

ПЕРЕДМОВА

Прагни вершини – матимеш середину.

Григорій Сковорода

Підготовка старшокласників до зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО) знань вимагає впровадження у навчання тестових завдань різноманітного характеру та змісту, удосконалення методів самостійної роботи учнів над навчальним матеріалом.

Метою пропонованого тестового зошита є організація самостійної роботи учнів при підготовці до ЗНО. Зошит містить тести зі всіх основних тем геометрії 10-го – 11-го класів, усього 11 тем. Тести укладено за темами, що сприяє успішному засвоєнню учнями матеріалу. Структура кожного тематичного тесту є аналогічною структурі тестів, що пропонуються на зовнішньому оцінюванні знань із математики абітурієнтами. Кожний тест з тієї чи іншої теми укладено у двох рівноцінних варіантах, а тестові завдання підібрано за трьома рівнями складності. Завдання з першого по двадцяте передбачають вибір правильної відповіді з п'яти запропонованих. Серед наведених відповідей є лише одна правильна відповідь. Далі пропонується два завдання (21, 22) на встановлення відповідностей, у яких до кожного із чотирьох або трьох завдань потрібно підібрати логічну пару з п'яти запропонованих. Завдання з 23-го по 30-е — без поданих відповідей, тому потрібно розв'язати кожну із запропонованих задач і вписати отриману відповідь. Завдання з 28*-го по 30*-е помічені зірочкою, тобто це завдання поглибленого рівня. Тестовий зошит містить також п'ять тестів на повторення планіметрії, які подано напочатку посібника. Тести на повторення містять по 30 задач, які пропонувалися у сертифікаційних тестових зошитах ЗНО з 2004 по 2017 рр. Тобто у цих тестах подано 150 тестових задач за курс геометрії 7-го – 9-го класів, а це всі задачі ЗНО з планіметрії.

Тестовий зошит містить довідник, у якому викладена теорія до кожної теми — означення, теореми, опорні задачі, а також подано розв'язання основних типів задач, що створює практичну базу для самостійного розв'язування завдань тестового зошита. Тема 32* запропонована із зірочкою й лише в одному варіанті, оскільки вона не є обов'язковою при підготовці до ЗНО. Задачі на зрізану піраміду та зрізаний конус у тестових зошитах ЗНО не пропонуються.

Наприкінці тестового зошита подано відповіді до всіх тестових завдань або вказівки щодо їхнього розв'язання. Цей посібник є четвертою частиною програми підготовки старшокласників до написання сертифікаційної роботи з математики. У третій частині посібника викладено курс геометрії 7-го – 9-го класів. Програма підготовки з геометрії наведена нижче. Вона розрахована на 36 робочих тижнів навчального року. Посібник є важливою складовою комплексної авторської програми підготовки старшокласників до ЗНО.

Усі тестові завдання відповідають чинній програмі з математики для загальноосвітніх навчальних закладів та вимогам щодо знань абітурієнтів на зовнішньому тестуванні.

Для вчителів і учнів загальноосвітніх шкіл і профільних класів природничого та фізико-математичного спрямувань.

Навчальні теми та послідовність їх вивчення

Геометрія

Планіметрія

I семестр (I частина посібника)

- Тема 1.** Найпростіші геометричні фігури.
 - Тема 2.** Взаємне розміщення трьох прямих на площині.
 - Тема 3.** Трикутники. Ознаки рівності трикутників. Рівнобедрений трикутник. Сума кутів трикутника. Нерівність трикутника.
 - Тема 4.** Зовнішній кут трикутника. Прямокутний трикутник.
 - Тема 5.** Коло та його елементи. Коло, вписане у трикутник, і коло, описане навколо трикутника. Геометричне місце точок.
 - Тема 6.** Багатокутники. Чотирикутники. Паралелограм.
 - Тема 7.** Прямокутник, квадрат і ромб.
 - Тема 8.** Середня лінія трикутника. Трапеція. Середня лінія трапеції.
 - Тема 9.** Центральні та вписані кути.
 - Тема 10.** Вписані та описані чотирикутники.
 - Тема 11.** Теорема Фалеса. Теорема про пропорційні відрізки. Теорема про медіани трикутника. Теорема про бісектрису трикутника.
 - Тема 12.** Подібність трикутників.
 - Тема 13.** Подібність і коло. Застосування подібності.
 - Тема 14.** Метричні співвідношення у прямокутному трикутнику. Теорема Піфагора.
 - Тема 15.** Співвідношення між кутами та сторонами прямокутного трикутника.
 - Тема 16.** Теорема косинусів. Теорема синусів.
 - Тема 17.** Площа паралелограма (квадрата, прямокутника, ромба).
 - Тема 18.** Площа трикутника.
 - Тема 19.** Площа трапеції.
 - Тема 20.** Вписані та описані правильні багатокутники. Довжина кола. Площа круга. Площа сектора. Площа сегмента.
 - Тема 21.** Декартові координати на площині.
 - Тема 22.** Вектори.
- Тести на повторення.**

Стереометрія**Задачі тестів ЗНО (2004 – 2017 рр.). Планіметрія. Повторення.****Тести 1–5.**

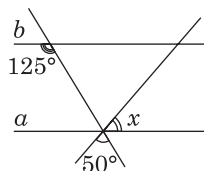
- Тема 23.** Взаємне розташування прямих у просторі. Взаємне розташування прямої і площини. Взаємне розташування площин. Властивості паралельних площин. Паралельне проектування
- Тема 24.** Перпендикулярність прямих і площини. Відстані у просторі. Теорема про три перпендикуляри.
- Тема 25.** Кути у просторі.
- Тема 26.** Декартова система координат. Вектори.
- Тема 27.** Багатогранники. Призма. Площі поверхонь, об'єм.
- Тема 28.** Піраміди. Частинні види пірамід. Площі поверхонь та об'єм піраміди.
- Тема 29.** Циліндр. Площа поверхні, об'єм.
- Тема 30.** Конус. Площа поверхні, об'єм.
- Тема 31.** Куля. Площа сфери, об'єм кулі. Кульовий сектор та кульовий сегмент.
- Тема 32*.** Зрізана піраміда. Зрізаний конус. Площі поверхонь, об'єм.
- Тема 33.** Комбінації тіл. Циліндр і призма. Піраміда і конус. Куля і призма. Куля і піраміда. Куля і конус. Куля і циліндр.

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

Тест 1. Задачі тестів ЗНО (2004 – 2017 рр.).
Планіметрія

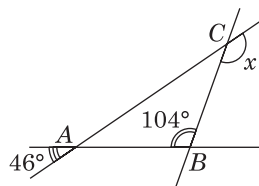
1. Прямі a і b — паралельні. Знайдіть градусну міру кута x , зображеного на рисунку. (ЗНО, 2007 р.).

А	Б	В	Г	Д
50°	60°	65°	75°	85°



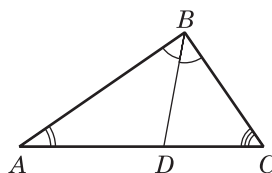
2. Знайдіть градусну міру кута x , зображеного на рисунку. (ЗНО, 2006 р.).

А	Б	В	Г	Д
95°	120°	140°	150°	160°



3. У трикутнику ABC : $\angle A = 65^\circ$, BD — бісектриса кута B (див. рисунок). Знайдіть градусну міру кута BCA , якщо $\angle ABD = 35^\circ$. (ЗНО, 2009 р.).

А	Б	В	Г	Д
35°	45°	50°	55°	65°



4. Знайдіть довжину сторони BC трикутника ABC , якщо $\angle A = 45^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, $AB = 3$ см.

А	Б	В	Г	Д
4 см	4,5 см	$\sqrt{6}$ см	$3\sqrt{3}$ см	$3\sqrt{2}$ см

5. Сторони трикутника, одна з яких удвічі більша за другу, утворюють кут 120° , а довжина третьої сторони дорівнює $3\sqrt{7}$ см. Знайдіть довжину найменшої сторони трикутника. (ЗНО, 2007 р.).

А	Б	В	Г	Д
2 см	3 см	4 см	$\sqrt{7}$ см	$3\sqrt{\frac{7}{3}}$ см

6. Гострий кут паралелограма дорівнює 60° , а його сторони дорівнюють 3 см і 4 см. Обчисліть довжину меншої діагоналі паралелограма. (ЗНО, 2009 р.).

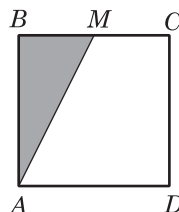
А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{37}$ см	$\sqrt{31}$ см	5 см	$\sqrt{19}$ см	$\sqrt{13}$ см

7. У сонячний день довжина тіні від дерева становить 16 м. У той самий час тінь від хлопчика, який має зріст 1,5 м, дорівнює 2 м. Визначте висоту дерева.

А	Б	В	Г	Д
12 м	12,5 м	13 м	14 м	15,5 м

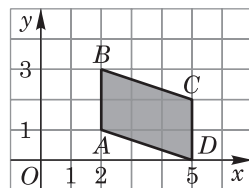
8. Точка M — середина сторони квадрата $ABCD$ (див. рисунок). Площа затушованої частини дорівнює 7 см^2 . Знайдіть площу всього квадрата. (ЗНО, 2007 р.).

А	Б	В	Г	Д
14 см^2	21 см^2	28 см^2	35 см^2	42 см^2



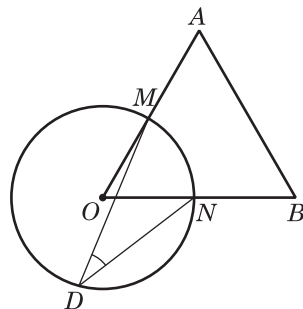
9. Обчисліть площу чотирикутника $ABCD$ (див. рисунок), сторони AB і CD якого паралельні осі Oy . (ЗНО, 2011 р.).

А	Б	В	Г	Д
10	5	3	6	7



10. На рисунку зображено коло з центром у точці O і рівносторонній трикутник AOB , що перетинає коло в точках M і N . Точка D належить колу. Знайдіть градусну міру кута MDN . (ЗНО, 2011 р.).

А	Б	В	Г	Д
15°	30°	45°	60°	120°



11. Сума градусних мір двох кутів паралелограма дорівнює 150° . Знайдіть градусну міру більшого кута паралелограма.

А	Б	В	Г	Д
75°	85°	105°	110°	115°

12. Знайдіть координати вектора \overrightarrow{AB} , якщо $A(-2; 3)$, $B(-8; -5)$. (Пробне ЗНО, 2010 р.).

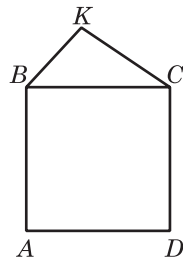
А	Б	В	Г	Д
$\overrightarrow{AB}(6; 8)$	$\overrightarrow{AB}(-10; -8)$	$\overrightarrow{AB}(-10; -2)$	$\overrightarrow{AB}(-6; -2)$	$\overrightarrow{AB}(-6; -8)$

13. Довжина кола дорівнює 16π см. Знайдіть площу круга, обмеженого цим колом.

А	Б	В	Г	Д
$128\pi \text{ см}^2$	$64\pi \text{ см}^2$	$32\pi \text{ см}^2$	$16\pi \text{ см}^2$	$8\pi \text{ см}^2$

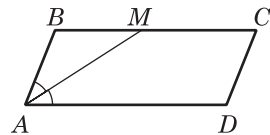
14. На рисунку зображено квадрат $ABCD$ і трикутник BKC , периметри яких відповідно дорівнюють 24 см і 20 см. Знайдіть периметр п'ятикутника $ABKCD$. (ЗНО, 2010 р.).

А	Б	В	Г	Д
28 см	32 см	34 см	38 см	44 см

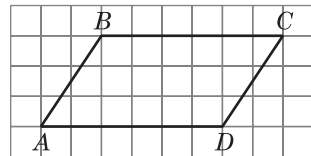


15. Бісектриса гострого кута A паралелограма $ABCD$ ділить сторону BC на відрізки $BM = 3$ см, $MC = 5$ см (див. рисунок). Обчисліть периметр паралелограма. (Пробне ЗНО, 2012 р.).

А	Б	В	Г	Д
16 см	20 см	22 см	24 см	26 см



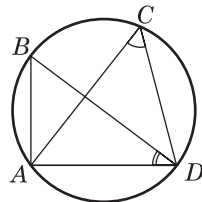
16. На папері у клітинку зображено паралелограм $ABCD$, вершини якого збігаються з вершинами клітинок (див. рисунок). Знайдіть площу паралелограма $ABCD$, якщо кожна клітинка є квадратом зі стороною 1 см. (ЗНО, 2010 р.).



А	Б	В	Г	Д
9 см ²	12 см ²	15 см ²	18 см ²	24 см ²

17. Точки A, B, C і D лежать на колі. BD — діаметр цього кола (див. рисунок). Знайдіть величину кута ACD , якщо $\angle ADB = 35^\circ$. (ЗНО, 2010 р.).

А	Б	В	Г	Д
35°	55°	60°	65°	70°



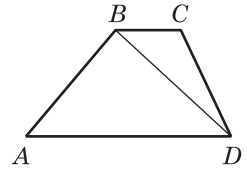
18. Знайдіть величину кута між векторами \vec{a} і $\vec{b} + \vec{c}$ (у градусах), якщо $\vec{a}(2; 2)$, $\vec{b}(2; 4)$ і $\vec{c}(-2; -6)$. (ЗНО, 2009 р.).

А	Б	В	Г	Д
60°	30°	135°	120°	150°

19. Знайдіть усі значення параметра a , при яких система $\begin{cases} x^2 + (y - a)^2 = 4, \\ y = -5 \end{cases}$ має єдиний розв'язок. У відповідь запишіть суму значень параметра a . (ЗНО, 2006 р.).

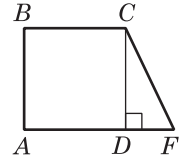
А	Б	В	Г	Д
-7	-10	10	-3	7

20. У трапеції $ABCD$ основи BC і AD відносяться, як $1 : 3$. Знайдіть площу трапеції (див. рисунок), якщо площа трикутника BCD дорівнює 2 см^2 . (ЗНО, 2007 р.)



А	Б	В	Г	Д
4 см^2	6 см^2	8 см^2	10 см^2	12 см^2

21. На рисунку зображено квадрат $ABCD$ зі стороною 1 см та прямокутний трикутник CDF , гіпотенуза якого CF дорівнює $\sqrt{5} \text{ см}$. Фігури лежать в одній площині. Установіть відповідність між початком речення (1 – 4) та його закінченням (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження. (ЗНО, 2014 р.)



- | | |
|--|-----------------------------------|
| 1 Довжина катета FD трикутника CDF дорівнює | А 1 см |
| 2 Довжина радіуса кола, описаного навколо квадрата $ABCD$, дорівнює | Б $\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ см}$ |
| 3 Відстань від точки F до прямої BC дорівнює | В $\sqrt{2} \text{ см}$ |
| 4 Відстань від точки F до прямої BD дорівнює | Г 2 см |
| | Д $2\sqrt{2} \text{ см}$ |

	А	Б	В	Г	Д
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

22. На рисунках (1 – 5) наведено інформацію про п'ять трикутників. (ЗНО, 2015 р.) Установіть відповідність між запитанням (1 – 4) та правильною відповіддю на нього (А – Д).

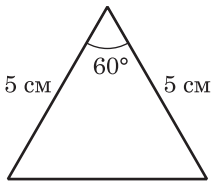


Рис. 1

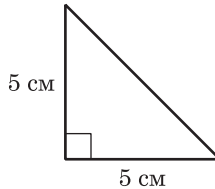


Рис. 2

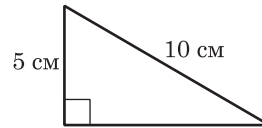


Рис. 3

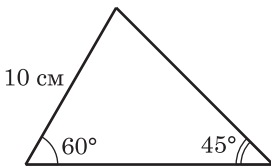


Рис. 4

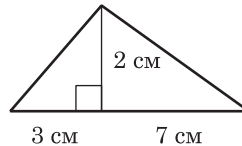


Рис. 5

Запитання

1 На якому рисунку зображено трикутник, у якого центри вписаного й описаного кіл збігаються?

2 На якому рисунку зображено трикутник, один із внутрішніх кутів якого дорівнює 30° ?

3 На якому рисунку зображено трикутник, площа якого дорівнює 10 см^2 ?

4 На якому рисунку зображено трикутник, у якого діаметр описаного навколо нього кола дорівнює $10\sqrt{2} \text{ см}$?

Відповідь

А На рис. 1

Б На рис. 2

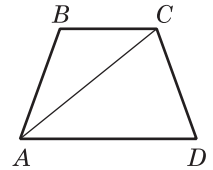
В На рис. 3

Г На рис. 4

Д На рис. 5

	А	Б	В	Г	Д
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- 23.** На рисунку зображено рівнобедрену трапецію $ABCD$, у якій $AD = 8 \text{ см}$, $BC = 4 \text{ см}$, $AC = 10 \text{ см}$. Установіть відповідність між проекцією відрізка на пряму (1 – 4) та довжиною проєкції (А – Д). (Пробне ЗНО, 2013 р.).



Проекція відрізка на пряму

1 проекція відрізка BC на пряму AD

2 проекція відрізка CD на пряму AD

3 проекція відрізка AC на пряму AD

4 проекція відрізка AD на пряму AC

Довжина проєкції

А 2 см

Б 4 см

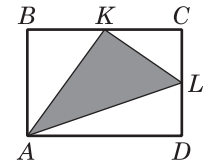
В 4,8 см

Г 5,6 см

Д 6 см

	А	Б	В	Г	Д
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- 24.** У прямокутнику $ABCD$: $AB = 6 \text{ см}$, $BC = 8 \text{ см}$, K і L — середини сторін BC і CD відповідно (див. рисунок). Знайдіть площу трикутника AKL (у см^2). (ЗНО, 2010 р.).



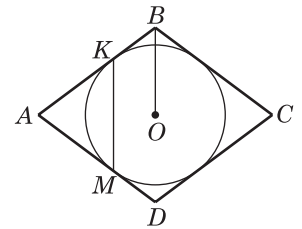
Відповідь. _____

- 25.** У ромб $ABCD$ вписано коло з центром у точці O , яке дотикається до сторін AB і AD у точках K і M відповідно (див. рисунок). Периметр ромба дорівнює 48 см, $\angle A = 60^\circ$. Знайдіть:

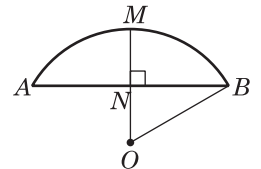
1. Довжину відрізка OB (у см).

2. Довжину відрізка KM (у см). (ЗНО, 2015 р.).

Відповідь. _____



- 26.** На рисунку схематично зображено опуклий міст, що має форму дуги AMB кола з центром у точці O . MN — серединний перпендикуляр до AB , $MN = 3 \text{ м}$. Визначте довжину радіуса OB (у м), якщо довжина відрізка AB дорівнює 12 м. (Пробне ЗНО, 2013 р.).



Відповідь. _____

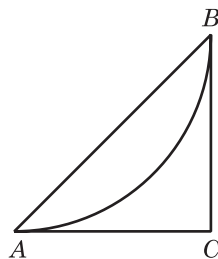
27. Площа ромба дорівнює $10,8 \text{ см}^2$, а площа круга, вписаного у ромб, — $2,25\pi \text{ см}^2$.

1. Визначте довжину радіуса круга, вписаного в ромб (у *см*). (Пробне ЗНО, 2013 р.)
2. Обчисліть довжину сторони ромба (у *см*).

Відповідь. _____

28. План паркової зони (див. рисунок), обмеженої трикутником ABC , зображено на рисунку. Дуга AB — велосипедна доріжка. Відомо, що дуга AB є четвертою частиною кола з радіусом $1,8 \text{ км}$. CA і CB — дотичні до цього кола (A і B — точки дотику). Обчисліть площу зображеної на плані паркової зони (у км^2). (ЗНО, 2013 р.)

Відповідь. _____



29. На стороні AD паралелограма $ABCD$ як на діаметрі побудовано півколо так, що воно дотикається до сторони BC в точці M . Довжина дуги MD дорівнює $6,5\pi \text{ см}$. (ЗНО, 2014 р.)

1. Обчисліть (у *см*) довжину радіуса цього кола.
2. Обчисліть площу паралелограма $ABCD$.

Відповідь. _____

30. Паралелограм $ABCD$ побудовано на векторах \vec{a} і \vec{b} як на сторонах. Відомо, що $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, $|\vec{a} + \vec{b}| = 7$. Знайдіть величину кута між векторами \vec{a} і \vec{b} (у градусах). (ЗНО, 2008 р.)

Відповідь. _____