

ГОТУЄМОСЯ ДО МАТЕМАТИЧНИХ ТУРНІРІВ

В.С. Крамор

ЗАДАЧІ З ПАРАМЕТРАМИ і методи їх розв'язання

Переклад з російської
Кравчука Андрія



ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА — БОГДАН

УДК 512.1(075.3)
ББК 22.14я72
К78

Крамор С.В.
К78 Задачі з параметрами і методи їх розв'язання. —
Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2011. — 416 с.
ISBN 978-966-10-0774-0

Мета книги — навчити школярів та абітурієнтів вузів самостійно розв'язувати задачі з параметрами й допомогти міцно засвоїти різні методи їх розв'язання.

Посібник містить близько 350 типових задач із методичними вказівками і 300 задач для самостійного розв'язання й відповіді до них.

Книга може бути використана при підготовці до випускних іспитів у середній школі, до складання ЗНО й вступних іспитів у вищі навчальні заклади.

ББК 22.14я72

*Охороняється законом про авторське право.
Жодна частина цього видання не може бути відтворена
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

ISBN 978-966-10-0742-9 (серія)
ISBN 978-966-10-0774-0

© Навчальна книга – Богдан, майнові права,
2011

ПЕРЕДМОВА

Задачі з параметрами є одними з найважчих задач курсу елементарної математики. Їхнє розв'язання по суті це є дослідження функцій, що входять в умову задачі, і подальше розв'язання рівнянь або нерівностей з числовими коефіцієнтами. При розв'язуванні рівнянь (нерівностей) з параметрами потрібно з'ясувати, при яких значеннях параметра задане рівняння (нерівність) має розв'язок, і знайти всі ці розв'язки. У тому випадку, коли хоча б одне з допустимих значень параметра не досліджено, задача не вважається повністю розв'язаною.

Протягом тривалого часу задачі з параметрами входять в екзаменаційні білети з математики для абітурієнтів вищих навчальних закладів, а в останні роки такі задачі пропонуються й при складанні ЗНО.

Як правило, не всі абітурієнти можуть розв'язати подібні задачі, що приводить до зниження оцінки за письмову роботу, і часто саме через це не вистачає потрібної кількості балів при зарахуванні до вищого навчального закладу.

Загальноосвітня школа з багатьох причин не може навчити своїх учнів розв'язувати задачі з параметрами. Це дуже важкий матеріал, що вимагає великої кількості часу; крім того, перш ніж приступати до розв'язання подібних задач учень повинен досконало оволодіти загальним курсом математики.

Мета даної книги полягає у тому, аби спробувати навчити випускників середньої школи й абітурієнтів вищих навчальних закладів самостійно розв'язувати задачі з параметрами і міцно засвоїти різні методи, що застосовуються в процесі їх розв'язання.

Увесь навчальний матеріал розбито на 18 тем, що мають одну й ту саму структуру. Кожна тема (за винятком тем 10 і 11) містить: довідковий матеріал; задачі з розв'язками; задачі для самостійного розв'язання й відповіді до них. Крім того, є два додатки: «Текстові задачі на складання рівнянь і нерівностей» та «Різні задачі».

У цілому книга містить близько 350 задач із розв'язками і близько 300 задач для самостійного розв'язання.

У розділі «Довідковий матеріал» наводяться формулювання означень, правил, теорем тощо.

Теоретичні відомості викладені конспективно у тій самій послідовності, що й при вивченні їх у школі. Зазначений розділ є досить важливим, оскільки у випадку труднощів при аналізі розв'язання задач або при їхньому самостійному розв'язанні учень може одержати необхідні консультації, звертаючись до довідкового матеріалу.

У розділі «Задачі з розв'язками» наводяться розв'язки задач із параметрами, що стосуються заданої теми. Цей розділ містить велику кількість задач, розв'язання яких ґрунтуються, з одного боку, на загальних теоретичних відомостях зі шкільного курсу математики (означеннях, правилах, теоремах, наслідках), а з іншого боку — на специфічних особливостях задач, що містять параметри (умінні певним чином класифікувати значення параметра, переході від початкової задачі до рівносильної їй, використанні найраціональнішого методу розв'язання, умінні мислити логічно тощо). Кожна задача з цього розділу розв'язується найдетальнішим чином, кожна дія в процесі розв'язання нумерується, оскільки вона несе певне смислове навантаження. На завершення будь-яка задача супроводжується докладною відповіддю, у якій для кожного допустимого значення параметра записується відповідний до цього значення розв'язок задачі.

Розділ «Задачі для самостійного розв'язання» розрахований на тих учнів, які вже засвоїли попередній розділ і хочуть закріпити свої знання й уміння самостійно.

Книга завершується двома додатками. Додаток 1 містить текстові задачі на складання рівнянь і нерівностей з параметрами, а Додаток 2 — різні задачі, не тільки аналогічні до тих, що є в уже розглянутих темах, але й такі, які через ті чи інші причини у ці теми не увійшли.

Наприкінці книги наводиться великий список літератури, якою користувався автор при підготовці даного видання. Багато задач, взятих із зазначених посібників, входили в екзаменаційні білети для вступників у різні вузи країни.

На закінчення декілька слів про те, як користуватися цим посібником. На думку автора, не варто починати з аналізу тих розв'язків, які наведені в книзі. Насамперед потрібно досконало володіти методами розв'язання прикладів і задач, які не містять параметри. Зокрема, за-

своєнню таких методів може допомогти книга: Крамор В.С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа (М.: ОНИКС, Мир и Образование, 2007). Зі згаданої книги варто засвоїти тільки один розділ: «Вправи з розв'язками». Лише після цього можна переходити до аналізу розв'язаних у даній книзі задач з параметрами. Спочатку спробуйте самостійно розв'язати яку-небудь задачу, а у випадку труднощів звертайтеся до її розв'язку, наведеного в книзі. Засвоюйте прийоми, використані при розв'язанні цієї задачі, оскільки надалі той чи інший спосіб може виявитися корисним.

Успіхів вам, школярі й абітурієнти!

Автор

Тема 1

1. Натуральні числа
2. Прості й складені числа
3. Звичайні дроби. Правильні й неправильні дроби
4. Множина цілих чисел, множина раціональних чисел
5. Модуль числа
6. Піднесення раціональних чисел до степеня з натуральним показником
7. Властивості степеня з натуральним показником
8. Числові вирази. Вирази зі змінними. Тотожно рівні вирази
9. Одночлени. Багаточлени
10. Формули скороченого множення

ДОВІДКОВИЙ МАТЕРІАЛ

1. Натуральні числа

1°. Поняття *натурального числа* відноситься до найпростіших, початкових понять математики і не визначається через інші, простіші поняття.

2°. Натуральні числа виникли в результаті лічби предметів. У порядку зростання їх можна записати як ряд чисел 1, 2, 3, 4, ..., тобто це цілі додатні числа.

3°. Множину натуральних чисел позначають N .

2. Прості й складені числа

1°. Число a називають *простим*, якщо його дільниками є тільки одиниця і саме число a .

2°. Число a , що має більше двох натуральних дільників (крім 1 й a), називають *складеним*.

3°. Відзначимо, що число 1 не відноситься ні до простих, ні до складених чисел.

3. Звичайні дроби. Правильні й неправильні дроби

1°. Одну або декілька рівних частин одиниці називають *звичайним дробом*.

2°. Звичайний дріб записують за допомогою риски та двох натуральних чисел.

3°. Число, яке записане під рискою і показує, на скільки рівних частин поділена одиниця, називають *знаменником* дроби.

4°. Число, яке записане над рискою і показує, скільки взято таких рівних частин, називають *чисельником* дроби.

5°. Дріб, в якого чисельник менший від знаменника, називають *правильним*.

6°. Дріб, в якого чисельник дорівнює або більший від знаменника, називають *неправильним*.

7°. **Основна властивість дроби.** При множенні чисельника і знаменника дроби на одне й те саме число, відмінне від нуля, значення дроби не змінюється.

4. Множина цілих чисел, множина раціональних чисел

1°. Натуральні числа, протилежні до них, а також число нуль утворюють *множину цілих чисел*. Її позначають Z .

2°. Множину натуральних чисел, доповнену нулем, називають *множиною цілих невід'ємних чисел* і позначають Z_0 .

3°. Об'єднання множин цілих і дробових чисел (додатних і від'ємних) утворює множину раціональних чисел. Її позначають Q .

5. Модуль числа

1°. **Модулем (абсолютною величиною)** дійсного числа a називають:

а) саме це число, якщо $a \geq 0$;

б) протилежне число $(-a)$, якщо $a < 0$.

2°. Модуль числа a позначають $|a|$.

3°. Отже,

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{якщо } a \geq 0, \\ (-a), & \text{якщо } a < 0. \end{cases}$$

4°. Геометрично $|a|$ означає відстань на координатній прямій від точки, що зображає число a , до початку відліку.

3. Рівняння (2) не має розв'язків при жодних a , оскільки $-2 - \sqrt{4+a} \leq -2$ (за означенням арифметичного кореня).

4. Для рівняння (3) повинна виконуватися система нерівностей

$$\begin{cases} -1 \leq -2 + \sqrt{4+a} \leq 1, \\ 4+a \geq 0. \end{cases} \quad (4)$$

5. Розв'язавши систему (4), знаходимо $-3 \leq a \leq 5$.

6. Відповідь: якщо $a \in [-3; 5]$, то $x = (-1)^k \arcsin(\sqrt{4+a} - 2) + \pi k$,
 $k \in \mathbf{Z}$;
 якщо $a \notin [-3; 5]$, то коренів немає.

4. При кожному значенні параметра a розв'язати рівняння

$$\sin^2 x + a \sin x - a^2 + 1 = 0.$$

1. Розв'яжемо дане рівняння як квадратне відносно синуса, використовуючи обмеження $-1 \leq \sin x \leq 1$.

2. Нехай $\sin x = t$; тоді

$$t_1 = \frac{-a - \sqrt{5a^2 - 4}}{2}, \quad t_2 = \frac{-a + \sqrt{5a^2 - 4}}{2}, \quad \text{при } |a| \geq \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

3. Рівняння $\sin x = t_1$ має розв'язок, якщо виконується система нерівностей

$$\begin{cases} |a| \geq \frac{2}{\sqrt{5}}, \\ -a - \sqrt{5a^2 - 4} \geq -2, \\ -a + \sqrt{5a^2 - 4} \leq 2. \end{cases} \quad (1)$$

Розв'язком системи (1) є значення $a \in \left[-2; -\frac{2}{\sqrt{5}}\right] \cup \left[\frac{2}{\sqrt{5}}; 1\right]$.

4. Рівняння $\sin x = t_2$ має розв'язок, якщо виконується система нерівностей

$$\begin{cases} |a| \geq \frac{2}{\sqrt{5}}, \\ -a + \sqrt{5a^2 - 4} \geq -2, \\ -a - \sqrt{5a^2 - 4} \leq 2. \end{cases} \quad (2)$$

Розв'язком системи (2) є значення $a \in \left[-1; -\frac{2}{\sqrt{5}}\right] \cup \left[\frac{2}{\sqrt{5}}; 2\right]$.

5. Відповідь: якщо $a \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$, то коренів немає;

якщо $a \in [-2; -1]$, то $x = (-1)^{n+1} \arcsin \frac{a + \sqrt{5a^2 - 4}}{2} + \pi n$;

якщо $a \in \left(-1; -\frac{2}{\sqrt{5}}\right] \cup \left[\frac{2}{\sqrt{5}}; 1\right)$, то

$x = (-1)^n \arcsin \frac{-a \pm \sqrt{5a^2 - 4}}{2} + \pi n$;

якщо $a \in [1; 2]$, то $x = (-1)^n \arcsin \frac{-a + \sqrt{5a^2 - 4}}{2} + \pi n$,

$n \in \mathbf{Z}$.

5. При кожному значенні параметра a розв'язати рівняння

$$\sin(x - a) - \sin x = \sin a. \quad (1)$$

1. Перенесемо всі члени рівняння (1) у ліву частину і скористаємося формулою різниці синусів, а також формулою синуса подвійного кута. Тоді одержимо

$$\sin(x - a) - \sin x - \sin a = 0;$$

$$-2 \sin \frac{a}{2} \cos \left(x - \frac{a}{2}\right) - 2 \sin \frac{a}{2} \cos \frac{a}{2} = 0.$$

2. Винесемо спільний множник за дужки:

$$\sin \frac{a}{2} \left(\cos \left(x - \frac{a}{2}\right) + \cos \frac{a}{2} \right) = 0,$$

звідки, застосовуючи формулу суми косинусів, маємо

$$\sin \frac{a}{2} \cos \frac{x}{2} \cos \left(\frac{x - a}{2} - \frac{a}{2}\right) = 0. \quad (2)$$

3. Розглянемо окремо кожен множник у рівнянні (2):

а) $\sin \frac{a}{2} = 0$, тобто $a = 2\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$. У цьому випадку рівняння (1) задовольняється при будь-якому $x \in \mathbf{R}$;

б) $\cos \frac{x}{2} = 0$, тобто $x = \pi + 2\pi k$, $k \in \mathbf{Z}$ (незалежно від значення параметра a);

ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА

1. *Александров Б. И., Моденов П. С.* Пособие по математике для подготовительных курсов МГУ. М., 1967.
2. *Александров Б. И., Лурье М. В., Максимов В. М.* Пособие для подготовки к письменному экзамену по математике в МГУ. М., 1972.
3. *Александров Б. И., Лурье М. В., Максимов В. М.* Экзаменационные задачи по математике. М., 1969.
4. *Александров Б. И., Максимов В. М., Лурье М. В., Колесниченко А. В.* Пособие по математике для поступающих в вузы. М., 1972.
5. *Амелькин В. В., Рабцевич В. Л.* Задачи с параметрами. Мн., 1996.
6. *Андреев П. А., Гладких И. М., Сагитов Р. Ф.* Варианты заданий по математике на вступительных экзаменах в РЭА им. Г. В. Плеханова в 1999–2004. М., 2005.
7. *Анисимова Н. Т.* Математика (справочник для абитуриентов МБИ). М., 2002.
8. *Бабайцев В. А., Васенкова Е. К. и др.* Под ред. Бабайцева В. А. и Рылова А. А. Методическое пособие по математике для поступающих в Финансовую академию. М., 2003.
9. *Вавилов В. В., Мельников И. И., Олехник С. Н., Пасиченко П. И.* Задачи по математике. Уравнения и неравенства. М., 1987.
10. *Ваховский Е. Б., Рывкин А. А.* Задачи по элементарной математике. М., 2004.
11. *Высоцкий И. Р., Звавич Л. И., Пигарев Б. П. и др.* Под ред. Шестакова С. А. Алгебра и начала анализа. Сборник задач для подготовки и проведения итоговой аттестации за курс средней школы. М., 2005.
12. *Говоров В. М., Дыбов П. Т., Мирошин Н. В., Смирнова С. Ф.* Сборник конкурсных задач по математике. М., 2006.
13. *Денищева Л. О. и др.* Под ред. Ковалевой Г. С. Единый государственный экзамен. М., 2002.
14. *Денищева Л. О., Глазков Ю. А., Краснявская К. А., Рязановский А. Р., Семенов П. В.* Единый государственный экзамен по математике. М., 2004.
15. *Дорофеев Г. В., Потапов М. К., Розов Н. Х.* Пособие по математике для поступающих в вузы. М., 1976.
16. *Дыбов П. Т., Забоев А. И., Калинин Д. Ф.* Сборник задач по математике. М., 1972.
17. *Дыбов П. Т., Осколков В. А.* Задачи по математике для поступающих в вузы (с указаниями и решениями). М., 2006.
18. *Камалова Р. А., Паршев Л. П., Струков Ю. А.* Типовые задания конкурсных экзаменов по математике. М., 1996.
19. *Крамор В. С.* Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа. М., 2005.
20. *Крамор В. С.* Примеры с параметрами и их решения. М., 2001.
21. *Крамор В. С., Лунгу К. Н.* Повторяем и систематизируем школьный курс тригонометрии. М., 2001.
22. *Крамор В. С., Лунгу К. Н., Лунгу А. К.* Математика. Типовые варианты. Примеры на вступительных экзаменах. М., 2000.
23. *Кутасов А. Д., Пиголкина Т. С., Чехлов В. И., Яковлева Т. Х.* Под ред. Яковлева Г. Н. Пособие по математике для поступающих в вузы. М., 2002.
24. *Кущенко В. С.* Сборник конкурсных задач по математике с решениями. Л., 1968.
25. *Лидский В. Б., Овсянников Л. В., Тулайков А. Н., Шабунин М. И.* Задачи по элементарной математике. М., 1969.
26. *Литвиненко В. Н., Мордкович А. Г.* Задачник-практикум по математике. М., 2005.
27. *Локоть В. В.* Задачи с параметрами. М., 2003.
28. *Ляпин С. Е., Баранова И. В., Борчугова З. Г.* Сборник задач по элементарной алгебре. М., 1973.
29. *Максимов В. М.* Пособие по математике для поступающих в МГУ. М., 1972.
30. *Моденов В. П.* Математика. Пособие для поступающих в вузы. М., 2002.
31. *Мордкович А. Г.* Алгебра и начала анализа. М., 2002.
32. *Нестеренко Ю. В., Олехник С. Н., Потапов М. К.* Задачи вступительных экзаменов по математике. М., 1980.
33. *Солодовников А. С., Родина М. А.* Задачник-практикум по алгебре. М., 1985.
34. *Шахмейстер А. Х.* Уравнение и неравенства с параметрами. СПб., М., 2004.
35. *Ястребинецкий Г. А.* Уравнения и неравенства, содержащие параметры. М., 1972.

Зміст

Передмова	3
Тема 1.....	6
<i>Довідковий матеріал</i>	6
1. Натуральні числа	6
2. Прості й складені числа	6
3. Звичайні дроби. Правильні й неправильні дроби	7
4. Множина цілих чисел, множина раціональних чисел.....	7
5. Модуль числа.....	7
6. Піднесення раціональних чисел до степеня з натуральним показником.....	8
7. Властивості степеня з натуральним показником.....	8
8. Числові вирази. Вирази зі змінними. Тотожно рівні вирази	8
9. Одночлени. Багаточлени	9
10. Формули скороченого множення.....	9
<i>Задачі з розв'язками</i>	9
<i>Задачі для самостійного розв'язання</i>	12
Відповіді	12
Тема 2.....	13
<i>Довідковий матеріал</i>	13
1. Дріб	13
2. Цілі й дробові вирази.....	13
3. Поняття про ірраціональне число.....	14
4. Числові проміжки.....	14
5. Корінь k -го степеня з дійсного числа.....	14
6. Перетворення арифметичних коренів.....	15
7. Степінь із цілим і дробовим показником	15
<i>Задачі з розв'язками</i>	15
<i>Задачі для самостійного розв'язання</i>	19
Відповіді	19

Тема 3.....	20
<i>Довідковий матеріал</i>	20
1. Рівняння з однією змінною	20
2. Поняття про рівносильність рівнянь	20
3. Властивості числових рівностей і теореми про рівносильність рівнянь.....	21
4. Лінійне рівняння з однією змінною, що містить параметр.....	21
<i>Задачі з розв'язками</i>	22
<i>Задачі для самостійного розв'язання</i>	30
Відповіді	31
Тема 4.....	33
<i>Довідковий матеріал</i>	33
1. Поняття функції.....	33
2. Монотонність функції.....	33
3. Парні й непарні функції	34
4. Лінійна функція і її графік.....	35
5. Квадратична функція і її графік.....	35
6. Функція $y = \frac{k}{x}$ і її графік	36
<i>Задачі з розв'язками</i>	37
<i>Задачі для самостійного розв'язання</i>	39
Відповіді	40
Тема 5.....	41
<i>Довідковий матеріал</i>	41
1. Квадратні рівняння	41
2. Теорема Вієта.....	42
3. Рівняння з декількома змінними.....	42
4. Системи рівнянь.....	42
<i>Задачі з розв'язками</i>	44
<i>Задачі для самостійного розв'язання</i>	75
Відповіді	78

Тема 6.....	79
<i>Довідковий матеріал</i>	79
1. Нерівності.....	79
2. Основні властивості нерівностей.....	79
3. Дії з нерівностями.....	80
4. Розв'язання лінійних і квадратних нерівностей.....	80
<i>Задачі з розв'язками</i>	82
<i>Задачі для самостійного розв'язання</i>	111
Відповіді	112
Тема 7.....	114
<i>Довідковий матеріал</i>	114
1. Системи й сукупності нерівностей	114
2. Розв'язання раціональних нерівностей методом проміжків	115
<i>Задачі з розв'язками</i>	116
<i>Задачі для самостійного розв'язання</i>	143
Відповіді	145
Тема 8.....	146
<i>Довідковий матеріал</i>	146
1. Застосування теореми Вієта до визначення знаків коренів квадратного тричлена	146
2. Розміщення коренів квадратного тричлена	147
<i>Задачі з розв'язками</i>	151
<i>Задачі для самостійного розв'язання</i>	166
Відповіді	167
Тема 9.....	168
<i>Довідковий матеріал</i>	168
1. Числова послідовність	168
2. Арифметична прогресія.....	168
3. Геометрична прогресія	169
4. Сума нескінченної геометричної прогресії при $ q < 1$	170

<i>Задачі з розв'язками</i>	170
<i>Задачі для самостійного розв'язання</i>	173
Відповіді	173

Тема 10..... 174

<i>Довідковий матеріал</i>	174
1. Градусне і радіанне вимірювання куткових величин	174
2. Тригонометричні функції числового аргументу.....	175
3. Основні тригонометричні тотожності	176
4. Формули зведення	177
5. Формули додавання.....	178
6. Формули подвійного аргументу	179
7. Перетворення добутку тригонометричних функцій у суму	179
8. Формули суми і різниці однойменних тригонометричних функцій	180
9. Тригонометричні функції половинного аргументу.....	180
10. Вираження тригонометричних функцій через тангенс половинного аргументу	181

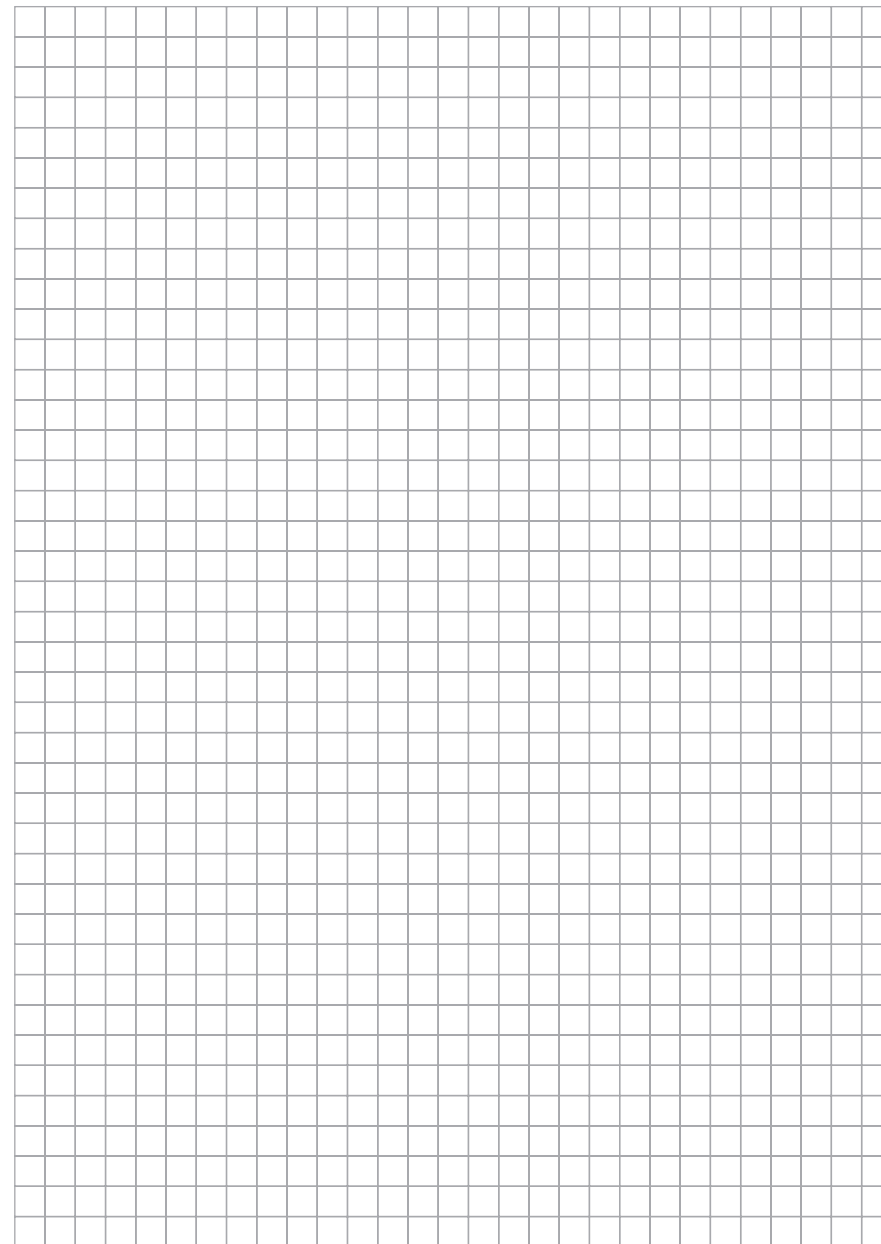
Тема 11..... 182

<i>Довідковий матеріал</i>	182
1. Функція $y = \sin x$	182
2. Функція $y = \cos x$	183
3. Функція $y = \operatorname{tg} x$	183
4. Функція $y = \operatorname{ctg} x$	184
5. Знаходження періодів тригонометричних функцій	185
6. Обернена функція	185
7. Функція $y = \arcsin x$	187
8. Функція $y = \arccos x$	188
9. Функція $y = \operatorname{arctg} x$	189
10. Функція $y = \operatorname{arccotg} x$	190
11. Деякі співвідношення для обернених тригонометричних функцій	191

Тема 12	193
<i>Довідковий матеріал</i>	193
1. Розв'язування тригонометричних рівнянь виду $\sin x = a$	193
2. Розв'язування тригонометричних рівнянь виду $\cos x = a$	193
3. Розв'язування тригонометричних рівнянь виду $\operatorname{tg} x = a$	194
4. Розв'язування однорідних тригонометричних рівнянь	194
5. Розв'язування систем тригонометричних рівнянь	195
<i>Задачі з розв'язками</i>	196
<i>Задачі для самостійного розв'язання</i>	222
Відповіді	223
Тема 13	225
<i>Довідковий матеріал</i>	225
1. Розв'язування тригонометричних нерівностей виду $\sin x > a$, $\sin x < a$	225
2. Розв'язування тригонометричних нерівностей виду $\cos x > a$, $\cos x < a$	226
3. Розв'язування тригонометричних нерівностей виду $\operatorname{tg} x > a$, $\operatorname{tg} x < a$	226
<i>Задачі з розв'язками</i>	227
<i>Задачі для самостійного розв'язання</i>	237
Відповіді	238
Тема 14	240
<i>Довідковий матеріал</i>	240
1. Приріст аргументу і приріст функції	240
2. Означення похідної	241
3. Похідна суми, добутку, частки	242
4. Похідна степеневої і складної функції	243
5. Похідні тригонометричних функцій	243
6. Застосування похідної до знаходження проміжків монотонності функції	244
7. Критичні точки функції, її максимуми і мінімуми	245
8. Загальна схема дослідження функції	246

9. Задачі на відшукування найменшого і найбільшого значень функції	247
10. Дотична до графіка функції	247
<i>Задачі з розв'язками</i>	248
<i>Задачі для самостійного розв'язання</i>	267
Відповіді	268
Тема 15	269
<i>Довідковий матеріал</i>	269
1. Втрачені та сторонні корені при розв'язуванні рівнянь	269
2. Розв'язування ірраціональних рівнянь, сторонні корені ірраціонального рівняння	270
3. Ірраціональні нерівності	271
<i>Задачі з розв'язками</i>	271
<i>Задачі для самостійного розв'язання</i>	294
Відповіді	294
Тема 16	296
<i>Довідковий матеріал</i>	296
1. Показникова функція та її властивості	296
2. Показникові рівняння	297
3. Показникові нерівності	297
4. Системи показникових рівнянь і нерівностей	297
<i>Задачі з розв'язками</i>	297
<i>Задачі для самостійного розв'язання</i>	312
Відповіді	314
Тема 17	315
<i>Довідковий матеріал</i>	315
1. Поняття логарифма	315
2. Властивості логарифмів	315
3. Логарифмічна функція, її властивості й графік	316
4. Теорема про логарифм добутку, частки й степеня. Формула переходу до нової основи	317
5. Логарифмування і потенціювання	318
6. Логарифмічні рівняння	318

7. Логарифмічні нерівності	319
8. Похідні логарифмічної і показникової функцій. Число e	319
Задачі з розв'язками	320
Задачі для самостійного розв'язання	346
Відповіді	347
Тема 18.....	349
Довідковий матеріал	349
1. Поняття первісної функції	349
2. Основна властивість первісної функції	350
3. Криволінійна трапеція і її площа	351
4. Формула Ньютона–Лейбніца.....	351
5. Основні правила інтегрування.....	352
6. Обчислення площ за допомогою інтеграла.....	352
Задачі з розв'язками	354
Задачі для самостійного розв'язання	361
Відповіді	362
Додаток 1	363
Текстові задачі на складання рівнянь і нерівностей з параметрами	363
Задачі з розв'язками	363
Задачі для самостійного розв'язання	370
Відповіді	372
Додаток 2	373
Різні задачі	373
Задачі з розв'язками	373
Задачі для самостійного розв'язання	398
Відповіді	400
Список позначень	402
Використана література	404





Навчальне видання

КРАМОР Віталій Семенович

ЗАДАЧІ З ПАРАМЕТРАМИ і методи їх розв'язання

Переклад з російської *Андрія Кравчука*

Головний редактор *Богдан Будний*

Редактор *Вікторія Дячун*

Художник обкладинки *Ростислав Крамар*

Дизайн та комп'ютерна верстка *Андрія Кравчука*

Підписано до друку 6.10.2010. Формат 60×84/16. Папір офсетний.

Гарнітура Century Schoolbook. Друк офсетний.

Умовн. друк. арк. _____. Умовн. фарбо-відб. _____.

[В. 1].

Видавництво «Навчальна книга – Богдан»

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців

ДК №370 від 21.03.2001 р.

Навчальна книга – Богдан, а/с 529, м. Тернопіль 46008

тел./факс (0352) 52-06-07; 52-05-48; 52-19-66

publishing@budny.te.ua

www.bohdan-books.com