Ю.П. Федоренко

ПОВНІ РОЗВ’ЯЗКИ ЗА ПІДРУЧНИКОМ «ГЕОМЕТРІЯ. 8 КЛАС»

(автор Істер О.С.)

Посібник для тренування

ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА — БОГДАН

УДК 512.1(075.3)
ББК 22.1я72
Ф33

Федоренко Ю.П.

Ф33 Повні розв'язки за підручником «Геометрія. 8 клас» (автор Істер О.С.) / Ю.П. Федоренко. — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2016. — 248 с.

ISBN 978-966-10-4552-0

У посібнику містяться повні й вичерпні зразки розв'язання всіх завдань і вправ підручника з геометрії 8 класу (О.С. Істер. Геометрія: підручник для 8 класу загальноосвітніх навчальних закладів. — К.: Генеза, 2016).

Посібник адресовано, в першу чергу, батькам для надання допомоги їхнім дітям та контролю за виконанням домашніх робіт. Буде корисним учителям 8-х класів.

УДК 512.1(075.3)
ББК 22.1я72

ISBN 978-966-10-4552-0

РОЗДІЛ 1

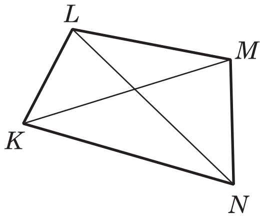
ЧОТИРИКУТНИКИ

§1. Чотирикутник, його елементи. Сума кутів чотирикутника

1. Мал. 7 — неопуклий чотирикутник; мал. 9 — опуклий чотирикутник.

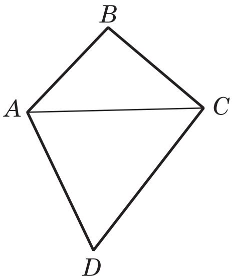
2. Пари протилежних сторін: EG і OR; ER і GO.
Пари сусідніх сторін: EG і ER; ER і RO; RO і OG; OG і GE.
Пари сусідніх вершин: E і G; G і O; O і R; R і E.
Пари протилежних вершин: E і O; G і R.

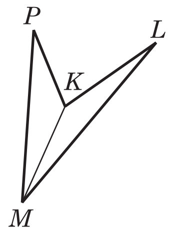
3.



Пари протилежних сторін: LM і KN; LK і MN.
Пари сусідніх сторін: KL і KN; KL і LM; LM і MN; MN і KN.
Пари протилежних вершин: L і N; K і M.
Пари сусідніх вершин: K і L; L і M; M і N; K і N.
Діагоналі: LN і KM.

4.





5. 1) $80° + 90° + 100° + 110° = 380° \neq 360°$. Чотирикутник не існує.
2) $150° + 60° + 70° + 80° = 360°$. Чотирикутник існує.

6. 1) $120° + 80° + 90° + 70° = 360°$. Чотирикутник існує.
2) $130° + 110° + 80° + 50° = 370° \neq 360°$. Чотирикутник не існує.

7. 1) $360° - (150° + 110° + 80°) = 20°$. Чотирикутник опуклий.
2) $360° - (80° + 60° + 30°) = 190°$. Чотирикутник неопуклий.

8. 1) $360° - (20° + 70° + 80°) = 190°$. Чотирикутник неопуклий.
2) $360° - (120° + 50° + 40°) = 150°$. Чотирикутник опуклий.

9. $P = 32 + 25 + 40 + 70 = 167$ (мм).

10. $P = 80 + 70 + 63 + 54 = 267$ (мм).

11. 1) Ні, оскільки в цьому випадку сума кутів буде меншою від 360°.

2) Так, бо $4 \cdot 90° = 360°$.
3) Ні, оскільки в цьому випадку сума кутів буде більшою за 360°.

12. $(360° - 120°) : 3 = 80°$.
Відповідь. 80°; 80°; 80°.

13. $(60 - 24) : 3 = 12$ (см).
Відповідь. 12 см; 12 см; 12 см.

14. 1) $BC = CD$ (за умовою); $\angle ACB = \angle ACD$ (за умовою). AC — спільна сторона трикутників ABC і ADC. Тому $\Delta ABC = \Delta ADC$ (за першою ознакою).
2) Оскільки $\Delta ABC = \Delta ADC$, то $\angle B = \angle D$, що й треба було довести.

15. 1) $\angle BAC = \angle ACD$; $\angle BCA = \angle CAD$ (за умовою); AC — спільна сторона трикутників ABC і CDA. Тому $\Delta ABC = \Delta CDA$ (за другою ознакою).
2) Оскільки $\Delta ABC = \Delta CDA$, то $AB = CD$, що й треба було довести.

16. 1) Нехай сторони чотирикутника дорівнюють $4x$, $5x$, $8x$ і $9x$.
Тоді $4x + 5x + 8x + 9x = 65$; $26x = 65$; $x = 2,5$.
2) Тоді сторони чотирикутника $4 \cdot 2,5 = 10$ (см); $5 \cdot 2,5 = 12,5$ (см); $8 \cdot 2,5 = 20$ (см); $9 \cdot 2,5 = 22,5$ (см).
Відповідь. 10 см; 12,5 см; 20 см; 22,5 см.

17. 1) Нехай кути чотирикутника дорівнюють $4x$, $5x$, $7x$ і $8x$.
Тоді $4x + 5x + 7x + 8x = 360°$; $24x = 360°$; $x = 15°$.
2) Тоді кути чотирикутника $4 \cdot 15° = 60°$; $5 \cdot 15° = 75°$; $7 \cdot 15° = 105°$; $8 \cdot 15° = 120°$.
Відповідь. 60°; 75°; 105°; 120°.

18. 1) Нехай другий кут дорівнює $7x$, а третій — $5x$. Тоді четвертий кут $\dfrac{7x + 5x}{2} = 6x$.
2) Тоді $90° + 7x + 5x + 6x = 360°$; $28x = 270°$; $x = 15°$.
3) Отже, невідомі кути чотирикутника $7 \cdot 15° = 105°$; $5 \cdot 15° = 75°$; $6 \cdot 15° = 90°$.
Відповідь. 105°; 75°; 90°.

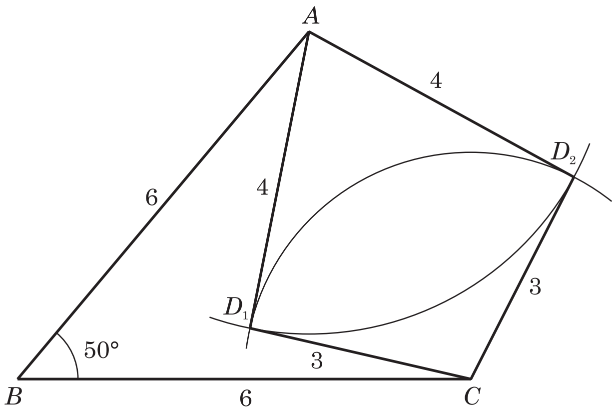
19. 1) Нехай друга сторона чотирикутника $7x$ (см), а третя — $3x$ (см). Тоді четверта сторона $\dfrac{7x - 3x}{2} = \dfrac{4x}{2} = 2x$ (см).
2) За умовою $18 + 7x + 3x + 2x = 54$; $12x = 36$; $x = 3$ (см).
3) Отже, друга сторона чотирикутника дорівнює $7 \cdot 3 = 21$ (см), третя — $3 \cdot 3 = 9$ (см), четверта — $2 \cdot 3 = 6$ (см).
Відповідь. 21 см; 9 см; 6 см.

20. 1) Припустимо, що у чотирикутнику всі кути більші за 90°.
2) Тоді сума кутів такого чотирикутника буде більшою за $4 \cdot 90° = 360°$. Це суперечить теоремі про суму кутів чотирикутника.
3) Наше припущення неправильне. Отже, у чотирикутнику є кут, не більший за 90°.

21. 1) Припустимо, що у чотирикутнику всі кути менші від 90°.
2) Тоді сума кутів такого чотирикутника буде меншою від $4 \cdot 90° = 360°$. Це суперечить теоремі про суму кутів чотирикутника.
3) Наше припущення неправильне. Отже, у чотирикутнику є кут, не менший за 90°.

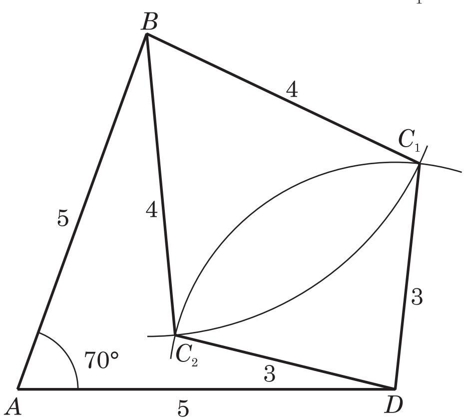
22. Якщо чотирикутник неопуклий, то один з його кутів більший за 180°, а тоді сума трьох інших — менша від 180°. Отже, в цьому випадку один з кутів чотирикутника більший за суму інших його кутів.
Відповідь. Так.

23.



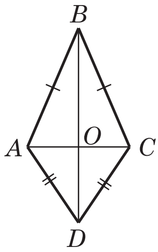
Чотирикутники $ABCD_1$ і $ABCD_2$ — шукані. Задача має два розв'язки.
Увага! $AB = BC = 6$ см; $\angle B = 50°$; $AD_1 = AD_2 = 4$ см; $CD_1 = CD_2 = 3$ см.

24.



Чотирикутники ABC_1D і ABC_2D — шукані. Задача має два розв'язки.
Увага! $AB = AD = 5$ см; $\angle A = 70°$; $BC_1 = BC_2 = 4$ см; $DC_1 = DC_2 = 3$ см.

25.

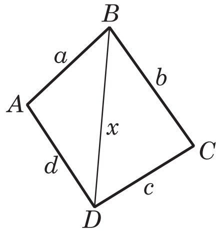


$AB = BC$; $AD = DC$ (за умовою), BD — спільна сторона трикутників ABD і CBD. Тому $\Delta ABD = \Delta CBD$.

1) Оскільки $\Delta ABD = \Delta CBD$, то $\angle ABD = \angle CBD$ і $\angle ADB = \angle CDB$. Отже, діагональ BD ділить навпіл як кут B, так і кут D.

2) BO — бісектриса рівнобедреного трикутника, що проведена до основи. Тому BO є також і висотою. Отже, $BO \perp AC$, а тому $BD \perp AC$, тобто діагоналі дельтоїда взаємно перпендикулярні.

26.



1) Позначимо $AB = a$; $BC = b$; $CD = c$; $AD = d$; $BD = x$.

2) Тоді $a + b + c + d = 29$ (1).

3) $a + d + x = 20$, а тому $a + d = 20 - x$.

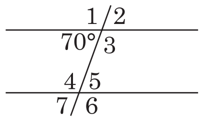
4) $b + c + x = 21$, а тому $b + c = 21 - x$.

5) Підставимо у рівність (1) замість $a + d$ — вираз $20 - x$, а замість $b + c$ — вираз $21 - x$.

Маємо $20 - x + 21 - x = 29$; $2x = 12$; $x = 6$ (см).

Відповідь. 6 см.

27.



1) $\angle 2 = 70°$ (вертикальні).

2) $\angle 7 = 70°$; $\angle 5 = \angle 2 = 70°$ (відповідні).

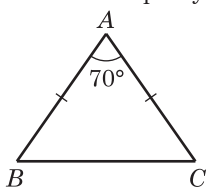
3) $\angle 1 = 180° - 70° = 110°$ (властивість суміжних кутів).

4) $\angle 3 = \angle 1 = 110°$ (вертикальні).

5) $\angle 4 = \angle 1 = 110°$; $\angle 6 = \angle 3 = 110°$ (відповідні).

Відповідь. Три кути по 70°; чотири — по 110°.

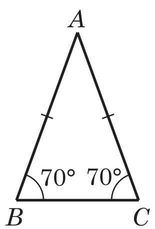
28.



I випадок.

$AB = AC$; $\angle A = 70°$.

Тоді $\angle B = \angle C = \dfrac{180° - 70°}{2} = 55°$.



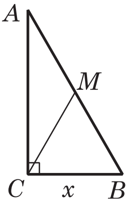
II випадок.

$AB = AC$; $\angle B = \angle C = 70°$.

Тоді $\angle A = 180° - 2 \cdot 70° = 40°$.

Відповідь. 70°; 55°; 55° або 70°; 70°; 40°.

29.



1) Нехай $\angle C = 90°$; $\angle B = 30°$. Тоді $\angle A = 30°$.

2) Позначимо $BC = x$ см. Тоді за властивістю катета, що лежить проти кута 30°, маємо $AB = 2x$ (см).

3) CM — медіана трикутника. За властивістю медіани прямокутного трикутника, що проведена до гіпотенузи, маємо $CM = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{2x}{2} = x$ (см).

4) За умовою $BC + CM = 10$; $x + x = 10$; $2x = 10$; $x = 5$ (см).

5) Тоді $AB = 2 \cdot 5 = 10$ (см).

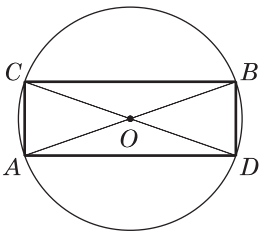
Відповідь. 10 см.

30. Внутрішні односторонні кути: $\angle KCD$ і $\angle MDC$; $\angle NDC$ і $\angle DCL$.
Внутрішні різносторонні кути: $\angle KCD$ і $\angle CDN$; $\angle DCL$ і $\angle MDC$.
Відповідні кути: $\angle KCA$ і $\angle MDC$; $\angle ACL$ і $\angle CDN$; $\angle KCD$ і $\angle MDB$; $\angle DCL$ і $\angle BDN$.

31. 1), 5), 6) — прямі паралельні.
2), 3), 4) — прямі перетинаються.

32. 1) $AB = CD$; $\angle BAC = \angle ACD$ (за умовою). AC — спільна сторона трикутників ABC і CDA. Тому $\Delta ABC = \Delta CDA$ (за першою ознакою).
2) Оскільки $\Delta ABC = \Delta CDA$, то $BC = AD$ і $\angle BCA = \angle CAD$.
3) Оскільки $\angle BCA = \angle CAD$ і ці кути — внутрішні різносторонні, утворені при перетині прямих BC і AD січною AC, то $BC \parallel AD$.

33.



Нехай A і B — ті з даних точок, відстань між якими найбільша, а C — будь-яка з інших даних точок. У ΔABC за умовою один з кутів прямий. Оскільки AB — найбільша сторона трикутника, то $\angle ACB = 90°$. Отже, усі дані точки лежать на колі, побудованому на відрізку AB як на діаметрі.

Припустимо, що серед даних точок, крім точки C, є ще й точка D. У ΔADC — один з кутів прямий. Кут ADC не може бути прямим, бо тоді точка C збігалася б з точкою B (відрізок AC був би діаметром кола). Аналогічно кут ACD також не може бути прямим. Тому $\angle DAC = 90°$, а отже, DC — діаметр кола.

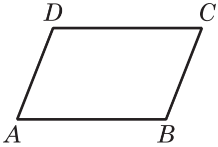
Довели, що будь-яка інша четверта точка D є кінцем діаметра кола, який проходить через точку C. Така точка єдина. Отже, $n = 4$.

Відповідь. $n = 4$.

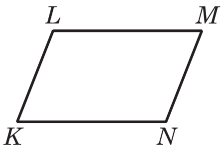
§2. Паралелограм, його властивості і ознаки

34. На мал. 24, 27 і 28 зображено паралелограми.

35.

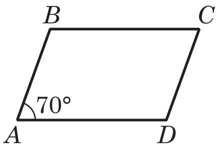


36.



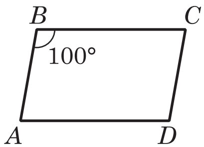
37. 5 см.

38.



$\angle C = \angle A = 70°$; $\angle B = \angle D = 180° - 70° = 110°$.

39.

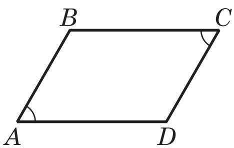


$\angle D = \angle B = 100°$; $\angle A = \angle C = 180° - 100° = 80°$.

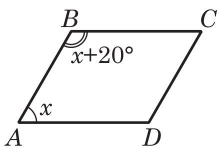
40. 1) 12 + 3 = 15 (см) — друга сторона;
2) $P = 2(12 + 15) = 54$ (см).
Відповідь. 54 см.

41. 1) 18 : 2 = 9 (см) — друга сторона;
2) $P = 2(18 + 9) = 54$ (см).
Відповідь. 54 см.

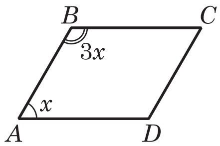
42.



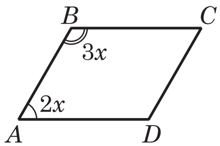
1) $\angle A + \angle C = 120°$; $\angle A = \angle C = \dfrac{120°}{2} = 60°$.
Тоді $\angle B = \angle D = 180° - 60° = 120°$.



2) Нехай $\angle A = x$, тоді $\angle B = x + 20°$.
Маємо $x + x + 20° = 180°$; $2x = 160°$; $x = 80°$.
Отже, $\angle A = \angle C = 80°$; $\angle B = \angle D = 80° + 20° = 100°$.



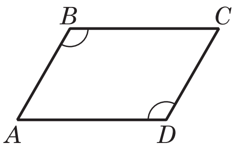
3) Нехай $\angle A = x$, тоді $\angle B = 3x$. Маємо $x + 3x = 180°$; $4x = 180°$; $x = 45°$.
Отже, $\angle A = \angle C = 45°$; $\angle B = \angle D = 3 \cdot 45° = 135°$.



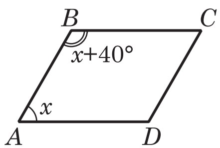
4) Оскільки $\angle A : \angle B = 2 : 3$, то можна позначити $\angle A = 2x$; $\angle B = 3x$.

Маємо $2x + 3x = 180°$; $5x = 180°$; $x = 36°$.
Отже, $\angle A = \angle C = 2 \cdot 36° = 72°$;
$\angle B = \angle D = 3 \cdot 36° = 108°$.

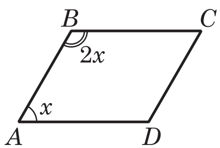
43.



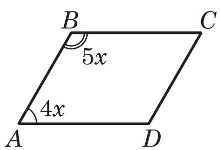
1) $\angle B + \angle D = 200°$; $\angle B = \angle D = \dfrac{200°}{2} = 100°$.
Тоді $\angle A = \angle C = 180° - 100° = 80°$.



2) Нехай $\angle A = x$, тоді $\angle B = x + 40°$.
Маємо $x + x + 40° = 180°$; $2x = 140°$; $x = 70°$.
Отже, $\angle A = \angle C = 70°$; $\angle B = \angle D = 70° + 40° = 110°$.

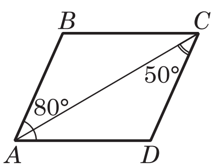


3) Нехай $\angle A = x$, тоді $\angle B = 2x$.
Маємо $x + 2x = 180°$; $3x = 180°$; $x = 60°$.
Отже, $\angle A = \angle C = 60°$; $\angle B = \angle D = 2 \cdot 60° = 120°$.



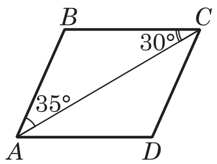
4) Оскільки $\angle A : \angle B = 4 : 5$, то можна позначити $\angle A = 4x$; $\angle B = 5x$.
Маємо $4x + 5x = 180°$; $9x = 180°$; $x = 20°$.
Отже, $\angle A = \angle C = 4 \cdot 20° = 80°$;
$\angle B = \angle D = 5 \cdot 20° = 100°$.

44.



1) $\angle BCD = \angle BAD = 80°$.
2) $\angle ACB = \angle BCD - \angle ACD = 80° - 50° = 30°$.
3) $\angle ABC = 180° - \angle BAD = 180° - 80° = 100°$.
Відповідь. $\angle ACB = 30°$; $\angle ABC = 100°$.

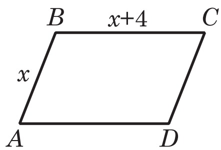
45.



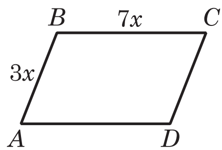
1) $\angle B = 180° - (35° + 30°) = 115°$.
2) $\angle D = \angle B = 115°$.
3) $\angle BAD = \angle BCD = 180° - 115° = 65°$.
Відповідь. $\angle BAD = \angle BCD = 65°$; $\angle B = \angle D = 115°$.

46. На рис. 30 — внутрішні різносторонні кути, утворені при перетині паралельних прямих січною, не рівні між собою. Це суперечить відомій властивості.
На рис. 31 одна з діагоналей точкою перетину поділена на нерівні відрізки. Це суперечить властивості паралелограма.
На рис. 32 сума двох сусідніх кутів паралелограма дорівнює $60° + 130° = 190° \neq 180°$. Це суперечить властивості паралелограма.

47.

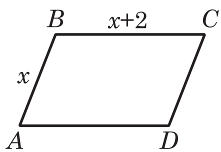


1) Нехай $AB = x$ см, тоді $BC = (x + 4)$ см. Маємо $2(x + x + 4) = 40$; $2x + 4 = 20$; $2x = 16$; $x = 8$ (см).
Отже, $AB = CD = 8$ см; $BC = AD = 8 + 4 = 12$ (см).

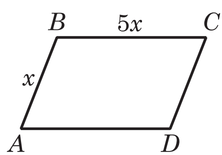


2) Оскільки $AB : BC = 3 : 7$, то можна позначити $AB = 3x$; $BC = 7x$.
Маємо $2(3x + 7x) = 40$; $10x = 20$; $x = 2$ (см).
Отже, $AB = CD = 3 \cdot 2 = 6$ (см);
$BC = AD = 7 \cdot 2 = 14$ (см).
Відповідь. 1) 8 см; 10 см; 2) 6 см; 14 см.

48.

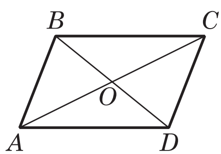


1) Нехай $AB = x$ дм, тоді $BC = (x + 2)$ дм.
Маємо $2(x + x + 2) = 36$; $2x + 2 = 18$; $2x = 16$; $x = 8$ (дм).
Отже, $AB = CD = 8$ дм; $BC = AD = 8 + 2 = 10$ (дм).

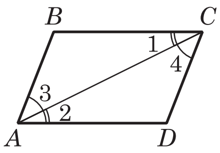


2) Нехай $AB = x$ дм, тоді $BC = 5x$ дм. Маємо $2(x + 5x) = 36$; $6x = 18$; $x = 3$ (дм).
Отже, $AB = CD = 3$ (дм); $BC = AD = 3 \cdot 5 = 15$ (дм).
Відповідь. 1) 8 дм; 10 дм; 2) 3 дм; 15 дм.

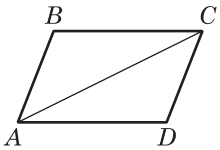
49.



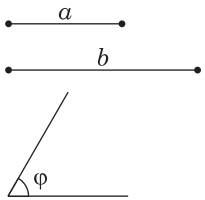
1) $OB = \dfrac{BD}{2} = \dfrac{20}{2} = 10$ (см).
2) $AO = P_{\Delta AOB} - (AB + BO) = 32 - (15 + 10) = 7$ (см).
3) $AC = 2 \cdot AO = 2 \cdot 7 = 14$ (см).
Відповідь. 14 см.

50. 

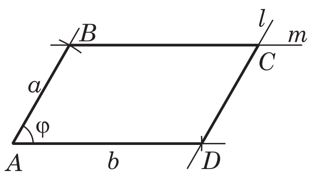
1) $\angle BAD = \angle 2 + \angle 3$; $\angle BCD = \angle 1 + \angle 4$.
Але $\angle 1 = \angle 2$; $\angle 3 = \angle 4$, тому $\angle BAD = \angle BCD$.
2) $\angle B = 180° - (\angle 1 + \angle 3)$; $\angle D = 180° - (\angle 2 + \angle 4)$.
Оскільки $\angle 2 = \angle 1$; $\angle 3 = \angle 4$, то $\angle B = \angle D$.
3) Оскільки у чотирикутнику $ABCD$ протилежні кути попарно рівні, то він є паралелограмом, що й треба було довести.

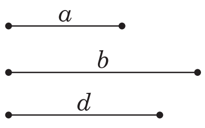
51. 

1) Оскільки $\Delta ABC = \Delta CDA$, то $AB = CD$ і $BC = DA$.
2) У чотирикутнику $ABCD$ протилежні сторони попарно рівні, то він є паралелограмом, що й треба було довести.

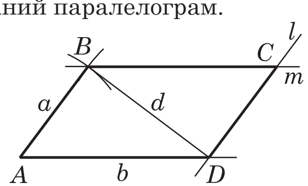
52. 

Нехай задано дві сторони паралелограма a і b та кут між ними φ.
План побудови
1) Будуємо кут $\angle A = \varphi$.
2) На сторонах кута відкладаємо відрізки $AB = a$ і $AD = b$.
3) Проводимо через точку B пряму m, паралельну до AB.
4) Проводимо через точку D пряму l, паралельну до AB.
5) Прямі m і l перетинаються у точці C.
6) $ABCD$ — побудований паралелограм.

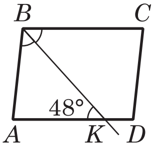


53. 

Нехай задано дві сторони паралелограма a і b та діагональ d.
План побудови
1) Будуємо трикутник ABD, у якого $AB = a$; $AD = b$ та $BD = d$.
2) Проводимо через точку B пряму m, паралельну до AD.
3) Проводимо через точку D пряму l, паралельну до AD.
4) Прямі m і l перетинаються у точці C.
5) $ABCD$ — побудований паралелограм.

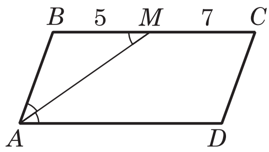


54.



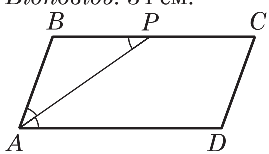
1) $\angle BKA = 48°$ (за умовою).
2) $\angle KBC = \angle BKA = 48°$ (внутрішні різносторонні кути, утворені при перетині паралельних прямих AD і BC січною BK).
3) Оскільки BK — бісектриса кута ABC, то $\angle ABC = 2 \cdot \angle KBC = 2 \cdot 48° = 96°$.
4) $\angle D = \angle ABC = 96°$; $\angle A = \angle C = 180° - 96° = 84°$.
Відповідь. 96° і 84°.

55.



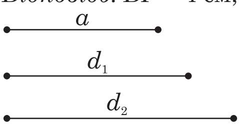
1) $BC = BM + MC = 5 + 7 = 12$ (см).
2) $\angle BMA = \angle MAD$ (внутрішні різносторонні кути, утворені при перетині паралельних прямих AD і BC січною AM).
3) Оскільки AM — бісектриса $\angle BAD$, то $\angle BAM = \angle MAD$.
4) Оскільки $\angle BMA = \angle MAD$ і $\angle BAM = \angle MAD$, то $\angle BMA = \angle BAM$, тому ΔABM — рівнобедрений і $AB = BM = 5$ см.
5) $P = 2(AB + BC) = 2(5 + 12) = 34$ (см).
Відповідь. 34 см.

56.

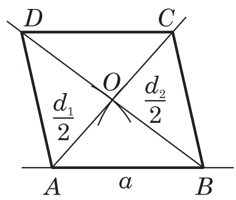


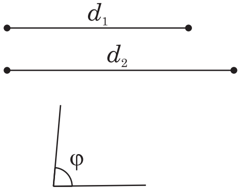
1) $\angle BPA = \angle PAD$ (внутрішні різносторонні кути, утворені при перетині паралельних прямих AD і BC січною AP).
2) Оскільки AP — бісектриса $\angle BAD$, то $\angle BAP = \angle PAD$.
3) Оскільки $\angle BPA = \angle PAD$ і $\angle BAP = \angle PAD$, то $\angle BPA = \angle BAP$. Тому ΔABP — рівнобедрений і $BP = AB = 4$ см.
5) Тоді $PC = BC - BP = 12 - 4 = 8$ (см).
Відповідь. $BP = 4$ см; $PC = 8$ см.

57.



Нехай задано сторону паралелограма a та діагоналі d_1 і d_2.
План побудови
1) Будуємо трикутник AOB, у якого $AB = a$; $AO = \frac{d_1}{2}$; $OB = \frac{d_2}{2}$.
2) На промені AO відкладаємо відрізок $OC = AO$.
3) На промені BO відкладаємо відрізок $OD = BO$.
4) $ABCD$ — побудований паралелограм.



58. 

Нехай задано дві діагоналі d_1 і d_2 паралелограма та кут між ними φ.

План побудови

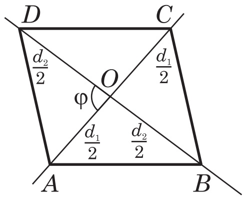
1) Будуємо кут $\angle O = \varphi$.

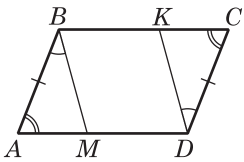
2) На сторонах кута відкладаємо відрізки $OA = \dfrac{d_1}{2}$; $OB = \dfrac{d_2}{2}$.

3) Будуємо кут, вертикальний до кута O.

4) На сторонах побудованого кута відкладаємо $OC = OA = \dfrac{d_1}{2}$; $OD = OB = \dfrac{d_2}{2}$.

5) $ABCD$ — побудований паралелограм.



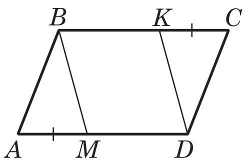
59. 

1) $ABCD$ — паралелограм, тому $AB = CD$; $\angle ABM = \angle KDC$.

2) $\angle ABM = \angle KDC$ (за умовою). Тому $\Delta ABM = \Delta CDK$ (за другою ознакою). Отже, $AM = CK$.

3) Оскільки $AM = CK$ і $AD = BC$, то $MD = BK$.

4) $MD = BK$ і $MD \parallel BK$. Оскільки дві сторони чотирикутника $BMDK$ паралельні і рівні, то за ознакою $BMDK$ є паралелограмом, що й треба було довести.

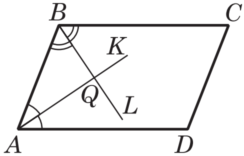
60. 

1) $ABCD$ — паралелограм, тому $AD = BC$; $AD \parallel BC$.

2) За умовою $AM = KC$.

3) $BK = BC - KC$; $MD = AD - AM$. Тому $BK = MD$.

4) $BK \parallel MD$ і $BK = MD$. Оскільки дві сторони чотирикутника $BMDK$ паралельні і рівні, то за ознакою $BMDK$ є паралелограмом, що й треба було довести.

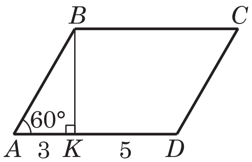
61. 

1) Нехай бісектриси сусідніх кутів паралелограма AK і BC перетнулися у точці Q.

2) Відомо, що $\angle BAD + \angle ABC = 180°$.

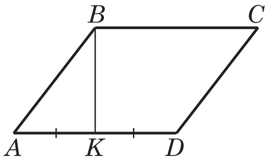
3) $\angle BQA = 180° - (\angle BAQ + \angle ABQ) = 180° - \left(\dfrac{\angle BAD}{2} + \dfrac{\angle ABC}{2}\right) = 180° - \dfrac{\angle BAD + \angle ABC}{2} = 180° - \dfrac{180°}{2} = 180° - 90° = 90°$, що й треба було довести.

62.



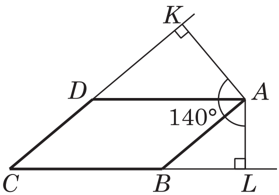
1) Нехай задано паралелограм $ABCD$; $\angle A = 60°$; BK — висота паралелограма, $AK = 3$ см; $KD = 5$ см.
2) $AD = AK + KD = 3 + 5 = 8$ (см).
3) У ΔABK: $\angle B = 180° - (60° + 90°) = 30°$.
4) За властивістю катета, що лежить проти кута 30°, маємо $AB = 2 \cdot AK = 2 \cdot 3 = 6$ (см).
5) $P = 2(AD + AB) = 2(8 + 6) = 28$ (см).
Відповідь. 28 см.

63.



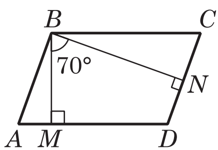
1) Нехай задано паралелограм $ABCD$; $\angle B = 120°$; BK — висота паралелограма; $AB = 6$ см.
2) $\angle ABK = \angle ABC - \angle KBC = 120° - 90° = 30°$.
3) За властивістю катета, що лежить проти кута 30°, маємо $AK = \frac{AB}{2} = \frac{6}{2} = 3$ (см).
4) За умовою $AK = KD$, тому $AD = 2 \cdot 3 = 6$ (см).
5) $P = 2(AD + AB) = 2(6 + 6) = 24$ (см).
Відповідь. 24 см.

64.



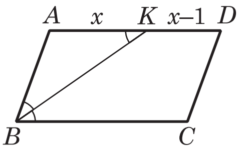
Розглянемо чотирикутник $KCAL$. У цьому чотирикутнику:
$\angle C = 360° - (90° + 140° + 90°) = 40°$.
Відповідь. 40°.

65.



Розглянемо чотирикутник $MBND$. У цьому чотирикутнику:
$\angle D = 360° - (90° + 70° + 90°) = 110°$.

66.



1) $\angle AKB = \angle KBC$ (внутрішні різносторонні кути, утворені при перетині паралельних прямих AD і BC січною BK).
2) $\angle ABK = \angle KBC$ (оскільки BK — бісектриса кута B).
3) Оскільки $\angle AKB = \angle KBC$ і $\angle ABK = \angle KBC$, то $\angle AKB = \angle ABK$. Тому ΔABK — рівнобедрений і $AB = AK$.
4) Позначимо $AK = AB = x$ (см), тоді $AK = x - 1$ (см). $AD = AK + KD = x + x - 1 = 2x - 1$.
5) За умовою $2(x + 2x - 1) = 40$; $3x - 1 = 20$; $3x = 21$; $x = 7$ (см).
6) Отже, $AB = 7$ см; $AD = 2 \cdot 7 - 1 = 13$ (см).
Відповідь. 7 см; 13 см.