С.І. Семенюк

ФІЗИКА

ЗБІРНИК ЗАДАЧ
ІЗ РОЗВ'ЯЗКАМИ

Навчальний посібник

ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА — БОГДАН

ПЕРЕДМОВА

У збірник включено всі завдання основних сесій від 2007 по 2011 роки та всі завдання пробного тестування 2008 року. Щоб не наводити схожих завдань, у збірник також увійшли окремі завдання:

1) пробних тестувань (пт) 2007 року та завдань 2009 – 2016 років;

2) основних сесій (ос) 2012 – 2016 років;

3) додаткових сесій (дс) 2012 року та завдань 2014 – 2016 років;

4) із збірника «Зразки завдань (зз) ЗНО 2007 – 2009 років»;

5) демонстраційного тесту (дт) 2010 року,

які, на нашу думку, доцільно розглянути для порівняння завдань, що пропонуються на ЗНО з фізики Українським центром оцінювання якості освіти (УЦОЯО).

Завдання мають такі позначення:

1) порядковий номер у відповідному тематичному блоці, наприклад: 4.2.27;

2) порядковий номер завдання в зошиті для ЗНО відповідної сесії та відповідного року, наприклад: (19.пт.11р.).

У збірнику використано такі абревіатури:

АЧТ	Абсолютно чорне тіло	ЗЗІ	Закон збереження імпульсу	РМК	Рівняння Менделєєва-Клапейрона
ВАХ	Вольт-амперна характеристика	І ЗТД	Перший закон термодинаміки	РТБ	Рівняння теплового балансу
ГОВ	Головна оптична вісь лінзи	ІГ	Ідеальний газ	СВ (ІСВ)	Система відліку (інерціальна СВ)
ДҐ	Дифракційна ґратка	ІІ ЗН	Другий закон Ньютона	СК	Система координат
ЕМВ	Електромагнітне випромінювання	ІІІ ЗН	Третій закон Ньютона	СП	Світловий промінь
ЕМХ	Електромагнітні хвилі	КК	Коливальний контур	ТДП	Термодинамічний процес
ЕП	Електричне поле	Л+, Л–	Збиральна, розсіювальна лінзи	ТДР	Термодинамічна рівновага
ЗЗЕ	Закон збереження енергії	МП	Магнітне поле	ТДС	Термодинамічна система
ЗЗЕЗ	Закон збереження електричного заряду	ПСХЕМ	Періодична система хімічних елементів Менделєєва	ФП	Фокальна площина

та умовні позначення:

$A\uparrow$	величина A — зростає, збільшується	$A\downarrow$	величина A — спадає, зменшується
~	пропорційно або порядку	$\vec{A}_1 \uparrow\downarrow \vec{A}_2$	вектори $\vec{A}_1$ і $\vec{A}_2$ мають протилежні напрямки

Розподіл кількості завдань, які увійшли до збірника згідно із зразками завдань ЗНО відповідного року:

Рік	СЕСІЯ					Максимальна кількість завдань у сесії	Сума
	пробне тестування	основна сесія	додаткова сесія	зразки завдань	демонстраційний тест		
2007	14	35				35	49
2008	35	35+1				35	71
2009	25	35		25		35/216	85
2010	28	37			10	37/37	75
2011	18	36				36	54
2012	28	29	7			36	64
2013	16	21				34	37
2014	17	11	18			34	46
2015	13	21	12			34	46
2016	13	11	9			34	33
Сума	207	272	46	25	10		560

До відповідних завдань, за доцільності, наведено пояснення фізичної проблеми та детальний розв'язок завдання, інколи кількома способами. Це зроблено для того, щоб зрозуміти завдання, методи його розв'язку, розв'язку завдань, йому подібних, та зберегти цілісність фізичної картини світу.

Усі тексти задач, а саме, копії зошитів ЗНО з фізики у pdf форматі, можна переглянути за електронною адресою: https://drive.google.com/folderview?id=0BxQsf6gE1jPkWDA3NURadlBNY0U&usp=sharing або https://goo.gl/3SFdG4.

Розподіл кількості цих завдань, які увійшли до збірника, за тематичними блоками:

Розділ	Підрозділ	К-сть	У відсотках
1. МЕХАНІКА		128	22,9
1.1	Основи кінематики	48	8,5
1.2	Основи динаміки	35	6,3
1.3	Закони збереження в механіці	30	5,4
1.4	Елементи механіки рідин і газів	15	2,7
2. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА		98	17,5
2.1	Основи молекулярно-кінетичної теорії	37	6,6
2.2	Основи термодинаміки	28	5,0
2.3	Властивості газів, рідин і твердих тіл	33	5,9
3. ЕЛЕКТРОДИНАМІКА		155	27,7
3.1	Основи електростатики	49	8,8
3.2	Закони постійного струму	43	7,7
3.3	Електричний струм у різних середовищах	23	4,1
3.4	Магнітне поле, електромагнітна індукція	40	7,1
4. КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ. ОПТИКА		116	20,7
4.1	Механічні коливання і хвилі	36	6,4
4.2	Електромагнітні коливання і хвилі	34	6,1
4.3	Оптика	46	8,2
5. КВАНТОВА ФІЗИКА. ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ВІДНОСНОСТІ		63	11,2
5.1	Елементи теорії відносності	9	1,6
5.2	Світлові кванти	22	3,9
5.3	Атом та атомне ядро	32	5,7
РАЗОМ		560	100

Автор висловлює подяку: М. А. Шемелі — вчителю фізики НВК «Лозівська ЗОШ І–ІІІ ст. — ДНЗ», методисту фізики Тернопільського районного методичного кабінету; Б. Є. Будному — доктору педагогічних наук, професору, завідувачу кафедри фізики та методики її викладання ТНПУ ім. В. Гнатюка; С. Ю. Вознюку — кандидату педагогічних наук, доценту кафедри фізики та методики її викладання ТНПУ ім. В. Гнатюка; В. Я. Гайді — обласному методисту з фізики та астрономії Тернопільського ОКІППО; В. К. Дячуну — редактору збірника; А. В. Кравчуку — відповідальному за комп'ютерну верстку збірника; Л. Т. Тригубишину — вчителю фізики Мишковицької ЗОШ І–ІІІ ступенів; В. Д. Федачківському — студенту фізико-математичного факультету ТНПУ ім. В. Гнатюка; А. В. Чубатому — керівнику гуртка інформатики КЗ ТМР «Станція юних техніків» — за доброзичливі зауваження і поради, які сприяли роботі над збірником.

Будемо вдячні за побажання та рекомендації, які допоможуть усунути неточності та помилки, допущені у збірнику.

1. МЕХАНІКА

1.1. Основи кінематики

1.1.1 (1.ос.12р.). За фотографією секундоміра визначте ціну поділки його шкали. Шкала розрахована на 60 с.

Варіанти відповідей:

А. 0,1 с — ціна поділки.
Б. 5 с — ціна поділки.
В. 1 с — ціна поділки.
Г. 0,2 с — ціна поділки.

Дано:
$t_1 = 0$ с,
$t_2 = 5$ с,
$N = 25$ поділок.

C – ?

Розв'язання.

Ціна поділки шкали секундоміра $C = \dfrac{t_2 - t_1}{N}$.

Перевіримо одиниці вимірювання:

$[C] = \dfrac{\text{с} - \text{с}}{\text{под.}} = \dfrac{\text{с}}{\text{под.}}$.

Числове значення:

$\{C\} = \dfrac{5 - 0}{25} = \dfrac{5}{25} = \dfrac{1}{5} = 0{,}2$.

Відповідь. **Г**.

1.1.2 (2.пт.12р.). Визначте, чи можна застосовувати поняття «матеріальна точка» для дослідження руху ведмедя та руху бджоли.

Варіанти відповідей:

А. Можна застосовувати лише стосовно ведмедя.
Б. Можна застосовувати лише стосовно бджоли.
В. Можна застосовувати і до ведмедя, і до бджоли залежно від умов задачі.
Г. Не можна застосовувати стосовно ведмедя та бджоли, тому що це — живі істоти.

Розв'язання.

Матеріальна точка — це тіло, розмірами якого в даній умові задачі можна знехтувати.

Відповідь. **В**.

1.1.3 (3.дс.16р.). Велосипедист, рухаючись по шосе, проїхав 900 м зі швидкістю 15 м/с, а потім, їдучи гіршою дорогою, — 400 м зі швидкістю 36 км/год. З якою середньою швидкістю він подолав увесь шлях?

Варіанти відповідей:

А. 15 м/с. **Б.** 10 м/с. **В.** 12,5 м/с. **Г.** 13 м/с.

Дано:

$l_1 = 900$ м,

$\upsilon_1 = 15$ м/с,

$l_2 = 400$ м,

$$\upsilon_2 = 36\,\frac{\text{км}}{\text{год}} = 36\cdot\frac{1000\,\text{м}}{3600\,\text{с}} = \frac{36}{3{,}6}\,\frac{\text{м}}{\text{с}} = 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$\upsilon_{\text{ср}} - ?$

Розв'язання.

Середня швидкість нерівномірного руху: $\upsilon_{\text{ср}} = \dfrac{l_{\text{весь}}}{t_{\text{весь}}} = \dfrac{l_1 + l_2}{t_1 + t_2}$. Час руху велосипедиста на першій ділянці: $t_1 = \dfrac{l_1}{\upsilon_1} = 900\,\text{м}\cdot\left(15\,\dfrac{\text{м}}{\text{с}}\right)^{-1} = \dfrac{900}{15}$ с $= 60$ с. Час руху велосипедиста на другій ділянці: $t_2 = \dfrac{l_2}{\upsilon_2} = 400\,\text{м}\cdot\left(10\,\dfrac{\text{м}}{\text{с}}\right)^{-1} = \dfrac{400}{10}$ с $= 40$ с.

Одиниці вимірювання очевидні.

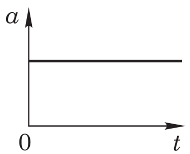
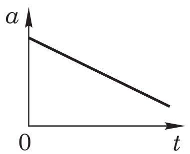
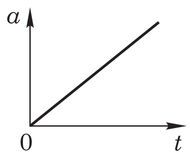
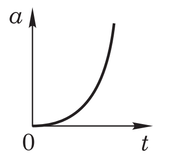
Числове значення:

$$\{\upsilon_{\text{ср}}\} = \frac{900 + 400}{60 + 40} = \frac{1300}{100} = 13.$$

Відповідь. **Г.**

1.1.4 (1.ос.08р.). Установіть, який із графіків залежності прискорення тіла від часу, яке рухається прямолінійно, відповідає рівноприскореному руху.

Варіанти відповідей:

А	Б	В	Г
			

Розв'язання.

Для рівноприскореного руху $a = \text{const}$.

Відповідь. **А.**

1.1.5 (1.ос.10р.). Камінь, який кинули з вікна другого поверху з висоти 4 м, упав на поверхню землі на відстані 3 м від стіни будинку. Визначте модуль переміщення каменя.

Варіанти відповідей:

А. 3 м. **Б.** 4 м. **В.** 5 м. **Г.** 7 м.

Дано:
$h = 4$ м,
$l = 3$ м.
s – ?

Розв'язання.

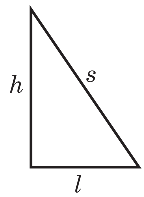
Переміщення каменя $s = \sqrt{h^2 + l^2}$.

Перевіримо одиниці вимірювання:

$[s] = \sqrt{м^2 + м^2} = \sqrt{м^2} = м.$

Числове значення:

$\{s\} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5.$



Відповідь. **В**.

1.1.6 (25.пт.13р.). Камінець кинули горизонтально з високої скелі зі швидкістю 7,5 м/с. Визначте модуль переміщення камінця за 2 с. Опір повітря не враховуйте. Вважайте, що $g = 10$ м/с². Відповідь запишіть у метрах.

Дано:
$\upsilon_0 = 7{,}5$ м/с,
$t = 2$ с,
$g = 10$ м/с².
s – ?

Розв'язання.

Загальне переміщення камінця $\vec{s} = \vec{s}_x + \vec{s}_y$, тоді $s = \sqrt{s_x^2 + s_y^2}$. (1) Виразимо окремо переміщення камінця в горизонтальному і вертикальному напрямках, для цього введемо систему координат (СК), початок якої співпадає з точкою кидання камінця. Вісь Ox спрямуємо вздовж напрямку кидання камінця, тобто вздовж горизонту, а вісь Oy — вертикально вгору. Тоді в горизонтальному напрямку камінець переміститься на $s_x = \upsilon_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2} = \upsilon_0 \cdot t + \frac{0 \cdot t^2}{2} = \upsilon_0 t$, а у вертикальному — на $s_y = \upsilon_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2} = 0 \cdot t + \frac{(-g)\cdot t^2}{2} = -\frac{gt^2}{2}$ — камінець переміщується проти напрямку осі Oy, тобто переміщується вертикально вниз (падає). Отримані вирази підставляємо у співвідношення (1):

$$s = \sqrt{(\upsilon_0 t)^2 + \left(-\frac{gt^2}{2}\right)^2} = \sqrt{\upsilon_0^2 t^2 + \frac{g^2 t^4}{4}}.$$

Перевіримо одиниці вимірювання:

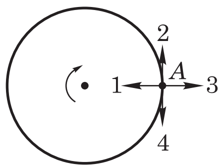
$$[s] = \sqrt{\left(\frac{м}{с}\right)^2 \cdot с^2 + \left(\frac{м}{с^2}\right)^2 \cdot с^4 \cdot \frac{1}{1}} = \sqrt{м^2 + м^2} = \sqrt{м^2} = м.$$

Числове значення:

$$\{s\} = \sqrt{7{,}5^2 \cdot 2^2 + \frac{10^2 \cdot 2^4}{4}} = \sqrt{225+400} = \sqrt{625} = 25.$$

Відповідь. 25 м.

1.1.7 (4.ос.10р.). Тіло рухається по колу за годинниковою стрілкою. Укажіть напрям швидкості в точці *A*.



Варіанти відповідей:

А. 1. **Б.** 2.
В. 3. **Г.** 4.

Розв'язання.

Швидкість (вектор миттєвої швидкості) завжди напрямлена по дотичній до траєкторії руху тіла в напрямку руху.

Відповідь. **Г**.

1.1.8 (22.ос.13р.). Установіть відповідність між рухом тіла та напрямком прискорення.

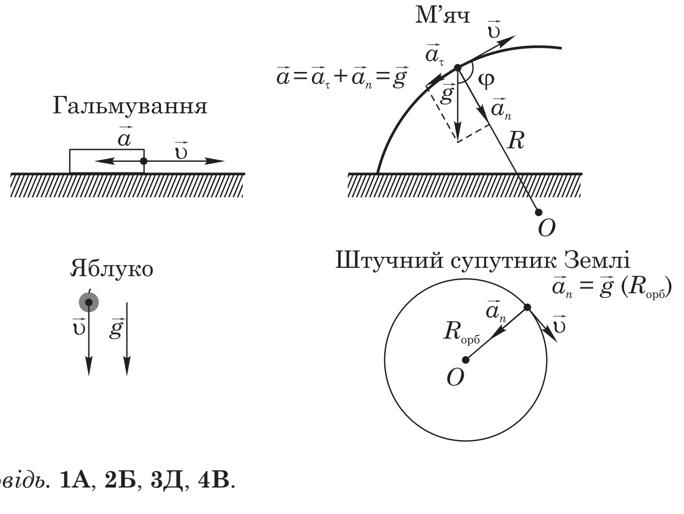
Рух тіла

1. Гальмування автомобіля без зміни напрямку руху.
2. Рух м'яча, який летить угору під кутом до горизонту.
3. Падіння яблука з дерева в безвітряну погоду.
4. Рух штучного супутника Землі по коловій орбіті.

Напрямок прискорення

А. Протилежно до напрямку швидкості руху тіла.
Б. Під тупим кутом до напрямку швидкості руху тіла.
В. Під прямим кутом до напрямку швидкості руху тіла.
Г. Під гострим кутом до напрямку швидкості руху тіла.
Д. У напрямку швидкості руху тіла.

Розв'язання.



Відповідь. **1А**, **2Б**, **3Д**, **4В**.

1.1.9 (21.ос.16р.). Установіть відповідність між напрямком рівнодійної $\vec{F}$ усіх діючих на тіло сил (1–4) і прикладом руху (А–Д), де $\vec{\upsilon}$ — швидкість руху тіла.

Напрямок рівнодійної і швидкості

1. Напрямки $\vec{F}$ і $\vec{\upsilon}$ збігаються.

2. Напрямок $\vec{F}$ протилежний напрямку $\vec{\upsilon}$.

3. Напрямки $\vec{F}$ і $\vec{\upsilon}$ утворюють прямий кут.

4. Напрямки $\vec{F}$ і $\vec{\upsilon}$ утворюють гострий кут.

Приклад руху

А. Автобус гальмує перед зупинкою, рухаючись прямолінійно.

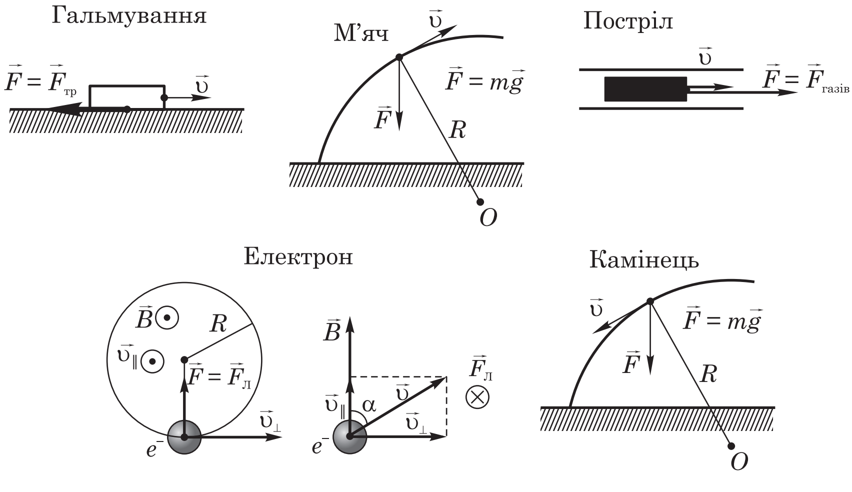
Б. Футбольний м’яч піднімається, спрямований воротарем на іншу половину футбольного поля.

В. Снаряд рухається всередині ствола гармати при пострілі.

Г. Електрон рухається в магнітному полі під кутом до ліній магнітної індукції.

Д. Камінець, який кинули під кутом до горизонту, опускається.

Розв’язання.



Відповідь. **1В**, **2А**, **3Г**, **4Д**.

1.1.10 (1.ос.11р.). Координата тіла змінюється з часом згідно з рівнянням $x = 12 - 5t$, де всі величини виражено в одиницях СІ. Визначте координату цього тіла через 4 с після початку руху.

Варіанти відповідей:

А. – 20 м. **Б.** – 8 м. **В.** 20 м. **Г.** 32 м.

Дано:	Розв'язання.
$x(t) = 12 - 5t$ (м), $t = 4$ с.	Підставимо значення часу в рівняння для координати $x(4) = 12 - 5\cdot4 = 12 - 20 = -8$ (м).
$x(4)$ – ?	*Відповідь.* **Б.**

1.1.11 (29.ос.08р.). Рух тіла описується рівнянням $x = -5 + 2t + 9t^2$. Визначте (у м/с^2) прискорення, з яким рухається тіло.

Дано:	Розв'язання.
$x(t) = -5 + 2t + 9t^2$ (м).	*Спосіб* 1. Рівняння координати $x(t) = x_0 + \upsilon_{0x}t + \dfrac{a_x t^2}{2} = -5 + 2t + 9t^2$. Порівнюючи коефіцієнти, бачимо, що $\dfrac{a_x}{2} = 9$, звідки $a_x = 18$ (м/с^2).
a_x – ?	

Спосіб 2. Рівняння швидкості $\upsilon_x = x'(t) = 2 + 2\cdot9t = 2 + 18t = \upsilon_{0x} + a_x t$. Порівнюючи коефіцієнти, бачимо, що $a_x = 18$ (м/с^2).

Відповідь. 18 м/с^2.

1.1.12 (1.ос.09р.). Рух тіла описано рівнянням $x = 4 - 3t + 2t^2$, де всі величини виражено в одиницях СІ. Визначте проекцію швидкості тіла на вісь *Ox* через 2 секунди після початку руху.

Варіанти відповідей:

А. – 6 м/с. **Б.** 5 м/с. **В.** 6 м/с. **Г.** 8 м/с.

Дано:	Розв'язання.
$x = 4 - 3t + 2t^2$ (м), $t = 2$ с.	*Спосіб* 1. Рівняння координати $x(t) = x_0 + \upsilon_{0x}t + \dfrac{a_x t^2}{2} = 4 - 3t + 2t^2$. Порівнюючи коефіцієнти, бачимо,
$\upsilon_x(2)$ – ?	

що $\dfrac{a_x}{2} = 2$ та $\upsilon_{0x} = -3$ (м/с), звідки $a_x = 4$ (м/с^2). Рівняння швидкості $\upsilon_x = \upsilon_{0x} + a_x t = -3 + 4t$.

Спосіб 2. Рівняння швидкості $\upsilon_x = x'(t) = -3 + 2\cdot 2t = -3 + 4t$.

Перевіримо одиниці вимірювання:

$$[\upsilon_x] = -\frac{\text{м}}{\text{с}} + \frac{\text{м}}{\text{с}^2}\cdot\text{с} = \frac{\text{м}}{\text{с}} + \frac{\text{м}}{\text{с}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Числове значення:

$\{\upsilon_x\} = -3 + 4\cdot2 = -3 + 8 = 5$.

Відповідь. **Б.**

1.1.13 (3.ос.10р.). Кулька без початкової швидкості скотилася з похилого жолоба завдовжки 0,72 м. Знайдіть прискорення, з яким рухалася кулька. Покази секундоміра (див. фотографію 1 і фотографію 2) означають хвилини, секунди та соті частки секунди на початку та в кінці руху кульки відповідно.

Варіанти відповідей:

А. 0,6 м/с². **Б.** 0,72 м/с². **В.** 1 м/с². **Г.** 1,2 м/с².

Дано:
$l = 0{,}72$ м,
$t = 1{,}20$ с.
a_x – ?

Розв'язання.

Рівняння координати $x = x_0 + \upsilon_{0x}t + \dfrac{a_x t^2}{2}$. Вісь Ox виберемо вздовж напрямку руху кульки. Тоді $a_x = a$, $\upsilon_{0x} = 0$ м/с, а шлях l, який проходить тіло, дорівнює його переміщенню s. Отримаємо $l = s = x - x_0$, бо рух прямолінійний, тоді $l = \dfrac{a_x t^2}{2}$. Отже $a_x = \dfrac{2l}{t^2}$.

Перевіримо одиниці вимірювання:

$[a_x] = \dfrac{1 \cdot \text{м}}{\text{с}^2} = \dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

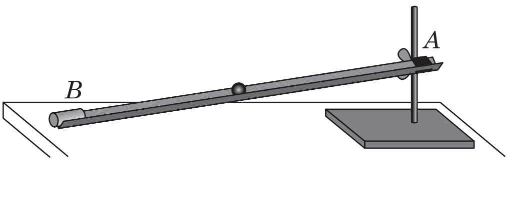
Числове значення:

$\{a_x\} = \dfrac{2 \cdot 0{,}72}{1{,}20^2} = \dfrac{1{,}44}{1{,}44} = 1$.

Відповідь. **В**.

1.1.14 (24.ос.15р.). Кулька вільно скочується похилою площиною AB, довжина якої 1 метр. Початкова швидкість кульки дорівнює нулю. Провівши 5 експериментів, учень визначив час, за який кулька проходить відстань AB: $t_1 = 0{,}993$ с; $t_2 = 0{,}995$ с; $t_3 = 0{,}987$ с; $t_4 = 1{,}012$ с; $t_5 = 1{,}013$ с.

1. Визначте середнє прискорення (м/с²) кульки.
2. Визначте швидкість (м/с), якої набула кулька в точці B.



Дано:
$l = 1$ м,
$\upsilon_0 = 0$ м/с,
$t_1 = 0{,}993$ с,
$t_2 = 0{,}995$ с,
$t_3 = 0{,}987$ с,
$t_4 = 1{,}012$ с,
$t_5 = 1{,}013$ с.

$a_{ср}$ – ?, υ_B – ?

Розв'язання.

Вісь Ox спрямуємо вздовж напрямку руху кульки. Тоді вздовж осі Ox кулька переміститься на $s_x = \upsilon_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2} = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2} = \frac{at^2}{2}$. Очевидно, що тут шлях дорівнює переміщенню $l = s_x$, тоді прискорення кульки $a = \frac{2l}{t^2}$.

Середнє значення фізичної величини підраховують за середніми значеннями величин, від яких вона залежить. Тобто, середнє значення прискорення $a_{ср} = \frac{2 \cdot l_{ср}}{t_{ср}^2}$, де $l_{ср}$ — середнє значення шляху, тут $l_{ср} = l$; $t_{ср}$ — середнє значення часу, за який кулька проходить відстань AB (найбільш ймовірне значення часу): $t_{ср} = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}{5}$, $\{t_{ср}\} = \frac{0{,}993 + 0{,}995 + 0{,}987 + 1{,}012 + 1{,}013}{5} = \frac{5}{5} = 1$, $t_{ср} = 1$ с.

Рівняння проекції швидкості на вісь Ox: $\upsilon_x = \upsilon_{0x} + a_x t = \upsilon_0 + at = at$. Отже, швидкість кульки в точці B: $\upsilon_B = at = a_{ср}t_{ср}$.

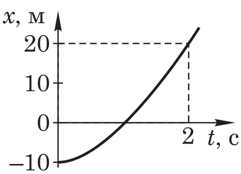
Одиниці вимірювання очевидні.

Числове значення:

$\{a_{ср}\} = \frac{2 \cdot 1}{1^2} = 2$; $\{\upsilon_B\} = 2 \cdot 1 = 2$.

Відповідь. 2 м/с²; 2 м/с.

1.1.15 (4.пт.12р.). На рисунку зображено графік залежності координати x матеріальної точки, що рухається рівноприскорено вздовж осі Ox, від часу t. Визначте модуль прискорення даної точки, якщо в момент початку відліку часу модуль її швидкості дорівнював 3 м/с.



Варіанти відповідей:

А. 2 м/с². **Б.** 4 м/с².
В. 12 м/с². **Г.** 24 м/с².

Розв'язання.

Дано:
$\upsilon_{0x} = 3$ м/с,
$x_0 = -10$ м,
$x = 20$ м,
$t = 2$ с.

a_x – ?

З рівняння координати $x = x_0 + \upsilon_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$ отримаємо вираз для прискорення $a_x = \frac{2}{t^2}\left(x - x_0 - \upsilon_{0x}t\right) = \frac{2}{t^2}\left(x - x_0\right) - \frac{2\upsilon_{0x}}{t}$.

Перевіримо одиниці вимірювання:

$$[a_x] = \frac{1}{\text{с}^2}\cdot(\text{м}-\text{м}) - 1\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}}\cdot\frac{1}{\text{с}} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2} - \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Числове значення:

$$\{a_x\} = \frac{2}{2^2}\big(20-(-10)\big) - \frac{2\cdot 3}{2} = \frac{1\cdot 30}{2} - 3 = 15 - 3 = 12.$$

Відповідь. **В**.

1.1.16 (2.ос.08р.). Під час ремонту будинку шматки штукатурки падають з третього поверху. Визначте, з якого поверху шматки штукатурки падають удвічі довше. Висота, з якої падають шматки, визначається кількістю нижніх поверхів під тим поверхом, з якого вони впали. Опором повітря знехтуйте.

Варіанти відповідей:

А. З четвертого. **Б.** З шостого.
В. З дев'ятого. **Г.** З дванадцятого.

Дано:
$N_1 = 3$,
$t_2/t_1 = 2$,
$\upsilon_{0y} = 0$ м/с.

$N_2 - ?$

Розв'язання.

Уведемо СК, початок якої співпадає з точкою падіння штукатурки. Вісь Oy спрямуємо вздовж напрямку падіння шматка штукатурки, тобто вздовж вертикалі вниз. Тоді переміщення шматка штукатурки від часу $s_y = \upsilon_{0y}t + \dfrac{a_y t^2}{2} = 0\cdot t + \dfrac{g\cdot t^2}{2} = \dfrac{gt^2}{2}$.

Нехай висота поверху дорівнює h, тоді висота третього поверху буде $h_1 = (N_1 - 1)\cdot h$. Отже для третього поверху можемо записати $h_1 = (N_1 - 1)\cdot h = \dfrac{g\cdot t_1^2}{2}$ або $\dfrac{(N_1-1)}{t_1^2} = \dfrac{g}{2h}$. Тоді для невідомого поверху $\dfrac{(N_2-1)}{t_2^2} = \dfrac{g}{2h}$. Отримаємо $\dfrac{(N_2-1)}{t_2^2} = \dfrac{(N_1-1)}{t_1^2}$, звідки $N_2 = \left(\dfrac{t_2}{t_1}\right)^2 (N_1-1) + 1$.

Перевіримо одиниці вимірювання:

$[N_2] = 1^2\cdot(1-1) + 1 = 1\cdot 1 + 1 = 1 + 1 = 1.$

Числове значення:

$\{N_2\} = 2^2\cdot(3-1) + 1 = 4\cdot 2 + 1 = 9.$

Відповідь. **В**.

1.1.17 (27.пт.16р.). Тіло вільно падає без початкової швидкості. Визначте його модуль переміщення за той проміжок часу, за який швидкість його руху збільшується від 6 м/с до 24 м/с. Уважайте, що прискорення вільного падіння дорівнює 10 м/с^2. Відповідь запишіть у метрах.

Дано:	*Розв'язання.*
$\upsilon_0 = 0$ м/с, $\upsilon_1 = 6$ м/с, $\upsilon_2 = 24$ м/с, $g = 10$ м/с^2.	Вісь Oy спрямуємо вертикально вниз, а її початок виберемо у точці, з якої тіло починає падати. Рівняння координати $y(t) = y_0 + \upsilon_{0y}t + \dfrac{a_y t^2}{2}$. Рівняння швидкості $\upsilon_y = \upsilon_{0y} + a_y t$, звідки
$\lvert s_{2,1}\rvert$ – ?	час $t = (\upsilon_y - \upsilon_{0y})/a_y$. Для переміщення отримаємо: $s_y = y(t) - y_0 =$

$$= \upsilon_{0y}\cdot\frac{\upsilon_y-\upsilon_{0y}}{a_y} + \frac{a_y}{2}\cdot\left(\frac{\upsilon_y-\upsilon_{0y}}{a_y}\right)^2 = \left(\frac{\upsilon_y-\upsilon_{0y}}{a_y}\right)\left(\upsilon_{0y}+\frac{\upsilon_y-\upsilon_{0y}}{2}\right) =$$

$$= \left(\frac{\upsilon_y-\upsilon_{0y}}{a_y}\right)\left(\frac{\upsilon_y+\upsilon_{0y}}{2}\right) = \frac{\upsilon_y^2-\upsilon_{0y}^2}{2a_y}.$$ Тут $a_y = g$, тоді переміщення тіла $s_{2,1} = s_{2,0} -$

$$- s_{1,0} = \frac{\upsilon_2^2-\upsilon_0^2}{2g} - \frac{\upsilon_1^2-\upsilon_0^2}{2g} = \frac{\upsilon_2^2-\upsilon_1^2}{2g}.$$

Перевіримо одиниці вимірювання:

$$[s_{2,1}] = \left(\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2 - \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2\right)\cdot\left(1\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right)^{-1} = \left(\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}-\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}\right)\cdot\frac{\text{с}^2}{\text{м}} = \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}\cdot\frac{\text{с}^2}{\text{м}} = \text{м}.$$

Числове значення:

$$\{s_{2,1}\} = \frac{24^2-6^2}{2\cdot10} = \frac{(6\cdot4)^2-6^2}{2\cdot10} = 6^2\cdot\frac{4^2-1}{20} = 36\cdot\frac{16-1}{20} = 36\cdot\frac{15}{20} =$$

$$= 36\cdot\frac{3}{4} = 9\cdot3 = 27.$$

Відповідь. 27 м.

1.1.18 (25.пт.16р.). Велосипедист і мотоцикліст рухаються однією прямою дорогою. Рівняння руху велосипедиста — $x_1 = 150 - 5t$, а рівняння руху мотоцикліста — $x_2 = -50 + 20t$. Значення фізичних величин виражено в СІ.

1. Визначте час (у секундах), через який мотоцикліст зустрівся з велосипедистом.

2. Визначте шлях (у метрах) велосипедиста до зустрічі з мотоциклістом.

Дано:	*Розв'язання.*
$x_1 = 150 - 5t$, $x_2 = -50 + 20t$.	Час зустрічі $t_з$ мотоцикліста з велосипедистом: $x_1 = x_2$, $150 - 5t_з = -50 + 20t_з$, $-25t_з = -200$, $t_з = (-200)/(-25) = 8$ (с).
$t_з$ – ?, $l_в$ – ?	Переміщення велосипедиста до зустрічі з мотоциклістом: $s_в = x_1(t_з) - x_1(0) = (150 - 5\cdot8) - (150 - 5\cdot0) = 150 - 40 -$

$-(150 - 0) = -40$ (м). Оскільки $s_в < 0$, то велосипедист переміщується проти напрямку осі Ox. Оскільки велосипедист рухається прямою дорогою, то шлях велосипедиста до зустрічі з мотоциклістом: $l_в = \lvert s_в\rvert = 40$ м.

Відповідь. 8 с; 40 м.

1.1.19 (29.пт.09р.). Визначте, який шлях пройшло тіло за 10 с під час рівноприскореного руху, якщо його початкова швидкість становить 20 м/с, а прискорення, що дорівнює за модулем 5 м/с², напрямлене протилежно до початкової швидкості. Відповідь запишіть у метрах.

Дано:
$t = 10$ с,
$\upsilon_0 = 20$ м/с,
$a = 5$ м/с².

l – ?

Розв'язання.

Нехай у нас є катер, що рухається з певною швидкістю. В деякий момент часу він починає гальмувати, тобто включає задній хід, гвинти крутяться в протилежному напрямку — це рівносповільнений рух. Коли катер зупиниться, то почне рухатись уже назад рівноприскорено!

1) Рівносповільнений рух. Уведемо СК, початок якої співпадає з місцем початку гальмування. Вісь Ox спрямуємо вздовж напрямку руху. Тоді $\upsilon_0 = \upsilon_0$, $a_x = -a$. Знайдемо момент часу t_1, коли тіло зупиниться. Оскільки рівняння швидкості має вигляд $\upsilon_x = \upsilon_{0x} + a_x t$, то для моменту часу, коли значення швидкості перетвориться в нуль, отримаємо рівняння $0 = \upsilon_0 + (-a)\cdot t_1$, звідки час зупинки буде $t_1 = \upsilon_0/a = 4$ с. Знайдемо шлях l_1, пройдений тілом до зупинки. З рівняння переміщення тіла $s_x = \upsilon_{0x}t + \dfrac{a_x t^2}{2}$ бачимо, що тіло за час t_1 руху переміститься на $s_1 = \upsilon_0 t_1 + \dfrac{(-a)\cdot t_1^2}{2} = \upsilon_0 t_1 - \dfrac{a t_1^2}{2}$, тобто подолає шлях $l_1 = s_1$, бо рух прямолінійний.

2) Рівноприскорений рух. Далі, після зупинки тіла, воно буде рухатися у протилежному напрямку рівноприскорено впродовж $t_2 = t - t_1 = 6$ с. Перемістимо початок СК у точку, коли починається рівноприскорений рух. Вісь Ox спрямуємо вздовж напрямку руху. Тоді $\upsilon_0 = 0$, $a_x = a$. Для рівноприскореного руху $s_2 = 0 \cdot t_2 + \dfrac{a \cdot t_2^2}{2} = \dfrac{a t_2^2}{2}$. Тоді тіло подолає шлях $l_2 = s_2$, бо рух прямолінійний.

Отже, тіло подолає загальний шлях $l = l_1 + l_2 = \upsilon_0 t_1 - \dfrac{a t_1^2}{2} + \dfrac{a t_2^2}{2} = \upsilon_0 t_1 + \dfrac{a(t_2^2 - t_1^2)}{2}$.

Перевіримо одиниці вимірювання:

$$[l] = \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \text{с} + \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot (\text{с}^2 - \text{с}^2) \cdot \frac{1}{1} = \text{м} + \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{с}^2 = \text{м} + \text{м} = \text{м}.$$

Числове значення:

$$\{l\} = 20 \cdot 4 + \frac{5 \cdot (6^2 - 4^2)}{2} = 80 + \frac{5 \cdot (36 - 16)}{2} = 80 + \frac{5 \cdot 20}{2} = 80 + 50 = 130.$$

Відповідь. 130 м.

1.1.20 (28.дс.16р.). Від потягу, що рухався прямолінійно і горизонтально з постійною швидкістю, відчепився останній вагон і почав рухатися зі сталим прискоренням. Потяг же продовжував рухатися з попередньою швидкістю. Вагон, продовжуючи рухатися прямолінійно і горизонтально, пройшов до зупинки 200 м. Визначте відстань, яку пройшов потяг за час від моменту відчеплення до моменту зупинки вагона. Відповідь запишіть у метрах (м).

Дано:
$\upsilon_п = \text{const}$,
$a_в = \text{const}$,
$l_в = 200$ м.
$l_п - ?$

Розв'язання.

Вагон буде рухатися впродовж $t_в = \dfrac{l_п}{\upsilon_п}$ (*). Внаслідок дії сили тертя, вагон рухатиметься рівносповільнено з прискоренням $a_в$. Спрямуємо вісь Ox уздовж напрямку руху вагона. Шлях, який проїде вагон до зупинки, співпадає з переміщенням $l_в = s_x = \upsilon_{0x}t + \dfrac{a_x t^2}{2} = \upsilon_п t_в - \dfrac{a_в t_в^2}{2}$. З рівняння швидкості $\upsilon_x = \upsilon_{0x} + a_x t$, для вагона отримаємо: $0 = \upsilon_п - a_в t_в$, $t_в = \dfrac{\upsilon_п}{a_в}$ (**), тоді шлях $l_в = \upsilon_п \cdot \dfrac{\upsilon_п}{a_в} - \dfrac{a_в}{2} \cdot \left(\dfrac{\upsilon_п}{a_в}\right)^2 = \dfrac{\upsilon_п^2}{a_в} - \dfrac{\upsilon_п^2}{2a_в} = \dfrac{\upsilon_п^2}{2a_в}$. Зі співвідношень (*) і (**) отримаємо: $\dfrac{l_п}{\upsilon_п} = \dfrac{\upsilon_п}{a_в}$, звідки $l_п = \dfrac{\upsilon_п^2}{a_в} = 2l_в = 2 \cdot 200 \text{ м} = 400$ м.

Відповідь. 400 м.

1.1.21 (24.пт.15р.). У момент, коли кіт (K) помітив мишеня (M) (див. рисунок), воно перебувало на відстані 3 м від нори (H) і бігло до неї рівномірно зі швидкістю 0,5 м/с. Наздоганяючи мишеня, кіт почав бігти з постійним прискоренням 2 м/с^2. Уважайте, що кіт і мишеня рухаються по одній прямій, а відстань від кота до нори становить 4,5 м.

1. На якій відстані (м) від нори кіт упіймає мишеня?
2. Скільки часу (с) знадобиться коту для цього?

Дано:
$l_1 = 3$ м,
$\upsilon_{01} = 0{,}5$ м/с,
$a_2 = 2$ м/с^2,
$l_2 = 4{,}5$ м,
$x_{02} = 0$ м,
$\upsilon_{02} = 0$ м/с.
$l - ?,\ t - ?$

Розв'язання.

Помістимо початок СК у точку K, звідки починає бігти кіт, а вісь Ox спрямуємо до нори H. Тоді залежність координати мишеняти від часу (у СІ): $x_1 = x_{01} + \upsilon_{01}t = (l_2 - l_1) + \upsilon_{01}t = (4{,}5 - 3) + 0{,}5t = 1{,}5 + 0{,}5t$ — воно рухається рівномірно. Залежність координати кота від часу (у СІ): $x_2 = x_{02} + \upsilon_{02}t + \dfrac{a_2 t^2}{2} = 0 + 0 \cdot t + \dfrac{2 \cdot t^2}{2} = t^2$ — він рухається рівноприскорено.

У момент, коли кіт наздожене мишеня, $x_1 = x_2$, $1{,}5 + 0{,}5t = t^2$, $t^2 - 0{,}5t - 1{,}5 = 0$, $D = (-0{,}5)^2 + 4 \cdot 1 \cdot (-1{,}5) = 0{,}25 + 6 = 6{,}25 = 2{,}5^2$. $t_{1,2} = \dfrac{-(-0{,}5) \pm 2{,}5}{2 \cdot 1} = \dfrac{0{,}5 \pm 2{,}5}{2} = 1{,}5; -1$. Очевидно, що $t = 1{,}5$ с — час не може бути від'ємним.

Відстань від нори, де кіт упіймав мишеня (у СІ): $l = l_2 - x_2 = l_2 - t^2 = 4{,}5 - 1{,}5^2 = 4{,}5 - 2{,}25 = 2{,}25$ (м).

Відповідь. 2,25 м; 1,5 с.

1.1.22 (29.дс.15р.). Парашутист опускається рівномірно зі швидкістю 5 м/с. На відстані 10 м від поверхні Землі в нього з кишені випала монета. На скільки секунд пізніше приземлиться парашутист, ніж монета? Вплив опору повітря на монету не враховуйте. Уважайте, що прискорення вільного падіння дорівнює 10 м/с^2.

Дано:
$\upsilon_0 = 5$ м/с,
$h_0 = 10$ м,
$g = 10$ м/с^2,
$(t_1 - t_2) - ?$

Розв'язання.

Початок СК помістимо в точку приземлення парашутиста (падіння монети), а вісь Oy спрямуємо вертикально вгору. Рівняння координати: $y = y_0 + \upsilon_{0y} + \dfrac{a_y t^2}{2}$. Рівняння координати для парашутиста $y = h_0 + (-\upsilon_0) \cdot t$, тоді в момент приземлення $0 = h_0 - \upsilon_0 t_1$, $t_1 = \dfrac{h_0}{\upsilon_0}$, $\{t_1\} = \dfrac{10}{5} = 2$, $t_1 = 2$ с. Рівняння координати для монети $y = h_0 + (-\upsilon_0) \cdot t + \dfrac{(-g) \cdot t^2}{2}$, тоді в момент падіння монети на Землю $0 = h_0 - \upsilon_0 t_2 - \dfrac{g t_2^2}{2}$, у СІ $0 = 10 - 5t_2 - \dfrac{10 t_2^2}{2}$, $t_2^2 + t_2 - 2 = 0$, $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 1 + 8 = 9 = 3^2$, $t_{21,22} = \dfrac{-1 \pm 3}{2 \cdot 1} = 1; -2$, отже, монета впаде на Землю за $t_2 = 1$ с. Парашутист приземлиться на Землю на $(t_1 - t_2) = 2$ с $- 1$ с $= 1$ с пізніше, ніж монета.

Відповідь. 1 с.

1.1.23 (6.ос.07р.). Учні на уроці фізкультури грають у волейбол. Визначте максимальну висоту (у метрах), якої досягає м'яч, відносно рук гравців, якщо відомо, що у польоті між двома ударами він перебуває 2 с. Вважайте, що $g = 10$ м/с^2.

Варіанти відповідей:

А. 20 м. Б. 10 м. В. 5 м. Г. 2,5 м. Д. 1,25 м.

Дано: $t_2 = 2$ с, $g = 10$ м/с^2.	
$h_m - ?$	

Розв'язання.

Тут м'яч б'ють вертикально вгору, і він у польоті перебуває 2 с. Спрямуємо вісь Oy вертикально вгору, а за тіло відліку візьмемо підлогу спортзалу.

1) Опишемо рух м'яча, кинутого вертикально вгору. Рівняння руху тіла, кинутого вертикально вгору, $y = y_0 + \upsilon_{0y}t + \dfrac{a_y t^2}{2} = y_0 + \upsilon_0 t + \dfrac{(-g)\cdot t^2}{2} = y_0 + \upsilon_0 t - \dfrac{gt^2}{2}$ (1), де y_0 — висота, на якій перебувають руки гравця відносно підлоги спортзалу (висота, з якої він б'є волейбольний м'яч угору); $\upsilon_{0y} = \upsilon_0$ — початкова швидкість, якої м'ячу надає у вертикальному напрямку гравець; $a_x = -g$ — проекція прискорення на вісь Oy. Тоді висота, на якій перебуває м'яч у момент часу t, буде $h(t) = y - y_0 = \upsilon_0 t - \dfrac{gt^2}{2}$. Максимальна висота підйому м'яча $h_m = \upsilon_0 t_1 - \dfrac{gt_1^2}{2}$, де t_1 — час підйому. У верхній точці траєкторії руху м'яч зупиниться, отже, його швидкість дорівнюватиме нулю. Рівняння проекції швидкості тіла на вказаний напрям руху м'яча $\upsilon_y = \upsilon_{0y} + a_y t$, тоді $\upsilon_y = \upsilon_0 + (-g)\cdot t = \upsilon_0 - gt$. Для верхньої точки траєкторії $0 = \upsilon_0 - gt_1$, звідки знаходимо час підняття $t_1 = \dfrac{\upsilon_0}{g}$. Тоді максимальна висота підняття м'яча $h_m = \upsilon_0 \cdot \dfrac{\upsilon_0}{g} - \dfrac{g}{2}\cdot\left(\dfrac{\upsilon_0}{g}\right)^2 = \dfrac{\upsilon_0^2}{g} - \dfrac{\upsilon_0^2}{2g} = \dfrac{\upsilon_0^2}{2g}$ (2).

2) Нехай t_2 — час польоту м'яча, тоді з рівняння (1) для точки кидання отримуємо $y_0 = y_0 + \upsilon_0 t_2 - \dfrac{gt_2^2}{2}$, звідки $\upsilon_0 t_2 = \dfrac{gt_2^2}{2}$ або $t_2 = 2\cdot\dfrac{\upsilon_0}{g} = 2t_1$, отже, таким чином доведено, що час падіння дорівнює часу підйому м'яча. Початкова швидкість м'яча $\upsilon_0 = \dfrac{gt_2}{2}$. Тоді, врахувавши (2), максимальна висота підйому м'яча $h_m = \dfrac{1}{2g}\cdot\left(\dfrac{gt_2}{2}\right)^2 = \dfrac{gt_2^2}{8}$.

Перевіримо одиниці вимірювання:

$[h_m] = \dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}\cdot \text{с}^2 \cdot \dfrac{1}{1} = \text{м}.$

Числове значення:

$\{h_m\} = \dfrac{10\cdot 2^2}{8} = \dfrac{10\cdot 4}{8} = \dfrac{10}{2} = 5.$

Відповідь. **В**.