



Передмова

Хто з нас не любить змагатись? Відчути радість перемоги, спіймати захоплені погляди однокласників, почути стриману, але від цього ще більш бажану, похвалу дорослих, побачити радість і гордість в очах батьків — хіба не варто заради цього брати участь у змаганнях і намагатися перемогти! Будь-хто може знайти для себе сферу діяльності — спорт, музику, танці тощо, — де кожен у відповідності до своїх уподобань, можливостей, схильностей, здібностей може стати кращим, зможе перемогти.

Серед усіх різноманітних змагань для школярів особливої уваги заслуговують конкурси і змагання з різних предметів. Насамперед, вони загальнодоступні, зацікавлюють учнів до навчальних дисциплін і відповідних розділів науки, природознавства, техніки, а це допомагає сформуванню вибору майбутньої професії. І, що вкрай важливо, в таких конкурсах не буває тих, хто зазнає поразки. Адже, якщо навіть учасник змагань не став переможцем або призером, він переміг себе — свою інертність, лінощі, байдужість, отримав безцінний для становлення особистості досвід, набув нових знань.

Окрім традиційних шкільних олімпіад різного рівня, в останні роки стають популярними математичні конкурси, які відрізняються від олімпіад змістом та умовами проведення. Вони відкриті для всіх охочих, а незвичність завдань, їх цікавість робить ці конкурси численними.

Одним з таких нетрадиційних змагань є математичний конкурс «Золотий ключик». Його проводить, починаючи з 1997 року, Центр математичної і комп'ютерної освіти МІОТ разом з відкритим математичним коледжем (ВМК) Донецького національного університету. В ньому беруть участь учні 4–9 класів. Спочатку його проводили для учнів Донецької області, згодом ці межі розширили, і його учасниками стали учні практично з усіх областей України.

Конкурс «Золотий ключик» є відкритим. Кожен учень 4–9 класів може взяти в ньому участь. Конкурс складається із заочного й очного турів. Заочний тур починається взимку і триває два місяці. Очний тур зазвичай проходить у березні і є одночасно репетицією до Міжнародного математичного конкурсу — «Кенгуру», що в Україні проводиться з 1997 року.

Завдання конкурсу складаються з двох частин. Розв'язок завдань першої частини зводиться до вибору правильної відповіді з декількох запропонованих. Серед наведених відповідей тільки одна є правильною. Друга частина завдань складається із «звичайних» задач, хоча більшість з них нестандартні. Їхній розв'язок оформляється за звичними для шкіл правилами, тобто з усіма необхідними поясненнями й обґрунтуваннями.

Головною привабливістю конкурсу є його завдання. Вони різноманітні за складністю і змістом. Більшість з них не вимагають спеціальної підготовки, а розраховані на кмітливість та ініціативу при їх розв'язанні. На думку багатьох учасників, конкурс приносить задоволення від розв'язання цікавих і нестандартних задач, підсилює інтерес до математики, підвищує рівень їхньої математичної підготовки.

Упорядники посібника намагалися, щоб певна кількість завдань була приділена практичному застосуванню математики. Слід також зазначити, що значна кількість завдань не є оригінальною, вона запозичена з таких періодичних видань, як «Квант», «Математика», «Математика в школі», «У світі математики», а також з іншої літератури «олімпіадної» тематики, й адаптована для конкурсу.

У даному посібнику наведено завдання заочного й очного турів конкурсу «Золотий ключик» за 2010 рік. Тексти завдань за 1997–2004 роки містяться у посібнику «Математичний конкурс «Золотий ключик». — Львів: Каменяр, 2004». Тексти завдань з розв'язками за 2005, 2006, 2007, 2008, 2009 роки надруковано у першому, другому, третьому, четвертому і п'ятому випусках «Математичний конкурс. 4–9 класи», що вийшли в серії «Готуємося до математичних турнірів».

Посібник призначено для учнів 4–9 класів, а також для вчителів математики. Школярі зможуть використати посібник для підготовки до математичних олімпіад і конкурсів, зокрема до конкурсів «Золотий ключик» і «Кенгуру». Вчителі математики зможуть скористатися посібником для проведення математичних змагань у навчальних закладах, для організації позакласної роботи з математики.

У посібнику наведено відповіді, вказівки та розв'язки задач. Упорядники сподіваються, що робота з посібником буде корисною і цікавою як для учнів, так і для вчителів.

5. Батьки Богдана купили йому зошит на 48 аркушів і пронумерували їх з обох боків від 1 до 96. Богдан вирвав 15 аркушів і додав усі 30 чисел, що були написані на них. Яку суму з даних хлопчик не міг отримати?

А	Б	В	Г
1995	2085	2145	2010

6. У дитячому садочку хлопчики і дівчатка стали в коло, взявшись за руки. Виявилось, що кожен тримає за руки або двох хлопчиків, або двох дівчаток. У колі 9 хлопчиків. Скільки дівчаток у колі?

А	Б	В	Г
4	5	9	10

7. На клітчастому папері намальовано квадрат так, що його сторони збігаються з лініями сітки (всього їх — 24), які ділять його на рівні квадратики. Скільки всього таких квадратиків?

А	Б	В	Г
16	25	36	Інша відповідь

8. У шаховій секції 9 хлопчиків і 10 дівчаток. Хлопчикам надали номери від 1 до 9, а дівчаткам — від 0 до 9. Для участі в змаганнях формують команди з хлопчика і дівчинки. Скільки існує варіантів команд, в учасників яких один номер на 3 більший від іншого?

А	Б	В	Г
11	12	13	14

9. Коник стрибає по прямій кожного разу на 1 м вправо або вліво. Через деякий час він опинився в початковій точці. Скільки стрибків з наведених він не міг зробити?

А	Б	В	Г
100	50	25	12

10. Будильник відстає на 8 хвилин за кожні 24 години. На скільки хвилин треба його перевести вперед о 20.00, щоб він задзвонив вчасно: о 8.00 наступного ранку?

А	Б	В	Г
На 8 хв	На 4 хв	На 2 хв	На 1 хв

11. Усі 28 пластинок звичайного доміно розклали в ланцюжок за правилами цієї гри. На одному кінці ланцюжка опинилися 3 очки, до того ж на пластинці, що не є дублем. Скільки очок на іншому кінці?

А	Б	В	Г
3	4	6	Визначити неможливо

12. Солдати вишикувались у дві шеренги однакової довжини, до того ж у першій шерензі відстань між сусідніми солдатами вдвічі більша, ніж у другій (між сусідніми солдатами в одній шерензі однакова відстань). Скільки солдатів у другій шерензі, якщо в першій шерензі 85 солдатів?

А	Б	В	Г
171	170	169	Визначити неможливо

13. Король зі свитою рухається з пункту А в пункт В зі швидкістю 5 км/год. Кожну годину він висилає гінців у пункт В, які рухаються зі швидкістю 20 км/год. З якими інтервалами прибувають гінці в пункт В?

А	Б	В	Г
15 хв	30 хв	45 хв	1 год

14. Малюк, Карлсон і Буратіно брали участь у легкоатлетичному забігу. В якийсь момент часу виявилось, що вони перебувають поруч один з одним, попереду них біжить половина учасників забігу, а позаду них — третина учасників забігу. Скільки спортсменів брало участь у забігу?

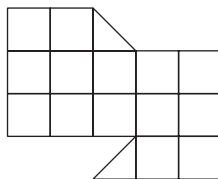
А	Б	В	Г
12	18	24	Визначити неможливо

15. Колобок котиться від Бабусі до Ведмеда, від Ведмеда до Вовка, від Вовка до Зайця, від Зайця до Лисиці. Кожного разу він пробігає половину тієї відстані, що залишилася, і ще 400 сантиметрів. Яку відстань подолає Колобок, перш ніж опиниться у пащі в Лисиці?

А	Б	В	Г
60 м	90 м	120 м	180 м

Друга частина завдань

1. Кожен з чотирьох підприємців має деяку суму грошей. Відомо, що, склавшись без першого, вони зберуть 90 тис. грн, склавшись без другого 85 тис. грн, склавшись без третього 80 тис. грн, склавшись без четвертого 75 тис. грн. Скільки в кожного грошей?
2. Чи можна розміняти купюру вартістю 50 грн за допомогою 15 купюр вартістю 1 чи 5 грн?
3. 16 кошиків розташували по колу. Чи можна в них розкласти 55 кавунів так, щоб кількість кавунів у будь-яких двох сусідніх кошиках відрізнялася на 1?
4. Чи можна дану фігуру, зображену на рисунку, розрізати на дві рівні частини?
5. Якщо Сергійко поїде до школи на автобусі, а назад піде пішки, то він витратить на весь шлях 1 год 30 хв. Якщо ж в обидва кінці він їхатиме автобусом, то витратить всього 30 хв. Скільки часу витратить Сергійко, якщо піде пішки до школи і назад?
6. Маємо 9 кг крупи і шалькові терези з гирями масою 50 г і 200 г. Як у три прийоми зважити 2 кг крупи?
7. У ящику лежать 100 чорних і 100 білих кульок. Яку найменшу кількість кульок треба витягти, не заглядаючи в ящик, щоб серед них напевно були дві кульки: а) одного кольору; б) білого кольору?
8. Відстань між двома машинами, що їдуть по шосе, дорівнює 200 м. Швидкості машин — 60 км/год і 90 км/год. Яка буде відстань між ними через 1 хв?
9. Розмовляють два знавці математики.
Перший: Знайди довжини сторін прямокутника, якщо вони виражені цілими числами, що не перевищують 5, а площа цього прямокутника дорівнює кількості відрізків, що я намалював на аркуші паперу (показує аркуш другому).
Другий: Цих даних не досить для однозначного розв'язання задачі.
Перший: Я забув сказати, що цей прямокутник не є квадратом. Розв'яжіть дану задачу.



10. У семи хлопців є по два олівці: червоний і синій. Чи можуть вони обмінятися так, щоб у кожного було по два олівці одного кольору?

6–7 класи

Перша частина завдань

1. З понеділка впродовж тижня Буратіно заощаджував гроші на виставу в ляльковому театрі. Середнє значення суми заощаджених за 6 днів тижня (у суботу) становило 6 зедів (грошова одиниця). Скільки грошей він зміг заощадити в неділю, якщо середнє значення суми заощаджень за 7 днів становило 7 зедів?

А	Б	В	Г
1 зед	7 зедів	13 зедів	14 зедів

2. Особа внесла на рік депозити в чотири банки: 5 000 грн у банк А під 10% річних, 2 000 грн у банк Б під 15% річних, 2 000 грн у банк В під 20% річних і 1 000 грн у банк Г під 50% річних. Банк Г збанкрутував і не повернув внесок, а решта банків виконали свої зобов'язання. Як змінилася за рік загальна сума заощаджень і на скільки відсотків?

А	Б	В	Г
Зросла на 12%	Зросла на 2%	Зросла на $2\frac{2}{9}\%$	Зменшилась на 10%

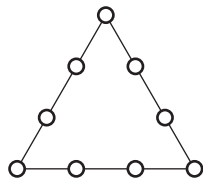
3. Визначте, скільки є років, починаючи з 2009-го і закінчуючи 2059-им, які починаються і закінчуються тим самим днем тижня.

А	Б	В	Г
13	39	50	51

4. Яку найменшу кількість фігур-кутиків, що складаються з трьох клітинок, треба використати, щоб покрити ними всі клітинки прямокутника з розмірами 5×9 ? До того ж не виключено і часткове накладання «кутиків».

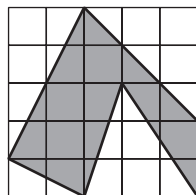
А	Б	В	Г
15	16	17	18

5. На кожній стороні рівностороннього трикутника відмічено по чотири точки, включаючи вершини, які ділять кожну сторону на три рівні частини. Скільки існує рівносторонніх трикутників з вершинами у відмічених точках?



А	Б	В	Г
6	7	8	9

6. На рисунку площа одного маленького квадрата дорівнює 1 см^2 . Яка площа зафарбованої фігури?



А	Б	В	Г
$10,5 \text{ см}^2$	11 см^2	$12,5 \text{ см}^2$	14 см^2

7. Підприємства *A* і *B* планували збільшити випуск товару за рік на 15 млн грн кожне. І тоді вартість товару, випущеного підприємством *A*, була б утричі більшою від вартості товару, випущеного *B*. Але через кризу підприємство *A* випустило товару на втричі меншу суму, ніж раніше, хоча вона залишилась більшою, ніж вартість товару, випущеного *B* (що залишилась незмінною). На скільки більшою?

А	Б	В	Г
На 20 млн грн	На 15 млн грн	На 10 млн грн	На 5 млн грн

8. Щоб виділити землю для посадки різних культур, фермер розбив поле прямокутної форми трьома межами вздовж поля і трьома межами впоперек. Визначте периметр поля, якщо сума периметрів усіх ділянок дорівнює 8 000 м.

А	Б	В	Г
1 000 м	2 000 м	3 200 м	Визначити неможливо

9. Відношення кількості цілих додатних дільників числа 2009 до кількості цілих додатних дільників числа 2010 дорівнює ...

А	Б	В	Г
1:1	1:2	2:3	3:8

10. У командній першості району з шахів серед шкіл кожна команда має складатись з чотирьох осіб, але у кожній командній зустрічі



Зміст

Передмова.....	3
Завдання заочного туру конкурсу	5
4–5 класи	5
6–7 класи	9
8–9 класи	13
Завдання очного туру конкурсу.....	19
4 клас.....	19
5 клас.....	21
6 клас.....	24
7 клас.....	26
8 клас.....	28
9 клас.....	31
Розв’язки завдань заочного туру конкурсу.....	34
4–5 класи	34
6–7 класи	38
8–9 класи	43
Розв’язки завдань очного туру конкурсу	51
4 клас.....	51
5 клас.....	54
6 клас.....	57
7 клас.....	60
8 клас.....	62
9 клас.....	66