

## Передмова

Хто з нас не любить змагатись? Відчути радість перемоги, спіймати захоплені погляди однокласників, почути стриману, але від цього ще більш бажану, похвалу дорослих, побачити радість і гордість в очах батьків — хіба не варто заради цього брати участь у змаганнях і намагатися перемогти! Будь-хто може знайти для себе сферу діяльності — спорт, музику, танці тощо, — де кожен у відповідності до своїх уподобань, можливостей, схильностей, здібностей може стати кращим, зможе перемогти.

Серед усіх різноманітних змагань для школярів особливої уваги заслуговують конкурси і змагання з різних предметів. Насамперед, вони загальнодоступні, зацікавлюють учнів до навчальних дисциплін і відповідних розділів науки, природознавства, техніки, а це допомагає сформуванню вибору майбутньої професії. І, що вкрай важливо, в таких конкурсах не буває тих, хто зазнає поразки. Адже, якщо навіть учасник змагань не став переможцем або призером, він переміг себе — свою інертність, лінощі, байдужість, отримав безцінний для становлення особистості досвід, набув нових знань.

Окрім традиційних шкільних олімпіад різного рівня, в останні роки стають популярними математичні конкурси, які відрізняються від олімпіад змістом та умовами проведення. Вони відкриті для всіх охочих, а незвичність завдань, їх цікавість робить ці конкурси численними.

Одним з таких нетрадиційних змагань є математичний конкурс «Золотий ключик». Його проводить, починаючи з 1997 року, Центр математичної і комп'ютерної освіти МІОТ разом з відкритим математичним коледжем (ВМК) Донецького національного університету. В ньому беруть участь учні 4–9 класів. Спочатку його проводили для учнів Донецької області, згодом ці межі розширили, і його учасниками стали учні практично з усіх областей України.

Конкурс «Золотий ключик» є відкритим. Кожен учень 4–9 класів може взяти в ньому участь. Конкурс складається із заочного й очного турів. Заочний тур починається взимку і триває два місяці. Очний тур зазвичай проходить у березні і є одночасно репетицією до Міжнародного математичного конкурсу — «Кенгуру», що в Україні проводиться з 1997 року.

Завдання конкурсу складаються з двох частин. Розв'язок завдань першої частини зводиться до вибору правильної відповіді з декількох запропонованих. Серед наведених відповідей тільки одна є правильною. Друга частина завдань складається із «звичайних» задач, хоча більшість з них нестандартні. Їхній розв'язок оформляється за звичними для шкіл правилами, тобто з усіма необхідними поясненнями й обґрунтуваннями.

Головною привабливістю конкурсу є його завдання. Вони різноманітні за складністю і змістом. Більшість з них не вимагають спеціальної підготовки, а розраховані на кмітливість та ініціативу при їх розв'язанні. На думку багатьох учасників, конкурс приносить задоволення від розв'язання цікавих і нестандартних задач, підсилює інтерес до математики, підвищує рівень їхньої математичної підготовки.

Упорядники посібника намагалися, щоб певна кількість завдань була приділена практичному застосуванню математики. Слід також зазначити, що значна кількість завдань не є оригінальною, вона запозичена з таких періодичних видань, як «Квант», «Математика», «Математика в школі», «У світі математики», а також з іншої літератури «олімпіадної» тематики, й адаптована для конкурсу.

У даному посібнику наведено завдання заочного й очного турів конкурсу «Золотий ключик» за 2012 рік. Тексти завдань за 1997–2004 роки містяться у посібнику «Математичний конкурс «Золотий ключик». — Львів: Каменяр, 2004». Тексти завдань з розв'язками за 2005, 2006, 2007, 2008, 2009, 2010 і 2011 роки надруковано у перших семи випусках «Математичний конкурс. 4–9 класи», що вийшли в серії «Готуємося до математичних турнірів».

Посібник призначено для учнів 4–9 класів, а також для вчителів математики. Школярі зможуть використати посібник для підготовки до математичних олімпіад і конкурсів, зокрема до конкурсів «Золотий ключик» і «Кенгуру». Вчителі математики зможуть скористатися посібником для проведення математичних змагань у навчальних закладах, для організації позакласної роботи з математики.

У посібнику наведено відповіді, вказівки та розв'язки задач. Упорядники сподіваються, що робота з посібником буде корисною і цікавою як для учнів, так і для вчителів.

Усі зауваження і побажання просимо надсилати за адресою: alex4909@gmail.com.

Завдання заочного туру конкурсу

4–5 класи

Перша частина завдань

1. Наповнена доверху водою посудина важить 5 кг, а наповнена наполовину — 3 кг 250 г. Скільки води вміщає посудина?

А	Б	В	Г
3 кг	3 кг 500 г	3 кг 750 г	4 кг

2. Дмитро склав квадратний аркуш паперу навпіл, потім ще раз і ще раз. У центрі фігури, що утворилася, він зробив отвір, а потім знову розгорнув аркуш. Скільки отворів хлопчик побачив?

А	Б	В	Г
2	4	8	16

3. У Гаррі Поттера є чарівні окуляри, в яких він бачить все чорне — білим, а все біле — чорним. Гаррі подивився через ці окуляри на прямокутник, зображений справа. Що він побачив?



А	Б	В	Г

4. На прямій позначили декілька точок. Потім відмітили середини відрізків, що сполучають сусідні точки. Всього позначеними виявилися 137 точок. Скільки точок позначили спочатку?

А	Б	В	Г
69	68	67	63

5. Літерами А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, І позначені цифри від 1 до 9. Кожна літера позначає одну цифру і кожна цифра позначена однією

літерою. Дві літери, що стоять поряд, позначають відповідно двоцифрове число. Відомо, що  $\Gamma + Д = Б$ ;  $Б \cdot З = ЖВ$ ;  $Б = В \cdot А$ ;  $Б \cdot В = ЕІ$ ;  $Д > \Gamma$ ;  $Б < З$ . Чому дорівнює  $З + І$ ?

А	Б	В	Г
15	13	12	11

6. Від кубика, склеєного з паперу (див. рис.), відрізали кутик. Цей кубик розрізали вздовж ребер, розгорнули й отримали фігуру. Яку саме?



А	Б	В	Г

7. На кожній купині в маленькому болоті сидять не менше, ніж по 3 жаби, а всього жаб — 145. Кількість купин у цьому болоті не може дорівнювати ...

А	Б	В	Г
23	31	44	55

8. Ви стоїте навпроти будинку під номером 53. Скільки будинків з непарними треба минути, щоб пройти повз будинок, номер якого в 3 рази більший, якщо на вулиці немає будинків з однаковими номерами?

А	Б	В	Г
51	53	54	106

9. Товарний поїзд завдовжки 1 км рухається зі швидкістю 50 км/год. За який час він пройде тунель завдовжки 1 км?

А	Б	В	Г
За 1 хв 12 с	За 2 хв 40 с	За 2 хв 24 с	За 1 хв 20 с

10. Автобус із пункту А в пункт Б їде 30 хв. Автобуси з пункту А відправляються кожні дві хвилини. Одночасно з одним з автобусів з пункту А в пункт Б виїхав автомобіль. Автомобілю треба 7,5 хв, щоб дістатися до пункту Б. Скільки автобусів пережене на своєму шляху автомобіль?

А	Б	В	Г
6	8	10	12

11. Четверо друзів грали у футбол. Ось що вони говорять з цього приводу.

Тарас: «Гол забив або я, або Олег».

Олег: «Гол забив не я і не Дмитро».

Дмитро: «Один з них сказав неправду».

Данило: «Ти помиляєшся, Дмитре».

Хто ж забив гол, якщо тільки трое з них сказали правду?

А	Б	В	Г
Тарас	Олег	Дмитро	Данило

12. Четверо робітників мали виконати якусь роботу за певний термін. Кожен з них працював з однаковою продуктивністю, проте після першого дня роботи двоє робітників звільнилися. Двоє, що залишилися, закінчили роботу на два дні пізніше від запланованого терміну. Скільки днів спочатку відводилося для виконання всього об'єму роботи?

А	Б	В	Г
2	3	4	6

13. 14 хлопців відправилися в похід на човнах. У кожного з чотирьох дітей у поході брало участь трое братів, у кожного з шістьох хлопців було по 2 брати — також учасників походу. В двох хлопців разом з ними в похід відправилося по одному брату. І лише у двох учасників походу не було братів у цьому поході. Скільки всього матерів чекало повернення своїх дітей з походу?

А	Б	В	Г
9	8	7	6

14. На двох чашах терезів стояли 24 гирі: на лівій чаші лише 5-кілограмові, на правій лише 3-кілограмові. Терези перебувають у рівновазі. На якій чаші більше гир і на скільки?

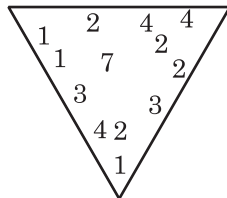
А	Б	В	Г
На лівій, на 4	На лівій, на 6	На правій, на 4	На правій, на 6

15. У ящику лежить 30 білих і червоних куль. Відомо, що серед будь-яких 12 куль є принаймні одна біла, а серед будь-яких 20 — принаймні одна червона. На скільки білих куль більше, ніж червоних?

А	Б	В	Г
На 6	На 7	На 8	На 9

## Друга частина завдань

1. Поділіть прямими лініями даний трикутник так, щоб у кожній утвореній фігурі сума чисел дорівнювала 12.
2. Коли патрульна машина отримала наказ про переслідування злочинця, відстань між нею і машиною злочинця була 3 км. Машина злочинця втікає від патрульної машини зі швидкістю 75 км/год, а патрульна машина переслідує її зі швидкістю 80 км/год. Якою буде відстань між машинами через 6 хв?
3. Коли в Нью-Йорку 5 год ранку, в Києві — полудень. Коли в Києві 5 год ранку, в Токіо — полудень. Котра година в Нью-Йорку, коли в Токіо 5 год ранку?
4. У клітинках таблиці, що містить 4 рядки і 7 стовпців, потрібно розставити натуральні числа так, щоб їхня сума в кожному рядку дорівнювала 28, а в кожному стовпці — 15. Чи можна це зробити? Якщо — «так», то зробіть, якщо — «ні», то поясніть, чому.
5. Богдан розірвав газету на 8 частин, одну з отриманих частин — ще на 8, і так далі. Чи зможе він розірвати газету на 2012 частин?
6. Четверо друзів брали участь в олімпіаді. Вітя розв'язав задач більше від усіх — 8, а Петрик — менше від усіх — 5 задач. Кожну задачу олімпіади розв'язали рівно трое з друзів. Скільки задач було на олімпіаді?
7. У школі навчається 390 учнів.
  - а) Доведіть, що знайдуться два учні, що народилися в один і той самий день.
  - б) Чи обов'язково знайдуться три таких учня?
8. У трьох кишнях у Карлсона лежать три монети: одна золота, друга срібна, а третя бронзова. Монета, яка лежить у найбільшій кишні, не золота, срібна монета лежить не в середній кишні. А в найменшій кишні лежить не золота і не срібна монета. Яка монета де лежить?
9. У пляшці, склянці, глечику і банці знаходиться молоко, лимонад, квас і вода. Відомо, що вода і молоко не в пляшці, а посудина з лимонадом знаходиться між глечиком і посудиною з квасом, у банці — не лимонад і не вода. Склянка знаходиться біля банки і посудини з молоком. Як розподілені ці рідини по посудинах?



10. Колись молоко продавали в літрових і півлітрових скляних пляшках. Порожні пляшки з-під молока можна було здавати в магазин за ціною 20 к. і 15 к. відповідно. Петрик пішов у магазин без грошей, узявши з собою порожні пляшки — 6 літрових і 6 півлітрових. У магазині було тільки розливне молоко по 22 к. за літр. Петрик вирішив здати частину пляшок, а куплене на отримані гроші молоко налити в пляшки, що залишилися. Яку найбільшу кількість молока він зможе принести додому?

## 6–7 класи

### Перша частина завдань

1. Вкладник поклав у два банки різні суми грошей. Через деякий час він подвоїв внесок у першому банку. В результаті його загальний внесок у два банки збільшився на 60%. Скільки відсотків від початкового сумарного внеску в обидва банки становив внесок у другому банку?

А	Б	В	Г
80%	60%	40%	30%

2. Діаметр маленького колеса циркового велосипеда в 3 рази менший від діаметра великого. Скільки обертів зробить маленьке колесо на такому шляху, на якому велике колесо робить 100 обертів?

А	Б	В	Г
100	150	300	Інша відповідь

3. Скільки разів упродовж доби кут між годинною і хвилинною стрілками дорівнює  $90^\circ$ ?

А	Б	В	Г
12 разів	23 рази	24 рази	Інша відповідь

4. Маємо два рівні круги, що не мають спільних точок. Скільки існує таких точок площини, що будь-яка пряма, яка проходить через ці точки і перетинає один круг, перетинає і інший?

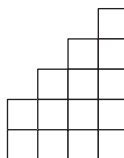
А	Б	В	Г
Жодної	Одна	Дві	Інша відповідь

5. У класі 28 учнів. Кожна дівчинка дружить з чотирма хлопчиками, а кожен хлопчик — із трьома дівчатками. Кого в класі більше: хлопчиків чи дівчаток, і на скільки?

А	Б	В	Г
Хлопчиків на 4	Хлопчиків на 2	Дівчаток на 2	Дівчаток на 4

6. Скількома способами можна розмістити 4 шашки на намальованій дошці (див. рис.) так, щоб жодні дві з них не знаходилися в одному рядку або в одному стовпці?

А	Б	В	Г
8	16	28	64



7. Знайдіть невідоме значення  $x$ , що задовольняє рівність:  $x \oplus 2012 = 2011 \oplus x$ , де через  $\oplus$  позначено операцію, яка визначається рівністю  $a \oplus b = a + b - 2ab$ .

А	Б	В	Г
0,5	1	2	Таких значень немає

8. На координатній площині позначили точки, в яких координати — натуральні числа, що не перевищують 9. Знайдіть суму координат цих точок.

А	Б	В	Г
720	810	900	Інша відповідь

9. Куб склеїли з 27 однакових кубиків. Скільки клею витратили, якщо на склеювання двох граней треба 1 г клею?

А	Б	В	Г
108 г	81 г	54 г	Інша відповідь

10. Марійка взяла в похід декілька пакетиків чаю. Деякі вона використовувала для заварювання 2 чашок чаю, а деякі — для 3 чашок. Усього вона заварила 38 чашок. Яка найменша кількість пакетиків чаю могла бути в Марійки?

А	Б	В	Г
11	12	13	14





## Зміст

Передмова .....	3
Завдання заочного туру конкурсу .....	5
4–5 класи .....	5
6–7 класи .....	9
8–9 класи .....	13
Завдання очного туру конкурсу .....	18
4 клас .....	18
5 клас .....	21
6 клас .....	24
7 клас .....	26
8 клас .....	28
9 клас .....	31
Розв'язки завдань заочного туру конкурсу .....	34
4–5 класи .....	34
6–7 класи .....	39
8–9 класи .....	45
Розв'язки завдань очного туру конкурсу .....	54
4 клас .....	54
5 клас .....	58
6 клас .....	62
7 клас .....	65
8 клас .....	69
9 клас .....	73

---

*Навчальне видання*

Готуємося до математичних турнірів

Упорядники:

ПАВЛОВ Олександр Леонідович,

БРОДСЬКИЙ Яків Соломонович

**МАТЕМАТИЧНИЙ КОНКУРС. 4–9 КЛАСИ**

**Посібник для підготовки до математичних турнірів**

**Випуск 8**

Підписано до друку 19.04.2022. Формат 60x84/16. Папір офсетний.

Гарнітура Century Schoolbook. Друк офсетний.

Умовн. друк. арк. 4,65. Умовн. фарбо-відб. 4,65.

[В. 1].

Видавництво «Навчальна книга – Богдан»

Свідцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру видавців,

виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції

ДК № 4221 від 07.12.2011 р.

Навчальна книга – Богдан, просп. С. Бандери, 34а, м. Тернопіль, 46002

Навчальна книга – Богдан, а/с 529, м. Тернопіль, 46008

тел./факс (0352)52-06-07; 52-19-66; 52-05-48

office@bohdan-books.com    www.bohdan-books.com