

**Натисніть тут, щоб
купити книгу на сайті
або замовляйте за телефоном:
(0352) 51-97-97, (067) 350-18-70,
(066) 727-17-62**

Ю.П. Федоренко

ПОВНІ РОЗВ'ЯЗКИ ЗА ПІДРУЧНИКОМ «АЛГЕБРА. 9 КЛАС»

(автор Істер О.С.)

Посібник для тренування



ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА — БОГДАН

УДК 512.1(075.3)

ББК 22.1я72

Ф33

Федоренко Ю.П.

Ф33 Повні розв'язки за підручником «Алгебра. 9 клас» (автор Істер О.С.) / Ю.П. Федоренко. — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2017. — 328 с.

ISBN 978-966-10-5126-2

У посібнику містяться повні й вичерпні зразки розв'язання всіх завдань і вправ підручника з алгебри 9 класу (О.С. Істер. Алгебра: підручник для 9 класу загальноосвітніх навчальних закладів. — К.: Генеза, 2017).

Посібник адресовано, в першу чергу, батькам для надання допомоги їхнім дітям та контролю за виконанням домашніх робіт. Буде корисним учителям 9-х класів.

УДК 512.1(075.3)

ББК 22.1я72

Навчальне видання

ФЕДОРЕНКО Юрій Петрович

**ПОВНІ РОЗВ'ЯЗКИ ЗА ПІДРУЧНИКОМ «АЛГЕБРА. 9 КЛАС»
(автор Істер О.С.)**

Головний редактор *Богдан Будний*

Редактор *Володимир Дячун*

Підписано до друку 19.08.2017. Формат 60×84/16. Папір офсетний.

Гарнітура Century Schoolbook. Друк офсетний.

Умовн. друк. арк. 19,07. Умовн. фарбо-відб. 19,07.

Видавництво «Навчальна книга – Богдан»

Свідцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції

ДК № 4221 від 07.12.2011 р.

Навчальна книга – Богдан, просп. С. Бандери, 34а, м. Тернопіль, 46002

Навчальна книга – Богдан, а/с 529, м. Тернопіль, 46008

тел./факс (0352)52-06-07; 52-19-66; 52-05-48

office@bohndan-books.com www.bohndan-books.com

Охороняється законом про авторське право.

*Жодна частина цього видання не може бути відтворена
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

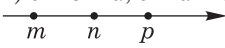
ISBN 978-966-10-5126-2

© Навчальна книга – Богдан, 2017

РОЗДІЛ 1

НЕРІВНОСТІ

§1. Числові нерівності

1. 1) $0,8 > 0,7$; 2) $-1,2 > -1,25$; 3) $1\frac{2}{3} > \frac{2}{3}$;
4) $-\frac{4}{7} < -\frac{3}{7}$; 5) $\pi > 3$; 6) $-2,81 < 0$.
2. 1) $1,8 < 1,9$; 2) $-1,3 < -1,27$; 3) $\frac{4}{5} < 2\frac{4}{5}$;
4) $-\frac{5}{8} > -\frac{7}{8}$; 5) $4 > \pi$; 6) $0 > -3,71$.
3. 1), 3), 5), 6) — правильні нерівності.
4. 1) $a > b$; 2) $a = b$; 3) $a < b$.
5. 1) $m < n$; 2) $m > n$; 3) $m = n$.
6. 1) $x + 4 = y$; $x - y = -4$; $x < y$.
2) $y - 2 = x$; $x - y = -2$; $x < y$.
3) $y + 2 = x$; $y - x = -2$; $y < x$.
4) $x - 3 = y$; $y - x = -3$; $y < x$.
7. 1) $a - 7 = b$; $a - b = 7$; $b > a$.
2) $a + 3 = b$; $b - a = 3$; $b > a$.
3) $b + 2 = a$; $a - b = 2$; $a > b$.
4) $b - 5 = a$; $b - a = 5$; $b > a$.
8. 
9. $-1,2$; $-\frac{3}{7}$; $-0,1$; 0 ; $\frac{3}{8}$; $0,7$; $\frac{4}{5}$.
10. $0,8$; $\frac{3}{4}$; $0,51$; 0 ; $-0,6$; $-0,99$; $-1,2$.
11. Нерівності 2), 4), 5) правильні для будь-якого значення x .
12. 1) $3m + 5 > 3(m - 1)$.
 $3m + 5 - 3(m - 1) = 3m + 5 - 3m + 3 = 8 > 0$. Тому $3m + 5 > 3(m - 1)$, що й треба було довести.
2) $p(p - 2) < p^2 - 2p + 7$.
 $p^2 - 2p + 7 - p(p - 2) = p^2 - 2p + 7 - p^2 + 2p = 7 > 0$, тому $p^2 - 2p + 7 > p(p - 2)$, тобто $p(p - 2) < p^2 - 2p + 7$, що й треба було довести.
3) $(a + 1)(a - 1) < a^2$.
 $(a + 1)(a - 1) - a^2 = a^2 - 1 - a^2 = -1$. Тому $(a + 1)(a - 1) < a^2$, що й треба було довести.

$$4) x(x+2) > 2x-1.$$

$x(x+2) - (2x-1) = x^2 + 2x - 2x + 1 = x^2 + 1 > 0$ для будь-якого значення x . Тому $x(x+2) > 2x-1$, що й треба було довести.

13.

$$1) 2a-3 < 2(a-1).$$

$2a-3-2(a-1) = 2a-3-2a+2 = -1 < 0$. Тому $2a-3 < 2(a-1)$, що й треба було довести.

$$2) c(c+2) > c^2+2c-3.$$

$c(c+2) - (c^2+2c-3) = c^2+2c-c^2-2c+3 = 3 > 0$. Тому $c(c+2) > c^2+2c-3$, що й треба було довести.

$$3) (x+2)(x-2)+5 > x^2.$$

$(x+2)(x-2)+5-x^2 = x^2-4+5-x^2 = 1 > 0$. Тому $(x+2)(x-2)+5 > x^2$, що й треба було довести.

$$4) 3m-2 < m(m+3).$$

$m(m+3) - (3m-2) = m^2+3m-3m+2 = m^2+2 > 0$ для будь-якого m . Тому $m(m+3) > 3m-2$, а, отже, $3m-2 < m(m+3)$, що й треба було довести.

14.

$$1) x^2+y^2 \geq -2xy.$$

$x^2+y^2-(-2xy) = x^2+2xy+y^2 = (x+y)^2 \geq 0$. Тому $x^2+y^2 \geq -2xy$, що й треба було довести.

$$2) p(p-6) \geq -9.$$

$p(p-6) - (-9) = p^2-6p+9 = (p-3)^2 \geq 0$. Тому $p(p-6) \geq -9$, що й треба було довести.

$$3) a(a+b) \geq ab.$$

$a(a+b) - ab = a^2+ab-ab = a^2 \geq 0$. Тому $a(a+b) \geq ab$, що й треба було довести.

$$4) m^2+5m+4 \geq m.$$

$m^2+5m+4-m = m^2+4m+4 = (m+2)^2 \geq 0$. Тому $m^2+5m+4 \geq m$, що й треба було довести.

15.

$$1) m^2+n^2 \geq 2mn.$$

$m^2+n^2-2mn = (m-n)^2 \geq 0$. Тому $m^2+n^2 \geq 2mn$, що й треба було довести.

$$2) t(t+2) \geq -1.$$

$t(t+2) - (-1) = t^2+2t+1 = (t+1)^2 \geq 0$. Тому $t(t+2) \geq -1$, що й треба було довести.

$$3) c(c-d) \geq -cd.$$

$c(c-d) - (-cd) = c^2-cd+cd = c^2 \geq 0$. Тому $c(c-d) \geq -cd$, що й треба було довести.

$$4) p^2-11p+36 \geq p.$$

$p^2-11p+36-p = p^2-12p+36 = (p-6)^2 \geq 0$. Тому $p^2-11p+36 \geq p$, що й треба було довести.

16. 1) $\sqrt{5} - 2 - \frac{1}{\sqrt{5} + 2} = \frac{(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2) - 1}{\sqrt{5} + 2} = \frac{5 - 4 - 1}{\sqrt{5} + 2} = \frac{0}{\sqrt{5} + 2} = 0$. Тому $\sqrt{5} - 2 = \frac{1}{\sqrt{5} + 2}$.

2) $\sqrt{7} + \sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{7} - \sqrt{3}) - 1}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{3})^2 - 1}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} = \frac{7 - 3 - 1}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} > 0$. Тому $\sqrt{7} + \sqrt{3} > \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$.

17. 1) $\sqrt{3} - 1 - \frac{1}{\sqrt{3} + 1} = \frac{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1) - 1}{\sqrt{3} + 1} = \frac{3 - 1 - 1}{\sqrt{3} + 1} = \frac{1}{\sqrt{3} + 1} > 0$. Тому $\sqrt{3} - 1 > \frac{1}{\sqrt{3} + 1}$.

2) $4 + \sqrt{15} - \frac{1}{4 - \sqrt{15}} = \frac{(4 + \sqrt{15})(4 - \sqrt{15}) - 1}{4 - \sqrt{15}} = \frac{16 - 15 - 1}{4 - \sqrt{15}} = \frac{0}{4 - \sqrt{15}} = 0$.
Тому $4 + \sqrt{15} = \frac{1}{4 - \sqrt{15}}$.

18. 1) $a^2 + 10a + 26 = a^2 + 10a + 25 + 1 = (a + 5)^2 + 1$.
Оскільки $(a + 5)^2 \geq 0$, тому $(a + 5)^2 + 1 > 0$ для будь-якого значення a .
Отже, $a^2 + 10a + 26 > 0$, що й треба було довести.

2) $8a < a^2 + 20$.

$a^2 + 20 - 8a = a^2 - 8a + 16 + 4 = (a - 4)^2 + 4$.

Оскільки $(a - 4)^2 \geq 0$, то $(a - 4)^2 + 4 > 0$ для будь-якого значення a . Отже, $a^2 + 20 > 8a$, тобто $8a < a^2 + 20$, що й треба було довести.

19. 1) $b^2 - 4b + 7 = b^2 - 4b + 4 + 3 = (b - 2)^2 + 3$.

Оскільки $(b - 2)^2 \geq 0$, тому $(b - 2)^2 + 3 > 0$ для будь-якого значення b .
Отже, $b^2 - 4b + 7 > 0$, що й треба було довести.

2) $-2b < b^2 + 2$.

$b^2 + 2 - (-2b) = b^2 + 2b + 2 = b^2 + 2b + 1 + 1 = (b + 1)^2 + 1$.

Оскільки $(b + 1)^2 \geq 0$, то $(b + 1)^2 + 1 > 0$ для будь-якого значення b . Отже, $b^2 + 2 > -2b$, тобто $-2b < b^2 + 2$, що й треба було довести.

20. 1) $x^2 + 5 > 0$.

2) $-(x - 1)^2 \leq 0$, тому $-(x - 1)^2 - 3 < 0$.

3) $(x - 7)^2 \geq 0$.

4) $-(x + 9)^2 \leq 0$.

5) $(x - 1)^2 \geq 0$, тому $(x - 1)^2 + 9 \geq 0$.

6) $(x - 1)^2 \geq 0$, причому $(x - 1)^2 = 0$ коли $x = 1$;

$(x - 2)^2 \geq 0$, причому $(x - 2)^2 = 0$ коли $x = 2$.

Отже, вирази $(x-1)^2$ і $(x-2)^2$ одночасно не дорівнюють нулю. Тому $(x-1)^2 + (x-2)^2 > 0$.

21.

$$1) x^3 - 3x^2 + x - 3 = x^2(x-3) + (x-3) = (x-3)(x^2+1).$$

Оскільки, за умовою, $x \geq 0$, то $x-3 \geq 0$. Крім того, $x^2+1 > 0$ для будь-якого значення $x \geq 3$. А, отже, $x^3 - 3x^2 + x - 3 \geq 0$, що й треба було довести.

$$2) \frac{3}{a+3} - \frac{1}{a+1} = \frac{3a+3-a-3}{(a+3)(a+1)} = \frac{2a}{(a+3)(a+1)}.$$

Оскільки a — додатне число, то $2a > 0$; $a+3 > 0$; $a+1 > 0$. Тому $\frac{2a}{(a+3)(a+1)} > 0$, якщо $a > 0$. Тому $\frac{3}{a+3} > \frac{1}{a+1}$, що й треба було довести.

22.

$$1) m^3 + m^2 + 5m + 5 = m^2(m+1) + 5(m+1) = (m+1)(m^2+5).$$

Оскільки, за умовою, $m \geq -1$, то $m+1 \geq 0$. Крім того, $m^2+5 > 0$ для будь-якого значення m . Тому $(m+1)(m^2+5) \geq 0$ для будь-якого значення $m \geq -1$. А, отже, $m^3 + m^2 + 5m + 5 \geq 0$, що й треба було довести.

$$2) \frac{p}{p+7} - \frac{p+1}{p+8} = \frac{p^2+8p-(p^2+7p+p+7)}{(p+7)(p+8)} = \frac{-7}{(p+7)(p+8)} = -\frac{7}{(p+7)(p+8)}.$$

Оскільки p — додатне число, то $p+7 > 0$, $p+8 > 0$, а тому $\frac{7}{(p+7)(p+8)} > 0$, і $-\frac{7}{(p+7)(p+8)} < 0$. Тому $\frac{p}{p+7} < \frac{p+1}{p+8}$, що й треба було довести.

23.

$$1) m^2 + 4m + p^2 + 2p + 5 = (m^2 + 4m + 4) + (p^2 + 2p + 1) = (m+2)^2 + (p+1)^2. (m+2)^2 \geq 0 \text{ для будь-якого значення } m; (p+1)^2 \geq 0 \text{ для будь-якого значення } p. \text{ Тому } (m+2)^2 + (p+1)^2 \geq 0. \text{ Отже, } m^2 + 4m + p^2 + 2p + 5 \geq 0, \text{ що й треба було довести.}$$

$$2) a^2 + b^2 \geq 4(a+b) - 8.$$

$$a^2 + b^2 - (4(a+b) - 8) = a^2 + b^2 - 4a - 4b + 8 = (a^2 - 4a + 4) + (b^2 - 4b + 4) = (a-2)^2 + (b-2)^2.$$

$(a-2)^2 \geq 0$ для будь-якого значення a ; $(b-2)^2 \geq 0$ для будь-якого значення b . Тому $(a-2)^2 + (b-2)^2 \geq 0$. Отже, $a^2 + b^2 \geq 4(a+b) - 8$, що й треба було довести.

$$3) m^2 + n^2 + 1 \geq m + n + mn.$$

$$\begin{aligned} m^2 + n^2 + 1 - (m + n + mn) &= \frac{2(m^2 + n^2 + 1 - m - n - mn)}{2} = \\ &= \frac{(m^2 - 2m + 1) + (n^2 - 2n + 1) + (m^2 - 2mn + n^2)}{2} = \\ &= \frac{(m-1)^2 + (n-1)^2 + (m-n)^2}{2}. \end{aligned}$$

Оскільки $(m-1)^2 \geq 0$, $(n-1)^2 \geq 0$, $(m-n)^2 \geq 0$, то

$$\frac{(m-1)^2 + (n-1)^2 + (m-n)^2}{2} \geq 0. \text{ Тому } m^2 + n^2 + 1 \geq m + n + mn, \text{ що й тре-}$$

ба було довести.

$$4) a^2 + b^2 + c^2 \geq 2(a+b+c) - 4.$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - (2(a+b+c) - 4) = (a^2 - 2a + 1) + (b^2 - 2b + 1) + (c^2 - 2c + 1) + 1 =$$

$$= (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 + 1.$$

Оскільки $(a-1)^2 \geq 0$, $(b-1)^2 \geq 0$, $(c-1)^2 \geq 0$, то $(a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 + 1 > 0$. Тому $a^2 + b^2 + c^2 \geq 2(a+b+c) - 4$, що й треба було довести.

24.

$$1) a^3 + 2a^2 + a = a(a^2 + 2a + 1) = a(a+1)^2.$$

Оскільки, за умовою, $a > 0$, то $(a+1)^2 > 0$. Тому $a(a+1)^2 > 0$, а, отже, $a^3 + 2a^2 + a > 0$, що й треба було довести.

$$2) a^3 + 1 \geq a^2 + a.$$

$$a^3 + 1 - (a^2 + a) = a^3 - a^2 + 1 - a = a^2(a-1) - (a-1) = (a-1)(a^2 - 1) =$$

$$= (a-1)(a-1)(a+1) = (a-1)^2(a+1).$$

Оскільки, за умовою, $a > 0$, то $(a-1)^2 \geq 0$, $a+1 > 0$. Тому $(a-1)^2(a+1) \geq 0$, а, отже, $a^3 + 1 \geq a^2 + a$, що й треба було довести.

$$3) (a+1)^3 \leq 4(a^3 + 1).$$

$$(a+1)^3 - 4(a^3 + 1) = (a+1)(a+1)^2 - 4(a+1)(a^2 - a + 1) =$$

$$= (a+1)(a^2 + 2a + 1 - 4a^2 + 4a + 4) = (a+1)(-3a^2 + 6a - 3) =$$

$$= -3(a+1)(a^2 - 2a + 1) = -3(a+1)(a-1)^2.$$

Оскільки $a > 0$, то $a+1 > 0$, $(a-1)^2 \geq 0$. Тому $-3(a+1)(a-1)^2 \leq 0$. Отже, $(a+1)^3 \leq 4(a^3 + 1)$, що й треба було довести.

$$4) a^6 - a^5 + a^4 = a^4(a^2 - a + 1) = a^4 \left(a^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} \right)^2 - \left(\frac{1}{2} \right)^2 + 1 \right) =$$

$$= a^4 \left(\left(a - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{3}{4} \right).$$

$$a^4 > 0 \text{ за умови, що } a > 0. \text{ Крім того, } \left(a - \frac{1}{2} \right)^2 \geq 0, \text{ а тому } \left(a - \frac{1}{2} \right)^2 +$$

$$+ \frac{3}{4} > 0. \text{ Звідси висновок: } a^4 \left(\left(a - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{3}{4} \right) > 0, \text{ а тому } a^6 - a^5 + a^4 > 0, \text{ що}$$

й треба було довести.

25.

$$1) p^3 + 10p^2 + 25p = p(p^2 + 10p + 25) = p(p+5)^2.$$

За умовою, $p < 0$, крім того, $(p+5)^2 \geq 0$. Тому $p(p+5)^2 \leq 0$, а, отже, $p^3 + 10p^2 + 25p \leq 0$, що й треба було довести.

$$2) 1 - p^3 > p - p^2.$$

$$1 - p^3 - (p - p^2) = (1-p)(1+p+p^2) - p(1-p) = (1-p)(1+p+p^2-p) =$$

$$= (1-p)(1+p^2).$$

За умовою, $p < 0$, тому $-p > 0$ і $1-p > 0$. Крім того, $1+p^2 > 0$. Отже, $(1-p)(1+p^2) > 0$. Тому $1-p^3 > p-p^2$, що й треба було довести.

26. 1) $\frac{7a}{2b} + \frac{8b}{7a} \geq 4$.

$$\frac{7a}{2b} + \frac{8b}{7a} - 4 = \frac{49a^2 + 16b^2 - 56ab}{14ab} = \frac{(7a - 4b)^2}{14ab}.$$

$(7a - 4b)^2 \geq 0$. Оскільки a і b — числа одного знака, то $14ab > 0$. Тому

$$\frac{(7a - 4b)^2}{14ab} \geq 0, \text{ тому } \frac{7a}{2b} + \frac{8b}{7a} \geq 4, \text{ що й треба було довести.}$$

2) $\frac{3m}{5n} + \frac{5n}{12m} \leq -1$.

$$\frac{3m}{5n} + \frac{5n}{12m} - (-1) = \frac{36m^2 + 25n^2 + 60mn}{60mn} = \frac{(6m + 5n)^2}{60mn}.$$

$(6m + 5n)^2 \geq 0$. Оскільки m і n — числа різних знаків, то $60mn < 0$. Маємо

$$\frac{(6m + 5n)^2}{60mn} \leq 0. \text{ Тому } \frac{3m}{5n} + \frac{5n}{12m} \leq -1, \text{ що й треба було довести.}$$

27. 1) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2, a > 0, b > 0$.

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 4 = \frac{a^2 - 2ab + b^2}{ab} = \frac{(a - b)^2}{ab}.$$

$(a - b)^2 \geq 0$. Оскільки $a > 0$ і $b > 0$, то $ab > 0$. Тому $\frac{(a - b)^2}{ab} \geq 0$, а, отже,

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2, \text{ що й треба було довести.}$$

2) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \leq -2, a < 0, b > 0$.

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - (-2) = \frac{a^2 + 2ab + b^2}{ab} = \frac{(a + b)^2}{ab}.$$

$(a + b)^2 \geq 0$. Оскільки $a < 0, b > 0$, то $ab < 0$. Тому $\frac{(a + b)^2}{ab} \leq 0$, а, отже,

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \leq -2, \text{ що й треба було довести.}$$

28. За умовою, $m > 0, n > 0, m \neq n$. Розглянемо різницю $m^3 + n^3 - mn(m + n) = (m + n)(m^2 - mn + n^2) - mn(m + n) = (m + n)(m^2 - mn + n^2 - mn) = (m + n)(m^2 - 2mn + n^2) = (m + n)(m - n)^2$.

$m > 0, n > 0$, тому $m + n > 0$. Отже, $m^3 + n^3 > mn(m + n)$.

Відповідь. $m^3 + n^3 > mn(m + n)$.

29. Маємо добутки $(2 + a)(5 + a)$ і $(3 + a)(4 + a)$. Розглянемо різницю $(2 + a)(5 + a) - (3 + a)(4 + a) = 10 + 2a + 5a + a^2 - (12 + 3a + 4a + a^2) = 10 + 7a + a^2 - 12 - 7a - a^2 = -2 < 0$.

Отже, $(2 + a)(5 + a) < (3 + a)(4 + a)$.

Відповідь. Добуток першого і четвертого виразів менший від добутку другого і третього.

30. 1) $2x^2 - 3x - 5 = 0$; $D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 49$;

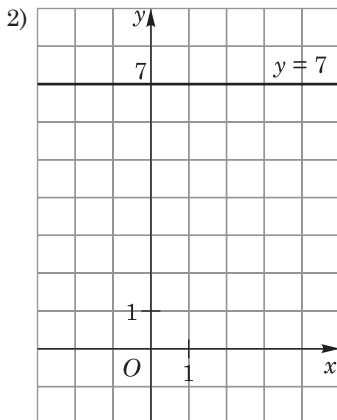
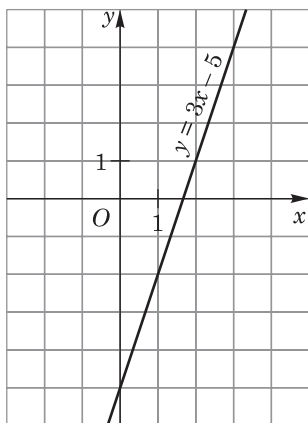
$$x_1 = \frac{3+7}{4} = \frac{10}{4} = 2,5; x_2 = \frac{3-7}{4} = -1.$$

2) $5x^2 - 2x - 3 = 0$; $D = (-2)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-3) = 64$;

$$x_1 = \frac{2+8}{10} = 1; x_2 = \frac{2-8}{10} = -0,6.$$

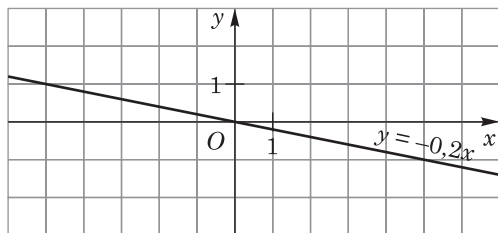
31. 1) $y = 3x - 5$.

x	0	3
y	-5	4



3) $y = -0,2x$.

x	0	5
y	0	-1



32. Див. таблицю.

Робота	A, га	N, га/дн.	t, дн.
За планом	40	x	$\frac{40}{x}$
Насправді	40	x + 1	$\frac{40}{x+1}$

на 2 дні більше

Маємо рівняння за умовою задачі $\frac{40}{x} - \frac{40}{x+1} = 2$. $\frac{40x + 40 - 40x}{x(x+1)} = 2$;
 $\frac{40}{x(x+1)} = 2$; $x^2 + x - 20 = 0$. Враховуючи, що $x > 0$, маємо $x = 4$ (га/дн.) — планувалося.

Трактористи зорали поле за $\frac{40}{4+1} = \frac{40}{5} = 8$ (дн.).

Відповідь. За 8 днів.

33.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{9} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{13} + \sqrt{9}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{49} + \sqrt{45}} = \\ &= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{1}}{(\sqrt{5} + \sqrt{1})(\sqrt{5} - \sqrt{1})} + \frac{\sqrt{9} - \sqrt{5}}{(\sqrt{9} + \sqrt{5})(\sqrt{9} - \sqrt{5})} + \frac{\sqrt{13} - \sqrt{9}}{(\sqrt{13} + \sqrt{9})(\sqrt{13} - \sqrt{9})} + \\ &+ \dots + \frac{\sqrt{49} - \sqrt{45}}{(\sqrt{49} + \sqrt{45})(\sqrt{49} - \sqrt{45})} = \frac{\sqrt{5} - 1}{4} + \frac{\sqrt{9} - \sqrt{5}}{4} + \frac{\sqrt{13} - \sqrt{9}}{4} + \dots + \\ &+ \frac{\sqrt{49} - \sqrt{45}}{4} = \frac{1}{4}(\sqrt{5} - 1 + \sqrt{9} - \sqrt{5} + \sqrt{13} - \sqrt{9} + \dots + \sqrt{49} - \sqrt{45}) = \\ &= \frac{1}{4}(7 - 1) = \frac{1}{4} \cdot 6 = 1,5. \end{aligned}$$

Відповідь. 1,5.

34. Бетонний фундамент:

3 тонни щебеню по 185 гривень за тонну = 555 грн.

30 мішків цементу по 65 гривень = 1 950 грн. Разом 2 505 грн.

Фундамент з піноблоків:

3 кубометри піноблоків по 780 гривень = 2 340 грн.

6 мішків цементу по 65 гривень = 390 грн. Разом 2 730 грн.

При найдешевішому варіанті (бетонному фундаменті) матеріал коштуватиме 2 505 грн.

Відповідь. 2 505 грн.

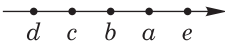
35. Усна вправа.

36. 1) Так; 2) так; 3) так; 4) так.

37. 1) $x < y$; 2) $x > y$; 3) $x > y$; 4) $x < y$.

- 38.** 1) Нехай відстань від A до B дорівнює S км.
 2) Тоді на шляху від A до B водій витратив $\frac{S}{60}$ год, а на половину шляху від B до A — $\frac{\frac{S}{2}}{80} = \frac{S}{160}$ (год).
 3) Середня швидкість $v_{\text{сер}} = \frac{S + \frac{S}{2}}{\frac{S}{60} + \frac{S}{160}} = \frac{3S}{2} : \left(\frac{S}{60} + \frac{S}{160} \right) = \frac{3S}{2} : \frac{11S}{480} = \frac{3S \cdot 480}{2 \cdot 11S} = 65 \frac{5}{11}$ (км/год).
 Відповідь. $65 \frac{5}{11}$ км/год.

§2. Основні властивості числових нерівностей

- 39.** 1) $-2 < 5$; $|+(-5)$ 2) $7 > 3$; $|-1$
 $-7 < 0$. 6 > 2.
 3) $-2 < 9$; $|\times 3$ 4) $-5 > -10$; $|\times (-2)$
 $-6 < 27$. 10 < 20.
 5) $8 > 4$; $|\div 2$ 6) $3 < 18$; $|\div (-3)$
 $4 > 2$. $-1 > -6$.
40. 1) $7 > 5$; $|+8$ 2) $0 < 8$; $|-6$
 $15 > 13$. $-6 < 2$.
 3) $12 > 4$; $|\times 3$ 12 > 4; $|\times (-1)$
 $36 > 12$. $-12 < -4$.
 4) $15 < 18$; $|\div 3$ 15 < 18; $|\div (-3)$
 $5 < 6$. $-5 > -6$.
41. 1) $x < 5$, $5 < y$, тому $x < y$. 2) $x > 2$, $2 > y$, тому $x > y$.
42. 
43. 1) $p < n$; $n < m$, тому $p < m$.
 2) $t > m$; $m > n$; $n > p$, тому $t > p$; $p < t$.
 3) $n < m$; $m < t$, тому $n < t$.
44. 1) $a > b$; $b \geq 1$. Тому $a > 1$, а, отже, $a > 0$.
 2) $a < b$; $b < -2$. Тому $a < -2$, а, отже, $a < 0$.
45. 1) $x < y$; $y \leq -3$. Тому $x < -3$, а, отже, $x < 0$.
 2) $x > y$; $y > 5$. Тому $x > 5$, а, отже, $x > 0$.

- 46.** 1) $x + 2 > y + 2$; 2) $x - 3 < y - 3$; 3) $1,8x > 1,8y$;
 4) $-x < -y$; 5) $-2,7x < -2,7y$; 6) $\frac{x}{3} > \frac{y}{3}$.
- 47.** 1) $a - 7 < b - 7$; 2) $a + 3 < b + 3$; 3) $1,9a < 1,9b$;
 4) $-a > -b$; 5) $-0,8a > -0,8b$; 6) $\frac{a}{5} < \frac{b}{5}$.
- 48.** 1) $1 < p < 2$; $| + 3$ 2) $1 < p < 2$; $| - 4$
 $4 < p + 3 < 5$. $-3 < p - 4 < -2$.
 3) $1 < p < 2$; $| \cdot 12$ 4) $1 < p < 2$; $| : 2$
 $12 < 12p < 24$. $\frac{1}{2} < \frac{p}{2} < 1$.
 5) $1 < p < 2$; $| \cdot (-1)$ 6) $1 < p < 2$; $| \cdot (-3)$
 $-1 > -p > -2$; $-3 > -3p > -6$;
 $-2 < -p < -1$. $-6 < -3p < -3$.
- 49.** 1) $2 < m < 10$; $| + 1$ 2) $2 < m < 10$; $| - 2$
 $3 < m + 1 < 11$. $0 < m - 2 < 8$.
 3) $2 < m < 10$; $| \cdot 3$ 4) $2 < m < 10$; $| : 5$
 $6 < 3m < 30$. $\frac{2}{5} < \frac{m}{5} < 2$.
 5) $2 < m < 10$; $| \cdot (-1)$ 6) $2 < m < 10$; $| \cdot (-7)$
 $-2 > -m > -10$; $-14 > -7m > -70$;
 $-10 < -m < -2$. $-70 < -7m < -14$.
- 50.** 1) $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$; 2) $\frac{1}{m} < \frac{1}{n}$.
- 51.** 1) $\frac{1}{x} < \frac{1}{5}$; 2) $\frac{1}{b} > \frac{1}{2}$.
- 52.** 1) $\frac{1}{a} > \frac{1}{9}$; 2) $\frac{1}{c} < \frac{1}{3}$.
- 53.** $10 < a < 20$;
 $\frac{1}{10} > \frac{1}{a} > \frac{1}{20}$;
 $\frac{1}{20} < \frac{1}{a} < \frac{1}{10}$.
- 54.** $5 < x < 10$;
 $\frac{1}{5} > \frac{1}{x} > \frac{1}{10}$;
 $\frac{1}{10} < \frac{1}{x} < \frac{1}{5}$.
- 55.** 1) $a + 2 > b + 2$, тому $a > b$. Але $b \geq 0,3$, тому $a > 0$.
 2) $a - 3 < p - 3$, тому $a < p$. Але $p < -0,7$, тому $a < 0$.
 3) $7a > 7x$, тому $a > x$. Але $x > 8$, тому $a > 0$.
 4) $-9a < -9b$, тому $a > b$. Але $b \geq 13$, тому $a > 0$.

56. 1) $x - 5 < y - 5$, тому $x < y$. Але $y < -1$, тому $x < 0$.
 2) $x + 7 > a + 7$, тому $x > a$. Але $a \geq 1$, тому $x > 0$.
 3) $2x > 2p$, тому $x > p$. Але $p > 0,17$, тому $x > 0$.
 4) $-x > -t$, тому $x < t$. Але $t \leq -2,5$, тому $x < 0$.
57. 1) Оскільки $a > 5$, то $a > 0$. За наслідком з властивості 4 числові нерівностей матимемо $\frac{1}{a} < \frac{1}{5}$.
 2) Ні, якщо, наприклад, $a = -2$, то $a < 5$, але $\frac{1}{a} < \frac{1}{5}$. Нерівність $\frac{1}{a} > \frac{1}{5}$ не виконується.
Відповідь. 1) Так; 2) ні.
58. За умовою $x > y$.
 1) $x > y$, тому $x + 2 > y$.
 2) $x > y$, тому $y - 3 < x$.
 3) $x > y$, тому $-x < -y$; $-x + 1 < -y + 1$.
 4) $x > y$, тому $-x < -y$; $-x < -y + 8$.
 5) $x > y$, тому $-x < -y$; $-(x + 1) < -y$.
 6) $x > y$. Проте порівняти $x - 1$ і $y + 2$ неможливо:
 якщо, наприклад, $x = 5$, $y = 4$, то $x - 1 < y + 2$;
 якщо, наприклад, $x = 1$, $y = -2$, то $x - 1 = y + 2$;
 якщо, наприклад, $x = 10$, $y = 0$, то $x - 1 > y + 2$.
59. За умовою $a < b$.
 1) $a < b$, тому $a - 2 < b$.
 2) $a < b$, тому $b + 3 > a$.
 3) $a < b$, тому $-a > -b$; $-a + 2 > -b + 2$.
 4) $a < b$, тому $-a > -b$; $-b - 7 < -a$.
 5) $a < b$, тому $-a > -b$; $-a > -(b + 3)$.
 6) $a < b$. Проте $a + 3$ і $b - 1$ порівняти неможливо:
 якщо, наприклад, $a = 0$, $b = 7$, то $a + 3 < b - 1$;
 якщо, наприклад, $a = -3$, $b = 1$, то $a + 3 = b - 1$;
 якщо, наприклад, $a = 2$, $b = 3$, то $a + 3 > b - 1$.
60. 1) $1,2 < x < 1,5$; $|\cdot 2$ 2) $1,2 < x < 1,5$; $|\cdot (-1)$
 $2,4 < 2x < 3$; $|\cdot 0,7$ $-1,2 > -x > -1,5$;
 $3,1 < 2x + 0,7 < 3,7$. $-1,5 < -x < -1,2$; $|\cdot 5$
 $3,5 < 5 - x < 3,8$.
 3) $1,2 < x < 1,5$; $|\cdot 3$ 4) $1,2 < x < 1,5$; $|\cdot (-10)$
 $0,4 < \frac{x}{3} < 0,5$; $|\cdot -1$ $-12 > -10x > -15$;
 $-0,6 < \frac{x}{3} - 1 < -0,5$. $-15 < -10x < -12$; $|\cdot 2$
 $-13 < 2 - 10x < -10$.
61. 1) $0,8 < a < 1,2$; $|\cdot 3$ 2) $0,8 < a < 1,2$; $|\cdot (-1)$
 $2,4 < 3a < 3,6$; $|\cdot -0,2$ $-0,8 > -a > -1,2$;

$$2,2 < 3a - 0,2 < 3,4.$$

$$3) 0,8 < a < 1,2; | : 3$$

$$0,4 < \frac{a}{2} < 0,6; | + 3$$

$$3,4 < \frac{a}{2} + 3 < 3,6.$$

62.

$$1) 2 < a < 5;$$

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{a} > \frac{1}{5};$$

$$\frac{1}{5} < \frac{1}{a} < \frac{1}{2}; | \cdot 20$$

$$4 < \frac{20}{a} < 10.$$

$$-1,2 < -a < -0,8; | + 4$$

$$2,8 < 4 - a < 3,2.$$

$$4) 0,8 < a < 1,2; | \cdot (-10)$$

$$-4 > -5a > -6;$$

$$-6 < -5a < -4; | + 10$$

$$4 < 10 - 5a < 6.$$

$$2) -1 < a < 2; | \cdot 3$$

$$-3 < 3a < 6; | + 4$$

$$1 < 3a + 4 < 10;$$

$$\frac{1}{1} > \frac{1}{3a+4} > \frac{1}{10};$$

$$\frac{1}{10} < \frac{1}{3a+4} < 1.$$

$$2) 2 < x < 4; | \cdot 2$$

$$4 < 2x < 8; | - 3$$

$$1 < 2x - 3 < 5;$$

$$\frac{1}{1} > \frac{1}{2x-3} > \frac{1}{5};$$

$$\frac{1}{5} < \frac{1}{2x-3} < 1.$$

64.

$$12,6 < P < 15; | : 3$$

$$4,2 < \frac{P}{3} < 5;$$

$$4,2 < a < 5.$$

65.

$$192 < m < 204; | : 4$$

$$48 < \frac{m}{4} < 51;$$

$$48 < p < 51.$$

66.

1) Оскільки $x + 2 > m > y + 3$, то $x + 2 > m > y + 2$. Тоді $x + 2 > y + 2$. Отже, $x > y$.

2) $x - 2 < p < y - 3$, тому $x - 2 < p < y - 2$. Тоді $x - 2 < y - 2$; $x < y$.

Відповідь. 1) $x > y$; 2) $x < y$.

67.

1) $a + 3 < c < b + 2$, тому $a + 2 < c < b + 2$. Маємо тоді $a + 2 < b + 2$; $a < b$.

2) $a - 7 > d > b - 5$, тому $a - 5 > d > b - 5$; $a - 5 > b - 5$; $a > b$.

Відповідь. 1) $a < b$; 2) $a > b$.

68. $1 < a < 2; | \cdot (-3)$
 $-3 > -3a > -6;$
 $-6 < -3a < -3; | + 7$
 $1 < 7 - 3a < 4;$
 $\frac{1}{1} > \frac{1}{7-3a} > \frac{1}{4};$
 $\frac{1}{4} < \frac{1}{7-3a} < 1; | \cdot 12$
 $3 < \frac{12}{7-3a} < 12.$

69. $2 < b < 5; | \cdot (-2)$
 $-4 > -3b > -10;$
 $-10 < -2b < -4; | + 13$
 $3 < 13 - 2b < 9;$
 $\frac{1}{3} > \frac{1}{13-2b} > \frac{1}{9};$
 $\frac{1}{9} < \frac{1}{13-2b} < \frac{1}{3}; | \cdot 27$
 $3 < \frac{27}{13-2b} < 9.$

70. Область допустимих значень виразу $\frac{6}{x}$ — всі числа, крім 0. Розглянемо дві можливості:

1) $0 < x < 2$, тоді $\frac{1}{x} > \frac{1}{2}; \frac{6}{x} > \frac{6}{2}; \frac{6}{x} > 3.$

2) $-2 < x < 0$, тоді $2 > -x; -x$ — додатне число.

Тому $\frac{1}{2} < \frac{1}{-x}; -\frac{1}{2} > \frac{1}{x}; \frac{6}{x} < -3.$

Відповідь. $\frac{6}{x} > 3$ або $\frac{6}{x} < -3.$

71. 1) $\frac{x+3y}{3x} - \frac{x+2y}{2x} = \frac{2x+6y-3x-6y}{6x} = \frac{-x}{6x} = -\frac{1}{6};$
 2) $\frac{1}{m(m+n)} + \frac{1}{n(m+n)} = \frac{n+m}{mn(m+n)} = \frac{1}{mn};$
 3) $\frac{3p^2}{p-2} - 3p = \frac{3p^2-3p^2+6p}{p-2} = \frac{6p}{p-2};$
 4) $\frac{a}{a-5} + \frac{5}{5-a} = \frac{a}{a-5} - \frac{5}{a-5} = \frac{a-5}{a-5} = 1.$

72. 1) $\frac{x+3}{x+1} - \frac{x+2}{1-x} = \frac{x+5}{x^2-1}$; $\frac{x+3}{x+1} + \frac{x+2}{x-1} = \frac{x+5}{(x-1)(x+1)}$.

$$\begin{cases} (x+3)(x-1) + (x+1)(x+2) = x+5, \\ x \neq -1, \\ x \neq 1. \end{cases}$$

$x^2 + 3x - x - 3 + x^2 + x + 2x + 2 = x + 5$; $2x^2 + 2x - 3 = 0$; $x_1 = 1$ — не входить в ОДЗ; $x_2 = -3$.

2) $\frac{3}{x} - \frac{x}{2-x} = \frac{x+2}{x^2-2x}$; $\frac{3}{x} + \frac{x}{x-2} = \frac{x+2}{x(x-2)}$.

$$\begin{cases} 3(x-2) + x^2 = x+2, \\ x \neq 0, \\ x \neq 2. \end{cases}$$

$3x - 6 + x^2 = x + 2$; $x^2 + 2x - 8 = 0$; $x_1 = 2$ — не входить в ОДЗ; $x_2 = -4$.

Відповідь. 1) -3; 2) -4.

73. $8^{15} - 2^{40} = (2^3)^{15} - 2^{40} = 2^{45} - 2^{40} = 2^{40}(2^5 - 1) = 2^{40}(32 - 1) = 31 \cdot 2^{40}$ — число, кратне 31, що й треба було довести.

74. 1) $2x^2 - 3x - 10 = 0$. За теоремою Вієта $x_1 + x_2 = -\frac{-3}{2} = 1,5$;

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-10}{2} = -5.$$

2) $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 1,5^2 - 2 \cdot (-5) = 12,25$.

Відповідь. 12,25.

75. Модель А: $R = 4(2 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 4) - 0,01 \cdot 2\,800 = 28$;

модель Б: $R = 4(2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 + 3) - 0,01 \cdot 3\,000 = 30$;

модель В: $R = 4(2 \cdot 4 + 2 \cdot 2 + 4) - 0,01 \cdot 3\,150 = 32,5$;

модель Г: $R = 4(2 \cdot 4 + 2 \cdot 3 + 2) - 0,01 \cdot 3\,400 = 30$.

Модель з найвищим рейтингом — модель В; модель з найнижчим рейтингом — модель А.

76.

								Г	Р	А	Ф	І	К
			П	А	Р	А	Б	О	Л	А			
						Р	І	В	Н	Я	Н	Н	Я
						С	Т	Е	П	І	Н	Ь	
							Д	Р	І	Б			
			Ф	О	Р	М	У	Л	А				
Д	И	С	К	Р	И	М	І	Н	А	Н	Т		

Говерла; Дніпро.