

**Натисніть тут, щоб
купити книгу на сайті
або замовляйте за телефоном:
(0352) 51-97-97, (067) 350-18-70,
(066) 727-17-62**

Ю.П. Федоренко

**ПОВНІ РОЗВ'ЯЗКИ
ЗА ПІДРУЧНИКОМ
«ГЕОМЕТРІЯ. 9 КЛАС»**

(автор Істер О.С.)

Посібник для тренування



ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА — БОГДАН

УДК 512.1(075.3)

ББК 22.1я72

Ф33

Федоренко Ю.П.

Ф33 Повні розв'язки за підручником «Геометрія. 9 клас» (автор Істер О.С.) / Ю.П. Федоренко. — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2017. — 288 с.

ISBN 978-966-10-5127-9

У посібнику містяться повні й вичерпні зразки розв'язання всіх завдань і вправ підручника з геометрії 9 класу (О.С. Істер. Геометрія: підручник для 9 класу загальноосвітніх навчальних закладів. — К.: Генеза, 2017).

Посібник адресовано, в першу чергу, батькам для надання допомоги їхнім дітям та контролю за виконанням домашніх робіт. Буде корисним учителям 9-х класів.

УДК 512.1(075.3)

ББК 22.1я72

*Охороняється законом про авторське право.
Жодна частина цього видання не може бути відтворена
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

ISBN 978-966-10-5127-9

© Навчальна книга – Богдан, 2017

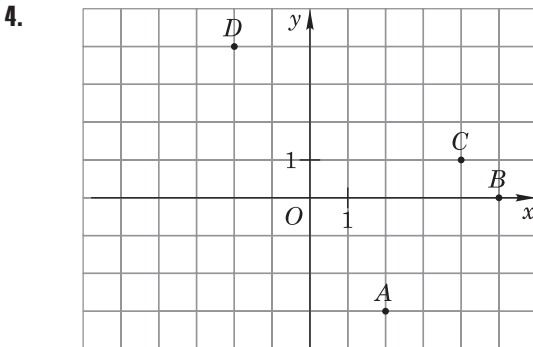
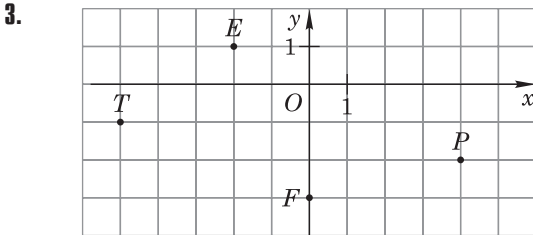
РОЗДІЛ 1

МЕТОД КООРДИНАТ НА ПЛОЩИНІ

§1. Координатна площина

1. $A(2; 3); B(-3; 0); C(-1; 4); D(4; -2)$.

2. $K(-2; 2); L(0; 3); M(-2; -3); N(4; 2)$.



5. Точки $C(2; 0)$, $F(-14; 0)$ належать осі абсцис;
точки $A(0; -2)$, $D(0; 19)$ — осі ординат.

6. Точки $T(5; 0)$, $N(-4; 0)$ належать осі абсцис;
точки $F(0; -2)$, $K(0; 17)$ — осі ординат.

7. $M(2; -3)$ — IV чверть; $N(-4; -5)$ — III чверть;
 $K(-9; 4)$ — II чверть; $L(1; 2)$ — I чверть.

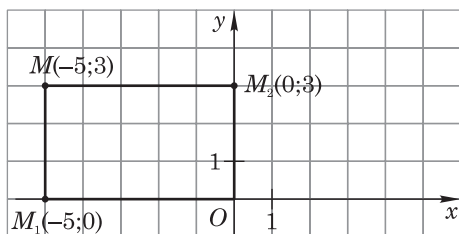
8. $A(-2; -3)$ — III чверть; $B(4; 5)$ — I чверть;
 $C(1; -5)$ — IV чверть; $D(-4; 1)$ — II чверть.

9. 1) N і D , A і M ; 2) A і L , K і N .

10. $y = -3$.

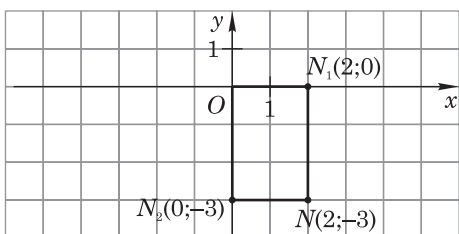
11. $x = 2$.

12.



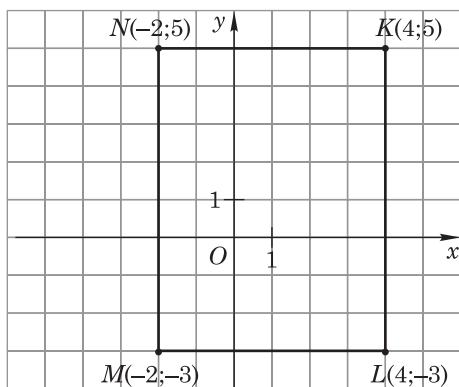
$M_1(-5; 0)$ — основа перпендикуляра на вісь абсцис.
 $M_2(0; 3)$ — основа перпендикуляра на вісь ординат.

13.



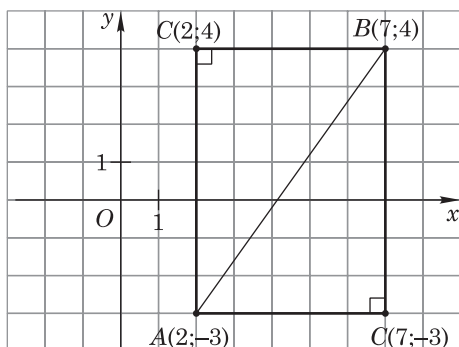
$N_1(2; 0)$ — основа перпендикуляра на вісь абсцис.
 $N_2(0; -3)$ — основа перпендикуляра на вісь ординат.

14.



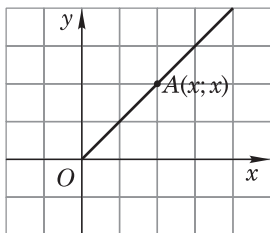
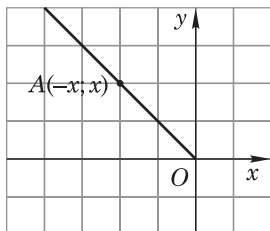
$L(4; -3)$; $N(-2; 5)$.

15.

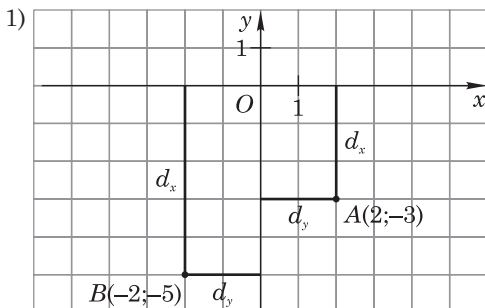


$C(7; -3)$ або $C(2; 4)$.

16.

1) $A(x; x)$, де $x \geq 0$; тобто $x_A = y_A$, де $x_A \geq 0$.2) $A(-x; x)$, де $x \geq 0$; тобто $x_A = -y_A$, де $x_A \leq 0$.

17.



Відстань від точки $A(2; -3)$ до осі x позначимо d_x ; $d_x = 3$; відстань до осі y позначимо d_y ; $d_y = 2$.

Для точки $B(-2; -5)$ маємо $d_x = 5$; $d_y = 2$.

2) Узагальнюючи, маємо: для точки $M(x; y)$: $d_x = |y|$; $d_y = |x|$.

18.

Використовуючи результати попередньої задачі, маємо:

для точки $C(-1; 5)$: $d_x = |5| = 5$; $d_y = |-1| = 1$;

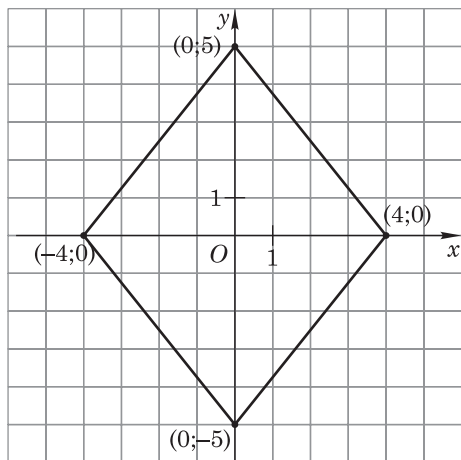
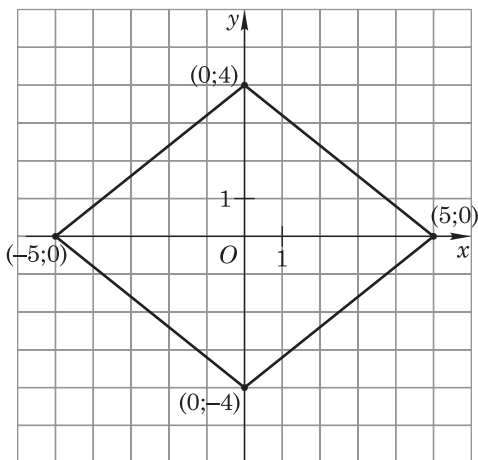
для точки $D(3; 4)$: $d_x = |4| = 4$; $d_y = |3| = 3$.

19.

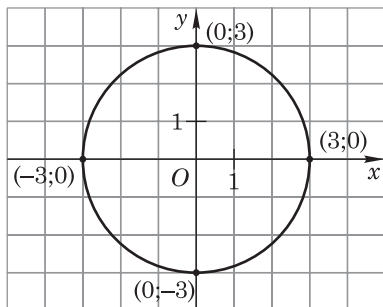
Задача має два розв'язки: коли більша діагональ належить осі абсцис, а менша — осі ординат; і навпаки.

У першому випадку вершини ромба мають координати $(-5; 0)$; $(0; 4)$; $(5; 0)$ і $(0; -4)$.

У другому випадку вершини ромба мають координати $(-4; 0)$; $(0; 5)$; $(4; 0)$ і $(0; -5)$.

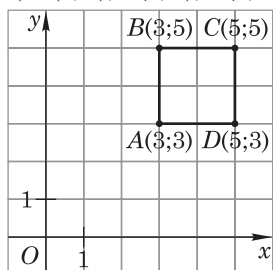


20.

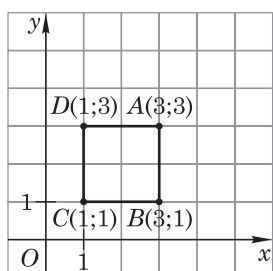


Точки перетину з осями координат $(3; 0)$; $(0; -3)$; $(-3; 0)$; $(0; 3)$.

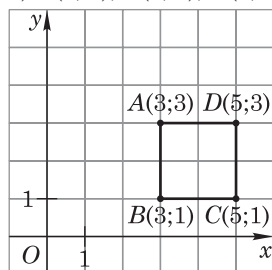
21. 1) $B(3; 5); C(5; 5); D(5; 3).$



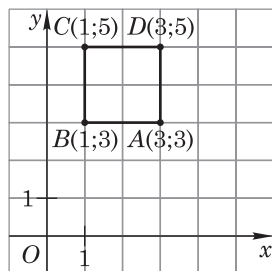
3) $B(3; 1); C(1; 1); D(1; 3).$



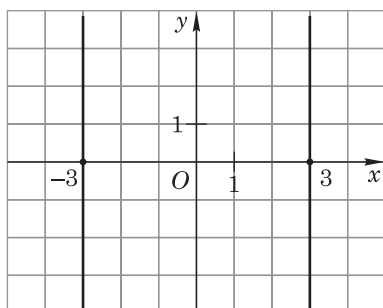
2) $B(3; 1); C(5; 1); D(5; 3).$



4) $B(1; 3); C(1; 5); D(3; 5).$

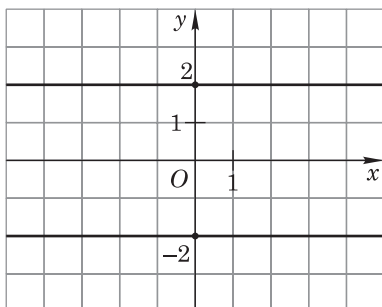


22.



Оскільки $|x| = 3$, то $x = 3$ і $x = -3$.
Геометричне місце точок зображено на малюнку.

23.



Оскільки $|y| = 2$, то $y = 2$ і $y = -2$. Геометричне місце точок зображено на малюнку.

24. $S = 7 \cdot 8 = 56$ (см²).

25. $|a - b| < c < a + b$; $|4,3 - 1,2| < c < 4,3 + 1,2$; $3,1 < c < 5,5$. Найбільше значення $c = 5$ см, найменше — 4 см; тоді найбільше значення периметра трикутника дорівнює $4,3 + 1,2 + 5 = 10,5$ (см), а найменше — $4,3 + 1,2 + 4 = 9,5$ (см).

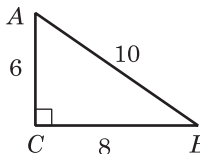
26. 1) $\sin 18^\circ \approx 0,3090$; 2) $\sin 26^\circ 30'' \approx 0,4462$; 3) $\cos 83^\circ \approx 0,1219$;4) $\cos 30^\circ 15' \approx 0,8638$; 5) $\operatorname{tg} 70^\circ \approx 2,7475$; 6) $\operatorname{tg} 19^\circ 45' \approx 0,3590$.27. $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

1) $\sin \alpha = \frac{1}{2}$; $\alpha = 30^\circ$;

2) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\alpha = 45^\circ$;

3) $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{3}$; $\alpha = 60^\circ$.

28.



$$AB = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ (см)}.$$

1) $\sin A = \frac{8}{10} = 0,8$;

2) $\cos A = \frac{6}{10} = 0,6$;

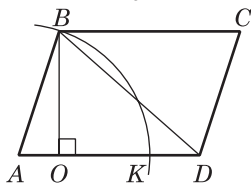
3) $\operatorname{tg} A = \frac{8}{6} = 1\frac{1}{3}$;

4) $\sin B = \frac{6}{10} = 0,6$;

5) $\cos B = \frac{8}{10} = 0,8$;

6) $\operatorname{tg} B = \frac{6}{8} = 0,75$.

29.



① 1) $AB = AK = 8$ см; $AD = AK + KD = 8 + 6 = 14$ (см);

2) $P = 2(AB + AD) = 2(8 + 14) = 44$ (см).

② 1) $OB = \sqrt{AB^2 - AO^2} = \sqrt{8^2 - 7^2} = \sqrt{15}$ (см).

2) $OD = AD - AO = 14 - 7 = 7$ (см).

3) $BD = \sqrt{OB^2 + OD^2} = \sqrt{(\sqrt{15})^2 + 7^2} =$

$$= \sqrt{64} = 8 \text{ (см)}.$$

Відповідь. 1) 44; 2) 8.

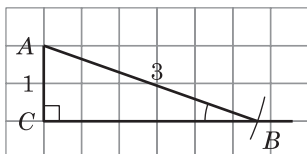
§2. Синус, косинус, тангенс кутів від 0° до 180° . Тригонометричні тотожності

- 30.** 1) $\sin 92^\circ \approx 0,9994$; 2) $\cos 108^\circ \approx -0,3090$;
3) $\operatorname{tg} 157^\circ \approx -0,4245$; 4) $\sin 118^\circ 6' \approx 0,8821$;
5) $\cos 175^\circ 30' \approx -0,9969$; 6) $\operatorname{tg} 129^\circ 24' \approx -1,2174$.
- 31.** 1) $\cos 110^\circ \approx -0,3420$; 2) $\sin 116^\circ \approx 0,8988$;
3) $\operatorname{tg} 138^\circ \approx -0,9004$; 4) $\cos 120^\circ 30' \approx -0,5075$;
5) $\sin 125^\circ 18' \approx 0,8161$; 6) $\operatorname{tg} 120^\circ 6' \approx -1,7251$.
- 32.** 1) $\sin 140^\circ = \sin 40^\circ$; 2) $\cos 140^\circ = -\cos 40^\circ$.
- 33.** 1) Абсциса точки одиничного кола може мати значення $0,5$; $\frac{1}{8}$; $-\frac{1}{8}$;
не може мати значення $1\frac{3}{4}$; $-3,8$.
2) Ордината точки одиничного кола може мати значення $0,2$; $\frac{1}{7}$; $-0,3$;
не може мати значення 5 ; $2,03$.
- 34.** 1) $\sin 150^\circ + \operatorname{tg} 135^\circ = \frac{1}{2} + (-1) = -\frac{1}{2}$;
2) $\cos 150^\circ \cdot \sin 120^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{3}{4}$.
- 35.** 1) $\operatorname{tg} 135^\circ - \cos 120^\circ = -1 - \left(-\frac{1}{2}\right) = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$;
2) $\sin 135^\circ : \cos 135^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} : \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -1$.
- 36.** 1), 3), 4) Так; 2), 5), 6) ні.
- 37.** 1), 3), 4) Так; 2), 5), 6) ні.
- 38.** Оскільки кут β — гострий, то $\sin \beta > 0$; $\cos \beta > 0$.
1) $\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$;
2) $\sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta} = \sqrt{1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{25}{169}} = \sqrt{\frac{144}{169}} = \frac{12}{13}$.
- 39.** Оскільки кут α — гострий, то $\sin \alpha > 0$; $\cos \alpha > 0$.
1) $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - 0,6^2} = \sqrt{1 - 0,36} = \sqrt{0,64} = 0,8$;
2) $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{8}{17}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{64}{289}} = \sqrt{\frac{225}{289}} = \frac{15}{17}$.
- 40.** 1) $\sin \alpha = 0,2756$; $\alpha \approx 16^\circ$; 2) $\operatorname{tg} \alpha = 0,5498$; $\alpha \approx 28^\circ 48'$.
- 41.** 1) $\cos \beta = 0,6691$; $\beta \approx 48^\circ$; 2) $\operatorname{tg} \beta = 2,0965$; $\beta \approx 64^\circ 30'$.

42. 1) $1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha$;
 2) $(1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha) = 1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$;
 3) $\sin(90^\circ - \alpha) + \cos(180^\circ - \alpha) = \cos \alpha + (-\cos \alpha) = 0$;
 4) $\frac{\cos(90^\circ - \alpha)}{\sin(180^\circ - \alpha)} = \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha} = 1$.

43. 1) $1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$;
 2) $(1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha) = 1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha$;
 3) $\cos(90^\circ - \alpha) + \sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha + \sin \alpha = 2\sin \alpha$;
 4) $\frac{\cos(180^\circ - \alpha)}{\sin(90^\circ - \alpha)} = \frac{-\cos \alpha}{\cos \alpha} = -1$.

44.



① У $\triangle ABC$: $\angle C = 90^\circ$; $AC = 1$ см; $AB = 3$ см.

Тоді $\sin B = \frac{1}{3}$; $\angle B$ — шуканий.

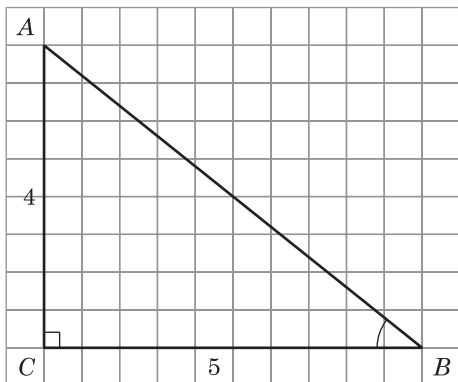
План побудови

1) $\angle ACB = 90^\circ$.

2) $AC = 1$ см.

3) Коло з центром у точці A та радіусом $AB = 3$ см.

4) Точка B — перетин кола і другої сторони прямого кута.

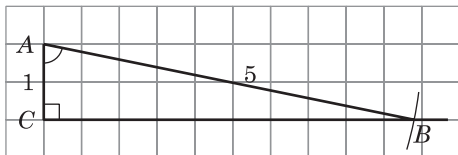


② Треба побудувати прямокутний трикутник ABC , у якого $\angle C = 90^\circ$; $AC = 4$ см;

$BC = 5$ см. Тоді $\operatorname{tg} B = \frac{4}{5}$; кут

B — шуканий.

45.



① У $\triangle ABC$: $\angle C = 90^\circ$; $AC = 1$ см; $AB = 5$ см. Тоді $\cos A = \frac{1}{5}$; $\angle A$ —

шуканий.

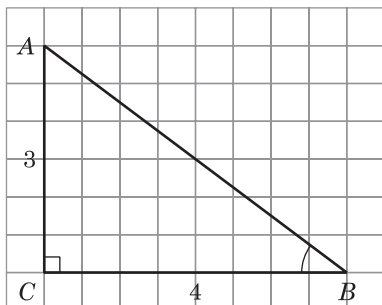
План побудови

1) $\angle ACB = 90^\circ$.

2) $AC = 1$ см.

3) Коло з центром у точці A та радіусом $AB = 5$ см.

4) Точка B — перетин кола і другої сторони прямого кута.



② Треба побудувати трикутник ABC , у якого $\angle C = 90^\circ$; $AC = 3$ см; $BC = 4$ см. Тоді $\operatorname{tg} B = \frac{3}{4}$; кут B — шуканий.

46. 1) Якщо кут α збільшується від 90° до 180° , його косинус зменшується від 0 до -1 .

У порядку зростання: $\cos 142^\circ$; $\cos 137^\circ$; $\cos 125^\circ$.

- 2) Якщо кут α збільшується від 90° до 180° , його синус зменшується від 1 до 0.

У порядку зростання: $\sin 127^\circ$; $\sin 119^\circ$; $\sin 118^\circ$.

47. 1) Якщо кут α збільшується від 90° до 180° , його синус зменшується від 1 до 0.

У порядку спадання: $\sin 138^\circ$; $\sin 142^\circ$; $\sin 148^\circ$.

- 2) Якщо кут α збільшується від 90° до 180° , його косинус зменшується від 0 до -1 .

У порядку спадання: $\cos 109^\circ$; $\cos 119^\circ$; $\cos 137^\circ$.

48. 1) $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - (-0,6)^2} = \sqrt{1 - 0,36} = \sqrt{0,64} = 0,8$.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{0,8}{-0,6} = -1\frac{1}{3}.$$

- 2) $\sin \alpha = \frac{1}{2}$, тому $\alpha = 30^\circ$ або $\alpha = 150^\circ$.

$$\text{Якщо } \alpha = 30^\circ, \text{ то } \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Якщо } \alpha = 150^\circ, \text{ то } \cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \operatorname{tg} 150^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Відповідь. 1) } \sin \alpha = 0,8; \operatorname{tg} \alpha = -1\frac{1}{3}; \text{ 2) } \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}; \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ або } \cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \operatorname{tg} \alpha = -\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

49. 1) $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - (-0,28)^2} = \sqrt{1 - 0,0784} = \sqrt{0,9216} = 0,96$.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{0,96}{-0,28} = -3\frac{3}{7}.$$

2) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$, тому $\alpha = 45^\circ$ або $\alpha = 135^\circ$.

Якщо $\alpha = 45^\circ$, то $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\operatorname{tg} 45^\circ = 1$.

Якщо $\alpha = 135^\circ$, то $\cos 135^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\operatorname{tg} 135^\circ = -1$.

Відповідь. 1) $\sin \alpha = 0,96$; $\operatorname{tg} \alpha = -3\frac{3}{7}$; 2) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\operatorname{tg} \alpha = 1$ або $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\operatorname{tg} \alpha = -1$.

50. 1) $\cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha \cos^2 \alpha = \cos^2 \alpha + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \cdot \cos^2 \alpha = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$, що й треба було довести.

2) $(\sin \alpha + \cos \alpha)(\sin \alpha - \cos \alpha) = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha = 1 - 2\cos^2 \alpha$, що й треба було довести.

51. 1) $\cos^2 150^\circ - \sin^2 120^\circ + \operatorname{tg} 135^\circ = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + (-1) = -1$;

2) $\operatorname{tg} 120^\circ \cdot \cos 120^\circ + \sin 120^\circ = -\sqrt{3} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.

52. 1) $\sin^2 150^\circ + \cos^2 120^\circ - \operatorname{tg}^2 150^\circ = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$;

2) $\frac{\sin 150^\circ}{\operatorname{tg} 150^\circ} - \cos 150^\circ = \frac{1}{2} : \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$.

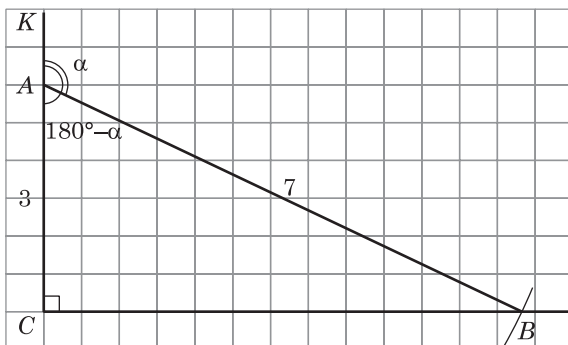
53. 1) $\operatorname{tg} \alpha = -1,8807$, тому $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = 1,8807$; $180^\circ - \alpha = 62^\circ$; $\alpha = 118^\circ$.

2) $\sin \alpha = 0,9272$; $\alpha = 68^\circ$ або $\alpha = 180^\circ - 68^\circ = 112^\circ$.

54. 1) $\operatorname{tg} \beta = -0,7002$, тому $\operatorname{tg}(180^\circ - \beta) = 0,7002$; $180^\circ - \beta = 35^\circ$; $\beta = 145^\circ$.

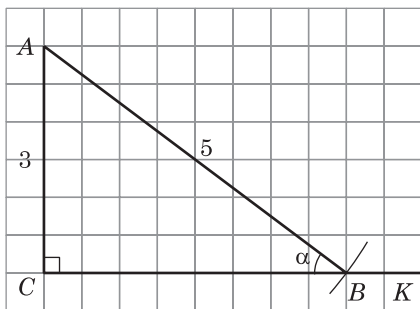
2) $\sin \beta = 0,9848$; $\beta = 80^\circ$ або $\beta = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$.

55.



1) $\cos \alpha = -\frac{3}{7}$, тому $\cos(180^\circ - \alpha) = \frac{3}{7}$. Побудова аналогічна побудові №45 (1).

$AC = 3$ см; $AB = 7$ см. Тоді $\cos \angle CAB = \frac{3}{7}$; $\cos \angle KAB = -\frac{3}{7}$; $\angle KAB = \alpha$ — шуканий.

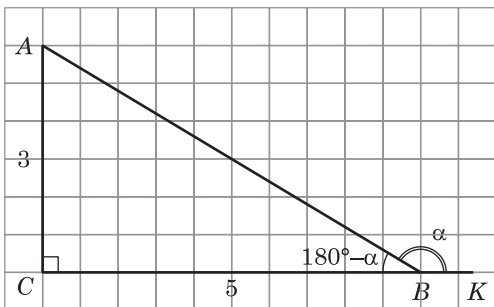


2) Існують два кути α , для яких $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.

$AC = 3$ см; $AB = 5$ см. Тоді $\sin \angle ABC = \frac{3}{5}$. $\sin \angle ABK = \sin(180^\circ - \angle ABC) = \sin \angle ABC = \frac{3}{5}$.

Кути ABC і ABK — шукані кути.

56.



1) $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{3}{5}$, тому

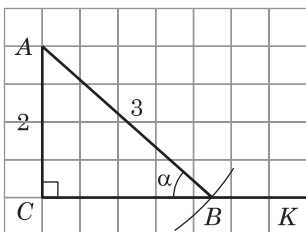
$$\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = \frac{3}{5}.$$

$AC = 3$ см; $BC = 5$ см.

Тоді $\operatorname{tg} \angle ABC = \frac{3}{5}$;

$$\operatorname{tg} \angle ABK = -\frac{3}{5};$$

$\angle ABK = \alpha$ — шуканий.



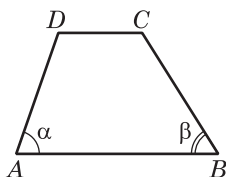
2) Існують два кути α , для яких $\sin \alpha = \frac{2}{3}$.

$AC = 2$ см; $AB = 3$ см. Тоді $\sin \angle ABC = \frac{2}{3}$.

$\sin \angle ABK = \sin(180^\circ - \angle ABC) = \sin \angle ABC = \frac{2}{3}$.

Кути ABC і ABK — шукані кути.

57.

Нехай у трапеції $ABCD$: $\angle A = \alpha$; $\angle B = \beta$.Тоді $\angle D = 180^\circ - \alpha$; $\angle C = 180^\circ - \beta$.

$$\cos \alpha + \cos(180^\circ - \alpha) + \cos(180^\circ - \beta) + \cos \beta = \\ = \cos \alpha - \cos \alpha - \cos \beta + \cos \beta = 0.$$

Відповідь. 0.

58.

1) $\sin^2 37^\circ + \sin^2 53^\circ$.

Оскільки $\sin 53^\circ = \cos(90^\circ - 53^\circ) = \cos 37^\circ$, то маємо $\sin^2 37^\circ + \cos^2 37^\circ = 1$.

2) $5 - \cos 137^\circ - \cos 43^\circ$.

Оскільки $\cos 137^\circ = -\cos(180^\circ - 137^\circ) = -\cos 43^\circ$, то маємо $5 + \cos 43^\circ - \cos 43^\circ = 5$.

Відповідь. 1) 1; 2) 5.

59.

1) $\cos^2 12^\circ + \cos^2 78^\circ$.

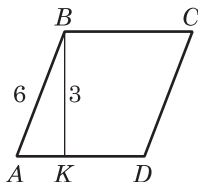
Оскільки $\cos 78^\circ = \sin(90^\circ - 78^\circ) = \sin 12^\circ$, то маємо $\cos^2 12^\circ + \sin^2 12^\circ = 1$.

2) $6 + \sin 42^\circ - \sin 138^\circ$.

Оскільки $\sin 138^\circ = \sin(180^\circ - 138^\circ) = \sin 42^\circ$, то маємо $6 + \sin 42^\circ - \sin 42^\circ = 6$.

Відповідь. 1) 1; 2) 6.

60.

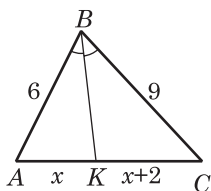


1) $S_{ABCD} = AD \cdot BK$; $AD = \frac{S_{ABCD}}{BK} = \frac{24}{3} = 8$ (см).

2) $P_{ABCD} = 2(AB + AD) = 2(6 + 8) = 28$ (см).

Відповідь. 28 см.

61.

1) BK — бісектриса $\triangle ABC$. За властивістю бісек-

триси, $\frac{AB}{AK} = \frac{BC}{KC}$.

2) Оскільки $AB < BC$, то $AK < KC$.Позначимо $AK = x$ см, тоді $KC = (x + 2)$ см.

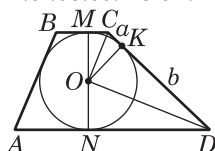
3) Маємо: $\frac{6}{x} = \frac{9}{x+2}$; $6x + 12 = 9x$; $3x = 12$; $x = 4$ (см).

4) $AK = 4$ см; $KC = 4 + 2 = 6$ (см); $AC = 4 + 6 = 10$ (см).

5) $P = 6 + 9 + 10 = 25$ (см).

Відповідь. 25 см.

62.

1) Нехай точка O — центр кола, вписаного у трапецію. CO і DO — бісектриси кутів трапеції $\angle BCD$ і $\angle CDA$.

$$2) \angle COD = 180^\circ - (\angle OCD + \angle CDO) = 180^\circ - \left(\frac{\angle BCD}{2} + \frac{\angle CDA}{2} \right) =$$

$$= 180^\circ - \frac{\angle BCD + \angle CDA}{2} = 180^\circ - \frac{180^\circ}{2} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ.$$

3) Отже, $\triangle COD$ — прямокутний; OK — його висота, що проведена до гіпотенузи. Тому $OK^2 = a \cdot b$; $OK = \sqrt{a \cdot b}$.

4) MN — висота трапеції; $MN = 2 \cdot OM = 2 \cdot OK = 2\sqrt{ab}$ (см).

Відповідь. $2\sqrt{ab}$ см.

63.

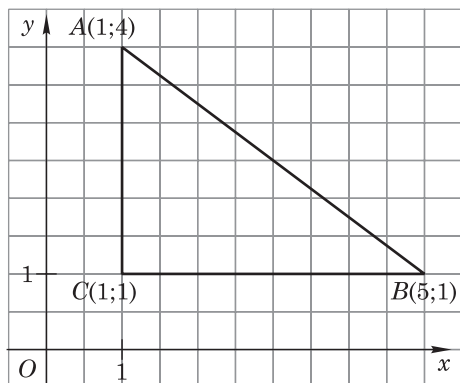
1) $AB = 7 - 4 = 3$;

2) $AB = 9 - (-2) = 11$;

3) $AB = -9 - (-12) = 3$;

4) $AB = |x_1 - x_2|$.

64.

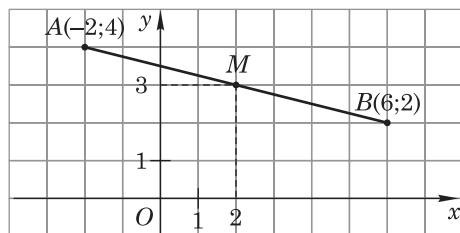


1) Див. малюнок.

2) $AB = 5$ см; $AC = 3$ см;
 $BC = 4$ см.

3) $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} =$
 $= \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ (см).

65.



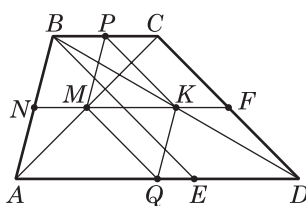
1) Див. малюнок.

2) $M(2; 3)$.

3) $\frac{-2+6}{2} = 2$; $\frac{4+2}{2} = 3$.

Координати точки M є середнім арифметичним відповідних координат точок A і B .

66.



1) $ABCD$ — трапеція; $AB = 6$ см; $CD = 8$ см; M — середина AC ; K — середина BD ; $MK = 5$ см. P — середина BC ; Q — середина AD .

2) Через точку B проведемо пряму, паралельну CD , яка перетинає AD у точці E .

3) $BCDE$ — паралелограм; $BE = CD = 8$ (см);
 $AE = AD - ED = AD - BC$.

4) $NM = \frac{BC}{2}$; $KF = \frac{BC}{2}$; $NF = \frac{AD + BC}{2}$.

Тоді $MK = \frac{AD+BC}{2} - 2 \cdot \frac{BC}{2} = \frac{AD+BC-2BC}{2} = \frac{AD-BC}{2}$, тому

$AD-BC = 2 \cdot MK = 2 \cdot 5 = 10$ (см).

5) Отже, $AB = 6$ см; $BE = 8$ см; $AE = 10$ см; $6^2 + 8^2 = 10^2$, тому $\triangle ABE$ — прямокутний; $\angle ABE = 90^\circ$.

6) $MP \parallel AB$; $BE \parallel MQ$, тому $\angle PMQ = 90^\circ$.

7) MP — середня лінія $\triangle ABC$; $MP = \frac{AB}{2}$; $MP \parallel AB$.

KQ — середня лінія $\triangle ABD$; $KQ = \frac{AB}{2}$; $KQ \parallel AB$.

8) $MP \parallel KQ$; $MP = KQ$, тому $MPKQ$ — паралелограм.

9) Оскільки $\angle PMQ = 90^\circ$, то $MPQK$ — прямокутник. Його діагоналі рівні. Отже, $PQ = MK = 5$ см.

§3. Координати середини відрізка. Відстань між двома точками із заданими координатами

67. M — середина відрізка CD .

$$1) x_M = \frac{-5+7}{2} = 1; y_M = \frac{4+0}{2} = 2; M(1; 2).$$

$$2) x_M = \frac{2+(-2)}{2} = 0; y_M = \frac{-8+6}{2} = -1; M(0; -1).$$

68. A — середина відрізка MN .

$$1) x_A = \frac{4+2}{2} = 3; y_A = \frac{-5+1}{2} = -2; A(3; -2).$$

$$2) x_A = \frac{7+(-1)}{2} = 3; y_A = \frac{-3+3}{2} = 0; A(3; 0).$$

$$69. 1) OA = \sqrt{(3-0)^2 + (-4-0)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5;$$

$$2) OB = \sqrt{(5-0)^2 + (12-0)^2} = \sqrt{25+144} = \sqrt{169} = 13.$$

$$70. 1) OP = \sqrt{(-6-0)^2 + (8-0)^2} = \sqrt{36+64} = 10;$$

$$2) DM = \sqrt{(8-0)^2 + (15-0)^2} = \sqrt{64+225} = \sqrt{289} = 17.$$

$$71. x_M = \frac{x_A + x_B}{2}; y_M = \frac{y_A + y_B}{2}.$$

$$1) 4 = \frac{-2 + x_B}{2}; 8 = -2 + x_B; x_B = 10.$$

$$-7 = \frac{5 + y_B}{2}; -14 = 5 + y_B; y_B = -19.$$

$$B(10; -19).$$

$$2) 5 = \frac{x_A + 0}{2}; 10 = x_A.$$

$$1 = \frac{y_A + (-2)}{2}; 2 = y_A - 2; y_A = 4.$$

$$A(10; 4).$$

$$72. \quad x_D = \frac{x_A + x_B}{2}; y_D = \frac{y_A + y_B}{2}.$$

$$1) -1 = \frac{x_A + 4}{2}; -2 = x_A + 4; x_A = -6.$$

$$7 = \frac{y_A + 5}{2}; 14 = y_A + 5; y_A = 9.$$

$$A(-6; 9).$$

$$2) 4 = \frac{3 + x_B}{2}; 8 = 3 + x_B; x_B = 5.$$

$$-2 = \frac{0 + y_B}{2}; -4 = y_B; y_B = -4.$$

$$B(5; -4).$$

$$73. \quad 1) AB = \sqrt{(4 - (-2))^2 + (12 - 4)^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10;$$

$$2) AB = \sqrt{(6 - 4)^2 + (-11 + 5)^2} = \sqrt{2^2 + 6^2} = \sqrt{4 + 36} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}.$$

$$74. \quad 1) AB = \sqrt{(1 - 4)^2 + (-5 + 1)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5;$$

$$2) AB = \sqrt{(-5 - 1)^2 + (1 - 7)^2} = \sqrt{36 + 36} = \sqrt{2 \cdot 36} = 6\sqrt{2}.$$

$$75. \quad 1) AB = \sqrt{(0 - 4)^2 + (0 + 3)^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5;$$

$$AC = \sqrt{(2 - 4)^2 + (-1 + 3)^2} = \sqrt{4 + 4} = 2\sqrt{2}.$$

$$AB > AC.$$

$$2) AB = \sqrt{(8 - 2)^2 + (-3 - 5)^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10;$$

$$AC = \sqrt{(-6 - 2)^2 + (-1 - 5)^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10.$$

$$AB = AC.$$

$$76. \quad 1) MN = \sqrt{(2 - 2)^2 + (2 + 3)^2} = \sqrt{25} = 5;$$

$$ML = \sqrt{(-2 - 2)^2 + (0 + 3)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5.$$

$$MN = ML.$$

$$2) MN = \sqrt{(1 - 3)^2 + (0 + 1)^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5};$$

$$ML = \sqrt{(5 - 3)^2 + (-1 + 1)^2} = \sqrt{2^2} = 2.$$

$$MN > ML.$$

$$77. \quad LM = \sqrt{(4 - 4)^2 + (-3 - 5)^2} = \sqrt{0 + 64} = 8;$$

$$LN = \sqrt{(1 - 4)^2 + (1 + 3)^2} = \sqrt{9 + 16} = 5;$$