих і площин у просторі» .....	63
6.3. Оцінювання з теми «Тригонометричні функції» .....	75

6.4. Оцінювання з теми «Перпендикулярність прямих і площин у просторі» .....	87
§7. Підсумкове оцінювання навчання математики в 10 класі .....	100
7.1. Тест для діагностики учнів з курсу математики 10 класу .....	100
7.2. Підсумкова контрольна робота за курс 10 класу .....	108
<b>Розділ 3. Навчання математики в 11 класі .....</b>	<b>111</b>
§8. Особливості змісту навчання математики в 11 класі .....	111
8.1. Показникова і логарифмічна функції .....	112
8.2. Координати і вектори .....	113
8.3. Похідна та її застосування .....	114
8.4. Інтеграл та його застосування .....	115
8.5. Геометричні тіла і поверхні .....	116
8.6. Об'єми і площі поверхонь геометричних тіл .....	118
8.7. Елементи теорії ймовірностей і математичної статистики .....	119
§9. Модульне планування навчання математики в 11 класі ..	120
§10. Тематичне оцінювання навчання математики в 11 класі .....	123
10.1. Оцінювання з теми «Показникова та логарифмічна функції» .....	123
10.2. Оцінювання з теми «Вектори і координати» .....	130
10.3. Оцінювання з теми «Похідна та її застосування» .....	135
10.4. Оцінювання з теми «Інтеграл та його застосування» .....	143
10.5. Оцінювання з теми «Геометричні тіла та поверхні» ...	149
10.6. Оцінювання з теми «Об'єми і площі поверхонь геометричних тіл» .....	156
10.7. Оцінювання з теми «Елементи теорії ймовірностей і математичної статистики» .....	163
§11. Підсумкове оцінювання навчання математики в 11 класі .....	170
11.1. Тест для діагностики учнів з курсу математики 11 класу .....	170
11.2. Підсумкова контрольна роботи за курс математики 11 класу .....	178
Література .....	182



*Навчальне видання*

АФАНАСЬЄВА Ольга Миколаївна  
БРОДСЬКИЙ Яків Соломонович  
ПАВЛОВ Олександр Леонідович  
СЛІПЕНКО Анатолій Костянтинович

## ПЛАНУЄМО НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ НА РІВНІ СТАНДАРТУ

Головний редактор *Богдан Будний*  
Редактор *Володимир Дячун*  
Художник обкладинки *Ростислав Крамар*  
Комп'ютерна верстка *Андрія Кравчука*

Підписано до друку 19.05.2012. Формат 60×84/16. Папір офсетний.  
Гарнітура Century Schoolbook. Друк офсетний.  
Умовн. друк. арк. 11,16. Умовн. фарбо-відб. 11,16.  
[В. 1].

Видавництво «Навчальна книга – Богдан»  
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців  
ДК №370 від 21.03.2001 р.

Навчальна книга – Богдан, а/с 529, просп. С. Бандери, 34а, м. Тернопіль, 46008  
тел./факс (0352) 52-19-66; 52-06-07; 52-05-48  
E-mail: publishing@budny.te.ua, office@bohdan-books.com  
www.bohdan-books.com

ISBN 978-966-10-2771-7



9 789661 027717