

М.М. Левшин, Є.О. Лодатко

МАТЕМАТИКА

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

У трьох частинах

Частина I

За загальною редакцією кандидата педагогічних наук,
доцента Є.О. Лодатка

*Рекомендовано
Міністерством освіти і науки, молоді та спорту України
як навчальний посібник для студентів
вищих педагогічних навчальних закладів
напряму підготовки 6.010102 «Початкова освіта»*



ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА – БОГДАН

УДК 51(075.8)
ББК 22.1я7
Л34

Рецензенти:

Бурда М.І. – доктор педагогічних наук, професор, академік-секретар
Національної академії педагогічних наук України;

Працьовитий М.В. – доктор фізико-математичних наук, професор,
директор Фізико-математичного інституту Національного
педагогічного університету імені М. П. Драгоманова,
завідувач відділу Фрактального аналізу Інституту математики
Національної академії наук України;

Скафа О.І. – доктор педагогічних наук, професор,
завідувач кафедри вищої математики і методики викладання
математики Донецького національного університету.

Рекомендовано

Міністерством освіти і науки, молоді та спорту України
(лист № 1/11-7552 від 10 серпня 2011 р.)

Левшин М.М.

Л34 Математика : навч. посібник для напряму підготовки
6.010102 «Початкова освіта» пед. навч. закладів : у 3 ч. Ч. 1 /
М.М. Левшин, Є.О. Лодатко ; за заг. ред. Є.О. Лодатка. –
Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 2012. – 264 с.

ISBN 978-966-10-2542-3

Посібник підготовлено відповідно до чинних стандартів
галузі знань «Педагогічна освіта» напряму підготовки «По-
чаткова освіта».

До посібника включено теоретичний матеріал, який при-
значається для опрацювання на початковому етапі вивчення
курсу математики.

Для студентів вищих педагогічних навчальних закладів.

УДК 51(075.8)
ББК 22.1я7

*Охороняється законом про авторське право.
Жодна частина цього видання не може бути відтворена
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва.*

© Є.О. Лодатко, М.М. Левшин, 2012
© Навчальна книга – Богдан,
майнові права, 2012

ISBN 978-966-10-2542-3

ПЕРЕДМОВА

Головною метою теоретизування є така організація інформації, яка дає можливість зробити неочевидні висновки.

Д. Хейсе

Цей посібник призначений для використання у процесі підготовки бакалаврів напряму підготовки «Початкова освіта» відповідно до чинних стандартів галузі знань «Педагогічна освіта».

Він містить теоретичний матеріал, активне опанування яким слід розглядати як фундамент для вивчення всіх інших розділів і тем курсу математики.

Виходячи з того, що у початкових класах закладаються основи таких найважливіших для розвитку дитини понять, як «число», «відношення», «величина», а також розвиваються основні *мислительні операції й логічні вміння*, до математичної підготовки майбутнього вчителя початкових класів висуваються особливі вимоги.

У початкових класах практично всі поняття вводяться без строгих означень, в основному *описово* чи *контекстуально*, тому в посібнику суттєво деталізовані ті питання, в яких мова йде про *структуру математичних тверджень, методи доведення теорем, логічні схеми міркувань, види понять і способи їхнього означення* тощо.

Значна увага приділяється логіці викладення матеріалу, що відіграє важливу роль в усвідомленні майбутніми вчителями змістово-логічних зв'язків між математичними поняттями і методами та у засвоєнні логіко-математичних конструкцій шкільного курсу математики. Усі найважливіші базисні поняття ілюструються переважно прикладами зі шкільного курсу математики.

У посібнику широко використовуються мова і символіка сучасної математики, що цілком природно, оскільки майбутній учитель

початкових класів ще в період навчання в університеті має звикнути до них та навчитися правильно користуватися абетками, що застосовуються у математиці, математичною термінологією та математичною символікою.

Ці «синтаксичні» і «семантичні» компоненти є невід'ємною складовою не тільки математичної, а й загальної культури вчителя: учитель, який не володіє цими засобами, не зможе навчити учнів користуватися математичною мовою, як і залучити їх до математичної самоосвіти.

У посібнику вживаються традиційні для математики:

позначення:

- N – множини натуральних чисел, тобто чисел $1, 2, 3, 4, 5, \dots$, що вживаються для лічби предметів чи вказування порядкового номера того чи іншого предмета серед сукупності однорідних предметів¹;
- N_0 – множини невід'ємних цілих чисел, тобто чисел $0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$;
- Z – множини цілих чисел, до складу якої входять натуральні числа, а також числа, протилежні до натуральних ($-1, -2, -3, -4, -5, \dots$) та число 0 ;
- Q – множини раціональних чисел, тобто чисел, які можна подати у вигляді $\frac{m}{n}$, де m – ціле число, а n – натуральне;
- Q_+ – множини додатних раціональних чисел;
- I – множини ірраціональних чисел – чисел, які не є ані цілими, ані дробовими (до таких належить, зокрема, усім відоме число $\pi=3,141592653589793238462643383279 \dots$);
- R – множини дійсних чисел, до складу якої входять раціональні та ірраціональні числа;
- R^2 – множини точок декартової площини;
- R^3 – множини точок декартового простору;

¹ Їх ще називають додатними цілими числами.

- 8) X – множина усіх споруд міста, A – підмножина одноповерхових споруд, B – підмножина 2–3 поверхових споруд, C – підмножина споруд, у яких більше 3-х поверхів;
- 9) X – множина студентів академічної групи, A – підмножина студентів-відмінників, B – підмножина студентів-спортсменів;
- 10) X – множина студентів, A – підмножина студентів денної форми навчання, B – підмножина студентів заочної форми навчання.



ПРОБЛЕМНО-ПОШУКОВІ ЗАВДАННЯ

1. Серед завдань розділу 9 визначити ті, виконання яких вимагає встановлення відповідностей і відношень між множинами. Відповідь аргументуйте.
2. Чи можна серед завдань розділу 9 знайти такі, що дозволяють переформулювання умови таким чином, щоб при їхньому виконанні можна було спиратися на відповідності й відношення між множинами? Відповідь аргументуйте.
3. Серед завдань № 38–61 розділу 9 визначити ті, що передбачають встановлення:
 - а) бієктивної (взаємно-однозначної) відповідності;
 - б) небієктивної відповідності.
 Поясніть, у чому полягає відмінність цих завдань.
4. З'ясувати, чи є серед завдань розділу 9 такі, що ґрунтуються на ін'єктивних і сюр'єктивних відповідностях.

Література до розділу

1. *Вівальнюк Л. М.* Числові системи : навчальний посібник / *Л. М. Вівальнюк, В. К. Григоренко, С. С. Левиценко.* – К. : Вища школа, 1988. – 270 с.
2. *Завало С. Т.* Алгебра і теорія чисел : книга для учителя / *С. Т. Завало, В. М. Костарчук, Б. І. Хацет.* – Ч. 1. – К. : Вища школа, 1974. – 464 с. // BookFi : [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://proxy.bookfi.org/genesis/124000/699f018e68ae5be35ccda0ae4bdb030a/_as/%5BZavalo_S.T.,_Kostarchuk_V.N.,_Hacet_B.I.%5D_Algebra\(BookFi.org\).djvu](http://proxy.bookfi.org/genesis/124000/699f018e68ae5be35ccda0ae4bdb030a/_as/%5BZavalo_S.T.,_Kostarchuk_V.N.,_Hacet_B.I.%5D_Algebra(BookFi.org).djvu). – [Час звернення : 21:53 03.03.2011].

3. *Зуб О. М.* Математика : посібник для студ. пед. факультетів / *О. М. Зуб, Г. І. Коберник, А. Ф. Нецадим.* – К. : Науковий світ, 2000. – 417 с.
4. *Куратовский К.* Теория множеств / *К. Куратовский, А. Мостовский.* – [пер. с англ.]. – М. : Мир, 1970. – 416 с. // **Т** : [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.twirpx.com/file/132129/>. – [Время обращения : 22:11 03.05.2011].
5. *Ляпин Е. С.* Упражнения по теории групп / *Е. С. Ляпин, А. Я. Айзенштат, М. М. Лесохин.* – М. : Наука, 1967. – 264 с. // [BOOK.tr200.net](http://book.tr200.net/) : [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://book.tr200.net/v.php?id=799028>. – [Время обращения : 22:15 03.05.2011].
6. Математика : посібник для педагог. ін-тів / *В. Н. Боровик, Л. М. Вивальнюк, В. М. Костарчук, Ю. В. Костарчук, З. Г. Шефтель.* – К. : Вища школа, 1980. – 400 с.
7. Математика : учеб. пособие для студ. педагогич. ин-тов по спец. № 2121 «Педагогика и методика начального обучения» / *Н. Я. Виленкин, А. М. Пышкало, В. Б. Рождественская, Л. П. Стойлова.* – М. : Просвещение, 1977. – 352 с.
8. *Михалин Г. О.* Элементы теории множеств и теории чисел : навч. посібник / *Г. О. Михалин, Л. І. Дюженкова.* – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2003. – 128 с. // НПУ ім. Драгоманова : [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://www.npu.edu.ua/e-book/book/djvu/A/ifmion_kma_Mykhalin_Dujenkova%28Mnozhyuny%29.pdf. – [Час звернення : 22:44 30.04.2011] // **Т** : [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.twirpx.com/file/283224/> [Час звернення : 17:57 23.08.2011].
9. *Соминский И. С.* О математической индукции [Текст] / *И. С. Соминский, Л. И. Головина, И. М. Яглом.* – М. : Наука, 1967. – 144 с.
10. *Столяр А. А.* Математика : для студ. I курса фак-тов подгот. учит. начальн. классов пед. вузов // *А. А. Столяр, М. П. Лельчук.* – Минск : Вышэйшая школа, 1975. – 272 с.
11. *Цивлюк А. Г.* Математика : посібник для самостійної роботи студ. за спец. «Початкове навчання» / *А. Г. Цивлюк, А. М. Коломієць.* – Вінниця : ВДПУ, 2006. – 300 с.

- рівнопотужність 55
- різниця 21
- — симетрична 23

Множина

- упорядкована 75
- — лінійно 75
- — нестрого 74
- — строго 74
- — частково 75
- зчисленна 58
- нескінченна 57
- порожня 9
- скінченна 57
- універсальна 15

Множини

- відрізок 79
- розбиття 36
- — на класи 36

Н

- «Не впливає» 228
- Недостатнє обґрунтування 233
- Нумерація 83

О

Означення поняття 199

Означень види

- номінальні 201
- реальні 201
- семантичні 202
- синтаксичні 202

Означень способи

- аксіоматичний 210
- вербальний 206
- генетичний 207
- дескриптивний 29
- класичний 206
- контекстуальний 210
- операціональний 209
- остенсивний 206
- рекурсивний 209
- через абстракцію 208
- через рід і видову відмінність 206

Означень частини

- визначальна 203
- означувана 203

Операція

- асоціативна 87
- бінарна 85
- алгебраїчна 86
- дистрибутивна 88
- комутативна 87
- унарна 85

П

Паралогізм 222

Передчасне узагальнення 229

Переріз множин – *див. множин перетин*

Перестановка 107

- без повторень 107
- з повтореннями 110

Підміна тези 175, 231

Підмножина 12

- власна 13
- невласна 12

Підмножин сім'я 14

Після цього – отже, внаслідок цього 230

Повний

- образ 52
- прообраз 52

Поділ

- дихотомічний 223–224
- понятя 223

Поняття 195

- абстрактні 196
- загальні 196
- збірні 196
- зміст 196
- конкретні 196
- непорівнювані 197
- несумісні 197–198
- обсяг 196
- одиничні 196
- перехресні 197
- підпорядковані 197
- порівнювані 197

- протилежні 198
- рівнозначущі 197
- співпідпорядковані 198
- сумісні 197
- суперечливі 198

Порядковий тип 75

Посилка 137

Правило

- взаємозамінності 226
- відокремлення 148
- вилучення диз'юнкції 148
- висновку 148
- встановлення кон'юнкції 148
- добутку 103, 105
- заборони хибного кола 226
- заперечення 148
- зведення до абсурду 148
- існування 227
- контрапозиції 149
- несуперечності 227
- однозначності 149, 227
- суми 103, 105

Предикат(а) 150

- область істинності 151
- область хибності 152
- що логічно впливає 155

Принцип двоїстості 21

Р

Речення математичне 173

Розміщення 113

- без повторень 113
- з повтореннями 116

С

Софізм 222

Сполуки 105

Способи задання множин 8

- графічний 11
- безпосередній 10
- через характеристичну властивість 10–11

Суперечність 145

Т

Тавтологія 145

Теза 176

Теорема 176, 219

- обернена 179
- протилежна 179
- пряма 179
- обернена до протилежної 179

Теорія

- напівформальна 216
- формальна 219

Трикутник Паскаля 122

У

Умова

- достатня 179
- необхідна 179

Ф

Факторіал 107

Фактор-множина 73

Форма запису 85

- інфіксна 86
- постфіксна 86
- префіксна 86

Формалізація 216

Формула

- бінома Ньютона 123
- виконувана 145
- двоїста 21
- логіки висловлень 141
- логіки предикатів 159
- нейтральна 145
- суперечлива 145

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	3
1. МНОЖИНИ І ОПЕРАЦІЇ НАД НИМИ	8
1.1. МНОЖИНИ. СПОСОБИ ЗАДАННЯ МНОЖИН	8
1.2. ПІДМНОЖИНИ	12
1.3. ОПЕРАЦІЇ НАД МНОЖИНАМИ	16
1.3.1. Перетин (переріз) і об'єднання множин	16
1.3.2. Різниця множин	21
1.3.3. Симетрична різниця множин	23
1.3.4. Доповнення множини	26
1.3.5. Декартовий добуток множин	28
1.3.6. Кількість елементів множини	33
1.4. РОЗБИТТЯ МНОЖИНИ НА КЛАСИ	36
ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ	38
ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ВИКОНАННЯ	43
ПРОБЛЕМНО-ПОШУКОВІ ЗАВДАННЯ	47
Література до розділу	47
2. ВІДПОВІДНОСТІ І ВІДНОШЕННЯ	49
2.1. ВІДПОВІДНОСТІ МІЖ МНОЖИНАМИ	49
2.2. РІВНОПОТУЖНІ МНОЖИНИ	55
2.3. ВІДНОШЕННЯ НА МНОЖИНІ	60
2.3.1. Бінарні відношення та їхні властивості	60
2.3.2. Відношення еквівалентності і порядку	66
2.3.3. Зв'язок відношень еквівалентності з розбиттям	69
2.4. УПОРЯДКОВАНІ МНОЖИНИ	74
2.5*. УПОРЯДКУВАННЯ ЗЧИСЛЕННИХ МНОЖИН	81
2.6. АЛГЕБРАЇЧНІ ОПЕРАЦІЇ	84
ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ	91
ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ВИКОНАННЯ	97
ПРОБЛЕМНО-ПОШУКОВІ ЗАВДАННЯ	100
Література до розділу	100

3. ЕЛЕМЕНТИ КОМБІНАТОРИКИ	102
3.1. ПОНЯТТЯ ПРО КОМБІНАТОРНІ ЗАДАЧІ	102
3.2. ПРАВИЛА СУМИ І ДОБУТКУ	103
3.3. ОСНОВНІ КОМБІНАТОРНІ СПОЛУКИ	105
3.3.1. Перестановки	106
3.3.2. Розміщення	113
3.3.3. Комбінації	117
ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ	125
ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ВИКОНАННЯ	128
ПРОБЛЕМНО-ПОШУКОВІ ЗАВДАННЯ	129
Література до розділу	129
4. ЕЛЕМЕНТИ ЛОГІКИ	130
4.1. ПОНЯТТЯ ВИСЛОВЛЕННЯ	130
4.2. ОПЕРАЦІЇ НАД ВИСЛОВЛЕННЯМИ	132
4.2.1. Заперечення висловлень	132
4.2.2. Кон'юнкція і диз'юнкція висловлень	133
4.2.3. Імплікація і еквіваленція висловлень	137
4.3. ФОРМУЛИ ЛОГІКИ ВИСЛОВЛЕНЬ	141
4.4. ПОНЯТТЯ ПРО ПРАВИЛА ВИВЕДЕННЯ	148
4.5. ПРЕДИКАТИ	150
4.5.1. Поняття предиката	150
4.5.2. Область істинності предиката	151
4.5.3. Операції над предикатами	152
4.5.4. Поняття логічного слідування предикатів	154
4.5.5. Квантори	155
4.5.6. Поняття формули логіки предикатів	159
4.5.7. Зв'язок кванторів загальності та існування	160
ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ	161
ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ВИКОНАННЯ	165
ПРОБЛЕМНО-ПОШУКОВІ ЗАВДАННЯ	171
Література до розділу	171
5. МАТЕМАТИЧНІ ТВЕРДЖЕННЯ	173
5.1. ПОНЯТТЯ МАТЕМАТИЧНОГО ТВЕРДЖЕННЯ	173

5.2. АКСІОМИ І ТЕОРЕМИ	176
5.2.1. Будова теорем. Види теорем	177
5.2.2. Умови необхідні і достатні	179
5.2.3. Доведення теорем	181
5.3. ПРАВИЛЬНІ І НЕПРАВИЛЬНІ МІРКУВАННЯ	185
5.3.1. Індуктивні і дедуктивні схеми міркувань	185
ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ	191
ПРОБЛЕМНО-ПОШУКОВІ ЗАВДАННЯ	193
Література до розділу	194
6. МАТЕМАТИЧНІ ПОНЯТТЯ	195
6.1. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО НАУКОВІ ПОНЯТТЯ	195
6.2. ОЗНАЧЕННЯ ПОНЯТЬ	199
6.2.1. Номінальні і реальні означення	201
6.2.2. Означувана і визначальна частини означення	203
6.2.3. Способи означення понять	205
ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ	212
ПРОБЛЕМНО-ПОШУКОВІ ЗАВДАННЯ	213
Література до розділу	214
7. АКСІОМАТИЧНИЙ МЕТОД ПОВУДОВИ ТЕОРІЇ	215
ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ	220
Література до розділу	221
Д О Д А Т К И	222
8. ЛОГІЧНІ ПОМИЛКИ МІРКУВАНЬ	222
ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ	235
ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ВИКОНАННЯ	236
ПРОБЛЕМНО-ПОШУКОВІ ЗАВДАННЯ	238
Література до розділу	238
9. СТОРІНКАМИ ШКІЛЬНИХ ПІДРУЧНИКІВ	239
ПОКАЖЧИК ТЕРМІНІВ	257



Підготовлено за науково-методичної підтримки
Донецького обласного благодійного Фонду
сприяння освітнім інтелектуальним інвестиціям

Навчальне видання

ЛЕВШИН Микола Миколайович
ЛОДАТКО Євген Олександрович

МАТЕМАТИКА

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

У трьох частинах

Частина I

За загальною редакцією кандидата педагогічних наук,
доцента Є.О. Лодатка

Головний редактор *Богдан Будний*
Редактор *Володимир Дячун*
Обкладинка *Ростислав Крамар*
Технічний редактор *Оксана Чучук*

Підписано до друку 19.01.2012. Формат 60x84/16. Папір офсетний.
Гарнітура Times. Умовн. друк. арк. 15,35. Умовн. фарбо-відб. 15,35.

Видавництво «Навчальна книга – Богдан»
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців
ДК №370 від 21.03.2001 р.

Навчальна книга – Богдан, просп. С.Бандери, 34а, м. Тернопіль, 46002
Навчальна книга – Богдан, а/с 529, м. Тернопіль, 46008
тел./факс (0352) 52-19-66; 52-06-07; 52-05-48
office@bohdan-books.com
www.bohdan-books.com