

**Натисніть тут, щоб
купити книгу на сайті
або замовляйте за телефоном:
(0352) 51-97-97, (067) 350-18-70,
(066) 727-17-62**

Передмова

Не опускайте рук, займіться математикою і ви прозрієте душею...

М. Кравчук

Дорогі семикласники!

Перед вами посібник, який покликаний допомогти вам вивчати новий навчальний предмет — алгебру. До цього часу ви мали справу в основному з обчисленнями, які виконували над конкретними числами. Ви ознайомилися з правилами і прийомами таких обчислень, навчилися виконувати чотири математичні дії (операції) з цілими і дробовими числами. Ці та інші відомості, що стосуються чисел, вивчає галузь математики, яка називається арифметикою. На відміну від арифметики, в алгебрі числа записують не лише за допомогою цифр, але в багатьох випадках позначають буквами. Алгебра вивчає правила перетворення виразів, складених із чисел, букв, знаків математичних дій. Вивчаючи алгебру, ви ознайомитеся з новими математичними операціями, а також поняттями, без яких не можна уявити не лише математики, але й більшості наук, навіть далеких від неї. Протягом усієї історії становлення і розвитку алгебри як самостійної галузі математики важливим предметом її вивчення були рівняння. У процесі вивчення алгебри ваші знання про рівняння значно розширяться. Ви ознайомитеся з багатьма новими видами рівнянь і способами їх розв'язування, дізнаєтесь багато цікавого про історію відкриття цих способів, нелегку, а часом і трагічну долю вчених, які ці відкриття здійснили.

Отже, попереду у вас захоплююча подорож у світ алгебри. Здолати всі труднощі цієї подорожі вам допоможе посібник.

Посібник складається з 5-ти параграфів, а кожний параграф — з пунктів, відповідним чином пронумерованих. Так, запис 2.11 означає: 11-й пункт другого параграфа. Кожний пункт містить теоретичний матеріал, поданий стисло і який відповідає чинній програмі з алгебри, а також практичні задачі та завдання для засвоєння теоретичного матеріалу.

На рівень складності пропонованих задач і вправ указують умовні позначки: знак ° біля номера завдання позначає вправи, що відповідають початковому і середньому рівням; * — вправи високого рівня навчальних досягнень. Якщо ж біля номера немає спеціального позначення, то ця вправа відповідає достатньому рівню.

Автори

Календарне планування

№ уроку	Назва теми	№ задач	Кількість годин
I СЕМЕСТР			
Тема 1. Лінійні рівняння з однією змінною			9
1	Рівняння. Розв'язування рівнянь. Властивості рівнянь	1–15	1
2	Лінійні рівняння з однією змінною	16–28	1
3–4	Розв'язування лінійних рівнянь	29–42	2
4–6	Розв'язування задач за допомогою лінійних рівнянь. Вираження за даними умови задачі одних числових значень через інші	43–70	2
7–8	Рівняння як математична модель задачі	71–80	2
9	Контрольна робота №1	Завдання для самоперевірки	1
Тема 2. Цілі вирази			47
10	Вирази зі змінними. Цілі раціональні вирази. Числове значення виразу	81–100	2
11	Тотожні вирази. Тотожність. Тотожні перетворення виразів. Доведення тотожностей	101–112	1
12	Степінь з натуральним показником	113–129	1
13–14	Властивості степеня з натуральним показником	130–146	2
15–17	Одночлен. Стандартний вигляд одночлена. Піднесення одночлена до степеня. Множення одночленів	147–170	3
18	Контрольна робота №2	Завдання для самоперевірки	1
19	Многочлен. Подібні члени многочлена та їхнє зведення	171–186	1

№ уроку	Назва теми	№ задач	Кількість годин
20–21	Додавання та віднімання многочленів	187–207	2
22	Множення одночлена на многочлен	208–225	1
23–25	Множення многочлена на многочлен	226–239	3
26–28	Розкладання многочлена на множники способом винесення спільного множника за дужки	240–261	3
29–31	Розкладання многочленів на множники способом групування	262–287	3
32	Контрольна робота №3	Завдання для самоперевірки	1
33	Добуток різниці двох виразів на їхню суму	288–303	1
34–37	Квадрат суми і квадрат різниці двох виразів	304–316	4
38–39	Розкладання на множники різниці квадратів двох виразів	317–327	2
40–42	Розкладання многочленів на множники з використанням формул $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$	328–345	3
43–45	Застосування кількох способів перетворення виразів	346–358	3
46	Контрольна робота №4	Завдання для самоперевірки	1
47–48	Розв'язування вправ	359–366	2
II СЕМЕСТР			
49–51	Сума і різниця кубів	367–380	3
52–55	Застосування кількох способів перетворення виразів	381–397	3
56	Контрольна робота №5	Завдання для самоперевірки	1

297. Доведіть, що значення виразів не залежать від значення змінної x :

а) $(7 - x)(7 + x) + x^2$;

б) $0,7 + x^2 - (x + 0,5)(x - 0,5)$;

в) $(x + 3)(x - 3) - x(x - 3) - 3x$;

г) $-x(x + 64) + 64x + (8 + x)(x - 8)$.

298*. Якщо кожну з двох протилежних сторін квадрата збільшити на 3 см, а кожну з двох інших – зменшити на 3 см, то дістанемо прямокутник. Площа якої фігури більша? На скільки?

299*. Як зміниться площа квадрата, якщо одну його сторону збільшити на 4 см, а другу, суміжну з нею, зменшити на стільки ж?

Розв'яжіть рівняння (300, 301).

300. а) $(x - 4)(x + 4) = 0$; б) $x^2 - 25 = 0$; в) $36 - x^2 = 0$.

301. а) $1,44 - x^2 = 0$; б) $\frac{4}{9} - x^2 = 0$; в) $\frac{25}{36} - x^2 = 0$.

302*. Заповніть пропущені місця відповідними одночленами так, щоб утворилися тотожності:

а) $(4a + \dots)(\dots - 7b) = 16a^2 - 49b^2$;

б) $(\dots + 5b)(\dots - 5b) = 49x^2 - \dots$;

в) $(2x - \dots)(\dots + \dots) = 4x^2 - 0,64y^2$;

г) $(0,4x - \dots)(0,4x + \dots) = \dots - \frac{4}{9}y^2$;

г) $\left(\dots + \frac{1}{2}y\right)(x - \dots) = x^2 - \frac{1}{4}y^2$.

303. Розв'яжіть рівняння:

а) $(x - 7)(x + 7) = x^2 + 2x$;

б) $2y - y^2 = (3 - y)(3 + y)$;

в) $(12 - x)(12 + x) = 4x - x^2$;

г) $(14 + x)(14 - x) = 7x - x^2$.

2.13. Квадрат суми і квадрат різниці двох виразів

304. Запишіть у вигляді многочленів вирази:

а) $(m + n)(c + d)$;

б) $(k - n)(k + n)$;

в) $(m + n)(m + n)$;

г) $(m - n)(m - n)$.

305. Чи тотожні вирази:

а) $(a + b)(c + d)$ і $ab + ad + bc + bd$;

б) $(a + b)(a + b)$ і $a^2 + 2ab + b^2$;

в) $(a - b)(a - b)$ і $a^2 - 2ab + b^2$?

Формули, наведені нижче, читаються так:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

(квадрат суми двох виразів) = (квадрату першого виразу
плюс подвоєний добуток пер-
шого на другий, плюс ква-
драт другого виразу);

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

(квадрат різниці двох виразів) = (квадрату першого виразу
мінус подвоєний добуток пер-
шого на другий, плюс ква-
драт другого виразу).

306°. Запишіть вирази у вигляді многочленів:

а) $(m + x)^2$, $(x + d)^2$, $(c - y)^2$; б) $(n - y)^2$, $(2 - y)^2$, $(x - 5)^2$;
 в) $(0,5 - x)^2$, $(x - 0,4)^2$, $\left(\frac{3}{4} - x\right)^2$; г) $(0,1 - x)^2$, $(-x + 0,1)^2$, $(-x - 0,1)^2$;
 ґ) $(x^2 + x)^2$, $(x^2 - x)^2$, $(-x^2 - x)^2$; д) $(x^3 + 1)^2$, $(-x^2 + 1)^2$, $(-x^3 - 1)^2$;
 е) $(x^2 + x^3)^2$, $(x^3 - x^2)^2$, $(-x^3 - x^2)^2$; е) $(4x + 3x^2)^2$, $(3x^2 - 4x)^2$, $(-3x - 4x^2)^2$;
 ж) $\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{7}x\right)^2$, $(25 - x)^2$, $(40 - 25x)^2$.

307. Обчисліть, скориставшись формулою квадрата двочлена:

а) 102^2 ; б) 103^2 ; в) 97^2 ; ґ) 1002^2 ;
 ґ) 998^2 ; д) $99,6^2$; е) $1000,4^2$; е) $999,7^2$.

308. Знайдіть помилки і виправте їх:

а) $(a^n + 1)^2 = a^{2n} + 2a^n + 1$; б) $(x + y)^2 = x^2 + y^2$;
 в) $(2^n + 3^n)^2 = 4^n + 6^n + 9^n$; ґ) $(4 + x)(3 - 3x) = 12 - 9x - 3x^2$;
 ґ) $(x - y)^2 = x^2 - y^2$; д) $(2a + 3b)(4x + 4y) = 8ax + 12by$.

309. Замініть зірочки одночленами, щоб утворилися тотожності:

а) $(* + y)^2 = * + 2ay + y^2$; б) $(4x - *)^2 = * - * + y^2$;
 в) $(x - *)^2 = * - 6x + *$; ґ) $* + 24a + * = (4a + *)^2$;
 ґ) $(2x^3 + *)^2 = * + 20x^3y^4 + *$.

310°. Доведіть тотожності:

а) $(m - n)^2 = (n - m)^2$; б) $(a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$;
 в) $(-a - b)^2 = (a + b)^2$; ґ) $(c - d)^2 = (c + d)^2 - 4cd$;
 ґ) $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$; д) $(a - b)^2 + 2ab = a^2 + b^2$;
 е) $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$.

сторони прямокутника і його площу. Накресліть три прямокутники, які задовольняли б умову задачі.

595. Упродовж робочого дня робітники мали виготовити певну кількість деталей. Однак на роботу з'явилося на 2 робітники менше, тому кожному з них довелося виготовляти на 8 деталей більше. Якби на роботу не з'явився один робітник, то кожному працюючому довелося б виготовляти на 3 деталі більше. Скільки деталей потрібно було виготовляти за зміну?
- 596*. Відстань від річки до турбази туристи сподівалися пройти за 6 год. Протягом 2 год вони йшли з наміченою швидкістю, а потім зменшили її на 0,5 км/год, тому запізнилися на турбазу на 30 хв. З якою швидкістю йшли туристи спочатку?
- 597*. Якщо кожному учню дати по 4 зошити, то залишаться 12 зошитів, якщо ж давати по 5 зошитів, то не вистачить зошитів для 7 учнів. Скільки було зошитів і учнів?
- 598*. Для розв'язування задачі про рух двох автомобілів склали таке рівняння: $5x = (x - 10) \cdot 6$. Складіть задачу і розв'яжіть її.
- 599*. Складіть задачу про рух двох велосипедистів, яка б розв'язувалася за допомогою такого рівняння: $\frac{x}{10} - \frac{x}{15} = 1$.
- 600*. Як жердинами завдовжки 4 м і 3 м, не розрізаючи їх, обгородити прямокутну ділянку, периметр якої 140 м?
- 601*. У швейному цеху є 38 м тканини. На пошиття піжами потрібно 4 м тканини, а на пошиття халата — 3 м. Скільки піжам і халатів можна пошити із цієї тканини?
- 602*. Велосипедист мав проїхати дану відстань за певний час. Через негоду йому довелося їхати на 1 год довше зі швидкістю, меншою на 3 км/год. Цю відстань він проїхав би на 1 год швидше, якби його швидкість була на 5 км/год більшою. Яку відстань мав проїхати велосипедист?
- 603*. Поживність 1 кг сіна 0,42 кормових одиниць, а силосу — 0,20: сіно містить 85% сухої речовини, а силос — 27%. Скільки слід давати корові кожного дня сіна і скільки силосу, якщо вона має одержувати 6 кормових одиниць і 9 кг сухої речовини?

Вігновігі

6. а) $-2,6$; б) $-1,4$; в) $-1,4$; $-6,6$; г) $6,6$; і) $6,6$; $1,4$; д) $-0,4$; $-7,6$. 14. 8 дм². 24. а) 4; б) 7; в) 3; г) $-0,375$. 25. а) 72; б) 96; в) -85 ; г) 0. 26. а) 1; б) $-0,25$; в) $-3,5$; г) 2,8.
30. г) 5; д) -421 . 31. і) 29,5; д) $-1\frac{1}{3}$. 32. а) $-\frac{5}{7}$; б) $1\frac{2}{7}$; в) -3 ; г) -1 ; і) 1; д) 0.
37. в) $-19,99$. 38. 2. 39. -1 . 40. $\frac{1}{8}$. 41. -16 . 53. 25 грн, 75 яблунь, 20 слив.
54. 20, 25, 50 книжок. 55. 25 см; 31 см; 50 см. 56. 70 т, 140 т. 57. 17,5 км/год. 58. 12 мішків, 18 мішків. 59. 15,4 га. 60. 7 т. 61. 10 днів. 62. 34 учні, 6 лавок. 63. 240 км; 11 год. 64. 10 дощок. 65. 1691–1803 рр. 66. 320 м, 16 м/с. 69. а) 8 см; б) 8 см; в) $\approx 11,4$ см; г) 12 см. 80. а) $\approx 941,2$ кг і $\approx 571,4$ кг; б) 17,5 км; в) 1332 т.
- Вказівка. $3,9t = 3,6(t + 111)$. 94. $\approx 27,6^\circ\text{C}$. 95. 318,24 кг. 138. а) 49; б) 2; в) 2,5; г) $\frac{1}{7}$;
- і) $\frac{1}{3 \cdot 5}$; д) $2 \cdot 10^5$. 142. а) 55; б) -125 ; в) 224; г) $\frac{7}{8}$. 164. $1,04ab$ т. 165. $24,75a^3$ кг.
166. $42\,000a^2h$ т. 199. а) 0,32; б) 18. 218. а) $-6a - 21b$; б) $17a^2 - 53ab + 90b^2$. 219. а) $0,4a^2x + 5x^2 - 10,4x$; б) $-9,2a^2 + 1,7a$; в) $-50ax - 32a + 18x$. 236. а) 0,81; б) $-1,92$. 237. а) 1,2. 238. а) 16; б) -30 ; в) -64 ; г) 125. 255. в) 12; д) $12t$. 259. а) 1,75; б) 82. 277. 144 м². 278. 1024 м². 279. 4 м². 280. 360 см². 281. 80 м². 292. 1. 298. На 9 см². 332. Вказівка. б) $(38,3 - 8,3)^2$. 345. Вказівка. $c^2 = 4S_{\Delta} + (a - b)^2$. 374. а) $-0,5$; в) 0,01. 375. б) 5. 376. а) 10,64; б) 19,71; г) 7,625; і) 0,216. 383. Вказівка. $a^3 - a = a(a - 1)(a + 1)$. 387. а) $a^4 + a^3 + a$; в) 4. 394. Вказівка. $16^5 = 2^{20}$. 414. 3, якщо $x = -2$ і $x = 3$. 428. б) $y = -27 - 0,3x$. 438. $b = 5$. 446. $k = 2$. 471. Вказівка. Слід розглянути рівняння $30x + 40y = 190$. 497. а) $(-1; 1)$; г) $(4; 2)$. 498. б) $(1; -1)$; г) $(0,25; 1)$. 499. а) $(34; 22/7)$; в) $(3; 4)$. 500. а) $(0; -1)$; г) $(-2; -3)$. 501. г) $(-1; 0)$. 502. б) $(18,2; 4,6)$; г) $(1; -1)$. 504. $(11; -1)$. 512. а) $(4; 3)$. 513. а) $(60; 30)$; г) $(-0,25; 0)$; д) $(0,2; 0)$. 515. а) $(4; 2)$; г) $(4; 1/3)$. 516. а) $(-1,25; -15)$. 517. а) $(8; 9)$; г) $(5; 8)$. 518. $k = 4/3$; $p = 4/3$. 519. $k = -2$; $p = 1$. 520. $(-2; 6)$. 521. $(-14; 6)$. 525. 50 г, 30 г. 526. 25 км/год; 5 км/год. 527. 60 к., 30 к. 528. 20 грн., 25 грн. 529. 6 кг, 9 кг. 530. 200; 300. 531. 81,6 м, 68 м. 532. 20 гусей, 30 кролів. 533. 32 учні, 21 парта. 534. 30 ц, 32,4 ц. 535. 19 га, 17 га. 536. 17 дм, 11 дм. 537. 40 км/год, 3 год. 538. 8 робітників, 6 днів. 539. 8 робітників, 10 днів. 540. 41° і 49° . 541. 56° ; 56° ; 68° . 542. 20 см, 10 см. 543. 36° , 72° , 72° . 545. 14 і 8. 546. 50° , 60° , 70° . 547. 75. 548. 40 т, 100 т. 549. 150 т, 200 т. 550. 1,2 кг, 0,8 кг. 562. а) -12 ; б) 1220; в) 0. 568. 6. 569. 1,4. 571. а) 4; г) -4 і 2. 573. а) $2/3$; б) 2. 574. а) 2; б) 2. 576. а) $(-5; 3)$; б) $v = 4$; $u = 0$. 577. $k = 2,5$. 578. $k = 2,5$. 581. 130 т, 160 т, 110 т. 583. 40 км/год, 30 км/год. 584. 150 км. 585. 21 см, 63 см. 586. 20 см, 30 см. 589. 14 р. і 50 р. 590. 50 га. 591. 12 км/год. 592. 10 см. 593. 2 кг. 594. 12 см, 5 см. 595. 60 деталей. 597. 200 зошитів, 47 учнів. 600. Вказівка. Розглянути рівняння $4x + 3y = 140$, x і y — натуральні числа. 602. 60 км. 603. $\approx 3,2$ кг; $\approx 23,3$ км.

Зміст

Передмова	3
Календарне планування	4
Тема 1. Лінійні рівняння з однією змінною	7
1.1. Рівняння. Розв'язування рівнянь. Властивості рівнянь	7
1.2. Лінійні рівняння з однією змінною	9
1.3. Розв'язування лінійних рівнянь	13
1.4. Розв'язування задач за допомогою лінійних рівнянь. Вираження за даними умови задачі одних числових значень через інші	14
1.5. Рівняння як математична модель задачі	19
Завдання для самоперевірки	22
Тема 2. Цілі вирази	25
2.1. Вирази зі змінними. Цілі раціональні вирази. Числове значення виразу	25
2.2. Тотожні вирази. Тотожність. Тотожні перетворення виразів. Доведення тотожностей	28
2.3. Степінь з натуральним показником	30
2.4. Властивості степеня з натуральним показником	32
2.5. Одночлен. Стандартний вигляд одночлена. Піднесення одночлена до степеня. Множення одночленів	35
Завдання для самоперевірки	39
2.6. Многочлен. Подібні члени многочлена та їхнє зведення	42
2.7. Додавання і віднімання многочленів	44
2.8. Множення одночлена на многочлен	47
2.9. Множення многочлена на многочлен	49
2.10. Розкладання многочленів на множники способом винесення спільного множника за дужки	51
2.11. Розкладання многочленів на множники способом групування	53
Завдання для самоперевірки	56
2.12. Добуток різниці двох виразів на їхню суму	58
2.13. Квадрат суми і квадрат різниці двох виразів	60
2.14. Розкладання на множники різниці квадратів двох виразів	62
2.15. Розкладання многочленів на множники з використанням формул $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$	64
2.16. Застосування кількох способів перетворення виразів	65
Завдання для самоперевірки	67

2.17. Розв'язування вправ	69
2.18. Сума і різниця кубів	70
2.19. Застосування кількох способів перетворення виразів	71
Завдання для самоперевірки	73
Тема 3. Функції	76
3.1. Поняття функції. Область визначення функції. Область значень функції	76
3.2. Способи задання функції	79
3.3. Графік функції	80
3.4. Лінійна функція	83
3.5. Окремі види лінійної функції	84
Завдання для самоперевірки	87
Тема 4. Система лінійних рівнянь з двома змінними	88
4.1. Лінійне рівняння з двома змінними та його графік	88
4.2. Графіки окремих видів лінійних рівнянь з двома змінними	90
4.3. Система двох лінійних рівнянь з двома змінними. Графічний спосіб розв'язування	91
4.4. Розв'язування систем лінійних рівнянь способом підстановки	93
4.5. Розв'язування систем лінійних рівнянь способом додавання	95
4.6. Розв'язування задач за допомогою систем лінійних рівнянь	98
Завдання для самоперевірки	101
Тема 5. Повторення і систематизація навчального матеріалу	104
5.1. Цілі вирази. Розв'язування рівнянь і систем рівнянь	104
5.2. Розв'язування текстових задач	106
Відповіді	109