ВАРІАНТ 1

Частина перша

	А	Б	В	Г		А	Б	В	Г		А	Б	В	Г
1.1	X				1.5				X	1.9	X			
1.2	X				1.6			X		1.10		X		
1.3				X	1.7	X				1.11			X	
1.4		X			1.8			X		1.12				X

Частина друга

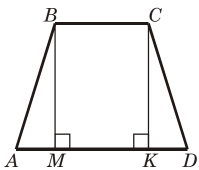
2.1. $\dfrac{1}{4-3\sqrt{2}}-\dfrac{1}{4+3\sqrt{2}}=\dfrac{6\sqrt{2}}{16-18}=-3\sqrt{2}.$ *Відповідь.* $-3\sqrt{2}$.

2.2. $(2x + 3)^2 > (x + 1)(x - 10) + 43$; $4x^2 + 12x + 9 > x^2 - 9x - 10 + 43$; $3x^2 + 21x - 24 > 0$; $x^2 + 7x - 8 > 0$. Одержану нерівність розв'яжемо методом інтервалів. Знайдемо корені рівняння $x^2 + 7x - 8 = 0$. $D > 0$ $x_1 = -8$; $x_2 = 1$.
На числовій прямій відкладемо нулі функції $f(x) = (x + 8)(x - 1)$ і визначимо знаки функції на утворених інтервалах.
Отже, розв'язок нерівності $(-\infty;-8)\cup(1;+\infty)$. *Відповідь* $(-\infty;-8)\cup(1;+\infty)$.

2.3. $\begin{cases}x^2-3y^2=24,\\ x+y=8;\end{cases}$ $\begin{cases}x=8-y,\\ (8-y)^2-3y^2=24;\end{cases}$ $64-16y+y^2-3y^2-24=0$; $-2y^2-16y+40=0$;
$y^2+8y-20=0$; $D>0$; $y_1=-10$; $y_2=2$. Якщо $y_1=-10$, то $x_1=8-(-10)=18$.
Якщо $y^2 = 2$, то $x_2 = 8 - 2 = 6$. Отже, $(18; -10)$ і $(6; 2)$ — розв'язки системи рівнянь. *Відповідь.* $(18; -10)$ і $(6; 2)$

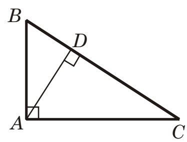
2.4. $4x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(2x-\dfrac{1}{x}\right)^2+4=8^2+4=68.$ *Відповідь.* 68.

2.5. У рівнобічній трапеції $ABCD$ ($BC \parallel AD$) $BC = 9$ см, $AD = 19$ см, $AB = CD = 13$ см, BM і CK — висоти трапецій, тому $MBCK$ — прямокутник, $BC = MK$, $BM = CK$. $\Delta ABM = \Delta DCK$ (за гіпотенузою і гострим кутом), тому $AM = KD = (AD - MK) : 2 = (AD - BC) : 2 = (19 - 9) : 2 = 5$ (см).



З ΔABM ($\angle M = 90°$): $MB=\sqrt{AB^2-AM^2}$;
$MB=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12$ (см). *Відповідь.* 12 см.

2.6. ΔABC — прямокутний, $\angle C = 90°$, $\angle A = \alpha$, $CD = h$.
З ΔADC ($\angle D = 90°$): $AC=\dfrac{CD}{\sin\alpha}$; $AC=\dfrac{h}{\sin\alpha}$.



З ΔACB ($\angle C = 90°$): $AB = \dfrac{AC}{\cos\alpha}$; $AB = \dfrac{h}{\sin\alpha\cos\alpha}$. *Відповідь.* $\dfrac{h}{\sin\alpha\cos\alpha}$.

Частина третя

3.1. Область визначення функції знайдемо із системи:

$\begin{cases} 7x+3>0, \\ |x|-2\neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x>-\dfrac{3}{7}, \\ x\neq 2,\ x\neq -2. \end{cases}$ Звідси $\begin{cases} x>-\dfrac{3}{7}, \\ x\neq 2. \end{cases}$ *Відповідь.* $\left(-\dfrac{3}{7};2\right)\cup(2;+\infty)$. .

3.2. Нехай початкова швидкість автобуса x км/год. 280 км автобус проїхав за $\dfrac{280}{x}$ год. Після збільшення швидкість стала $(x + 10)$ км/год. і 480 км автобус проїхав за $\dfrac{480}{x+10}$ год. За умовою задачі, на весь шлях автобус витратив 10 год.

Запишемо рівняння: $\dfrac{280}{x}+\dfrac{480}{x+10}=10$; $\dfrac{28}{x}+\dfrac{48}{x+10}-1=0$;

$\dfrac{28x+280+48x-x^2-10x}{x(x+10)}=0$; $\dfrac{-x^2+66x+280}{x(x+10)}=0$; ОДЗ для x: $x\neq 0$,

$x\neq -10$. $-x^2+66x+280=0$; $x^2-66x-280=0$; $D_1 = 1089 + 280 = 1369$;

$x_1 = \dfrac{33-37}{1}$; $x_1 = -4$. $x_2=\dfrac{33+37}{1}$; $x_2 = 70$.

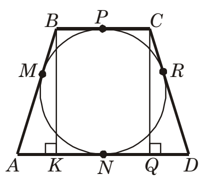
Врахувавши ОДЗ для змінної x і умову задачі, маємо $x = 70$.

Отже, початкова швидкість автобуса 70 км/год. *Відповідь.* 70 км/год.

3.3. $y = 5x^2 + bx + c$. Оскільки абсциса вершини параболи визначається за формулою $m = -b/2a$, то, згідно з умовою задачі: $2 = -b/10$; $b = -20$.

Знайдемо c, використавши ординату вершини параболи та значення b, тобто $7 = 52^2 - 202 + c$, $7 = 20 - 40 + c$, $c = 27$. *Відповідь.* $b = -20$, $c = 27$.

3.4. У рівнобічну трапецію $ABCD$ вписано коло, яке точкою дотику M ділить бічну сторону AB на відрізки $BM = 8$ см, $MA = 18$ см. За властивістю дотичних, проведених із деякої точки до кола, маємо:



$BM = BP = CP = CR = 8$ см;

$AM = AN = DN = DR = 18$ см.

Тому $BC = 2BP = 16$ см, $AD = 2AN = 36$ см,

$AB = AM + MB = 18 + 8 = 26$ см.

Проведемо $BK\perp AD$, $CQ\perp AD$, $KBCQ$ — прямокутник,

$BC = KQ = 16$ см, тому $AK = QD = (36 - 16) : 2 = 10$ (см).

(З ΔABK ($\angle K = 90°$): $BK=\sqrt{AB^2-AK^2}$; $BK=\sqrt{26^2-10^2}=\sqrt{16\cdot 36}=$

$= 4\cdot 6 = 24$ (см).

$$S_{ABCD}=\frac{AD+BC}{2}\cdot BK\ ,\ S_{ABCD}=\frac{36+16}{2}\cdot 24\ =52\cdot 12=624\ (\text{см}^2).$$

Відповідь. 624 см².

ВАРІАНТ 2

Частина перша

	А	Б	В	Г		А	Б	В	Г		А	Б	В	Г
1.1				X	1.5				X	1.9			X	
1.2		X			1.6			X		1.10			X	
1.3	X				1.7			X		1.11				X
1.4		X			1.8		X			1.12	X			

Частина друга

2.1. $(3-\sqrt{2})(5+\sqrt{2})-(\sqrt{2}-1)^2=15+3\sqrt{2}-5\sqrt{2}-2-2+2\sqrt{2}-1=10.$

Відповідь. 10.

2.2. $\begin{cases}x-y=4,\\ x^2+x(x-y)=21;\end{cases}\ \begin{cases}x=4+y,\\ x^2+4x-21=0;\end{cases}\ \begin{cases}y=-4-x,\\ x_1=-7;x_2=3;\end{cases}\ \begin{cases}y_1=-11;y_2=-1,\\ x_1=-7;x_2=3.\end{cases}$

Розв'язок системи рівнянь (–7; –11) і (3; –1).

Відповідь. (–7; –11) і (3; –1).

2.3. $S=\frac{b_1}{1-q};\ \ b_1=S(1-q);\ \ b_1=72\left(1-\frac{1}{3}\right)=72\cdot\frac{2}{3}=48;\ \ b_2=b_1q;\ \ b_2=48\cdot\frac{1}{3}=16.$

Відповідь. 16.

2.4. $\frac{2x}{x^2-1}:\left(\frac{1}{x^2+2x+1}-\frac{1}{1-x^2}\right)=\frac{2x}{x^2-1}:\left(\frac{1}{(x+1)^2}-\frac{1}{(1-x)(1+x)}\right)=$

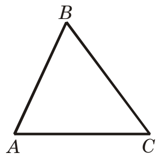
$=\frac{2x}{x^2-1}:\left(\frac{1-x-x-1}{(x+1)^2(1-x)}\right)=\frac{2x}{x^2-1}:\frac{-2x}{(x+1)^2(1-x)}=$

$=\frac{2x}{(x-1)(x+1)}\cdot\frac{(x+1)^2(x-1)}{2x}=x+1.$ *Відповідь.* $x+1$.

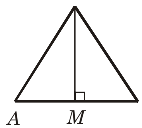
2.5. За теоремою косинусів $BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cos\angle A$.

$\cos\angle A=\frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2\cdot AB\cdot AC};\cos\angle A=\frac{64+9-49}{2\cdot 8\cdot 3}=\frac{1}{2};\angle A=60°.$

Відповідь. 60°.



2.6. ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC$, $AC : AB = 6 : 5$, BM — висота, проведена до основи, $BM = 8$ см. Нехай $k > 0$ — коефіцієнт відношення, тоді $AC = 6k$ см, $AB = 5k$ см. Оскільки BM є і медіаною, то $AM = MC = 3k$ см. ΔABM — єгипетський, $BM = 4k$, $BM = 8$ см, тому $4k = 8$, $k = 2$. $P_{\Delta ABC} = 2AB + AC$; $P_{\Delta ABC} = 10k + 6k = 16k = 16 \cdot 2 = 32$ (см).



Відповідь. 32 см.

Частина третя

3.1. Область визначення функції знайдемо із системи нерівностей:

$$\begin{cases} 48 + 2x - x^2 \ge 0, \\ x^2 - 36 \ne 0; \end{cases} \begin{cases} x^2 - 2x - 48 \le 0, \\ x^2 \ne \pm 36. \end{cases} \begin{cases} (x-8)(x+6) \le 0, \\ x \ne \pm 6. \end{cases} \begin{cases} -6 \le x \le 8, \\ x \ne \pm 6. \end{cases}$$

Отже, функція визначена на проміжку $(-6; 6) \cup (6; 8]$.

Відповідь. $(-6; 6) \cup (6; 8]$.

3.2. Нехай швидкість одного автомобіля x км/год, тоді другого $(x + 10)$ км/год. Перший автомобіль в дорозі був $300/x$ год, а другий — $300/(x + 10)$ год.

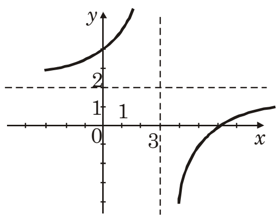
За умовою задачі маємо: $\dfrac{300}{x} - \dfrac{300}{x+10} = 1$.

Тоді $\dfrac{300x + 3000 - 300x - x^2 - 10x}{x(x+10)} = 0$; $\dfrac{-x^2 - 10x + 3000}{x(x+10)} = 0$.

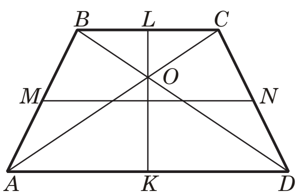
ОДЗ: $x \ne 0$; $x \ne -10$. Тоді: $-x^2 - 10x + 3000 = 0$. $D > 0$, $x_1 = -60$, $x_2 = 50$. Корені задовольняють ОДЗ. Умову задачі задовольняє $x = 50$. Тому швидкість одного автомобіля 50 км/год, а другого $50 + 10 = 60$ (км/год).

Відповідь. 50 км/год, 60 км/год.

3.3. Оскільки $\dfrac{2x - 12}{x - 3} = \dfrac{2 \cdot (x-3) - 6}{x - 3} = 2 - \dfrac{6}{x - 3}$, то $y = 2 - \dfrac{6}{x-3}$. Графіком цієї функції є гіпербола, яку можна отримати з графіка функції $y = -\dfrac{6}{x}$ паралельним перенесенням на 3 одиниці праворуч, уздовж осі Ox, і на 2 одиниці вгору, вздовж осі Oy.



3.4. $ABCD$ — рівнобічна трапеція.
$AB \parallel CD$; $AB = CD$; $BD \perp AC$, LK — висота.
$MN = \dfrac{BC + AD}{2}$ — середня лінія.
ΔAOD — прямокутний, рівнобедрений.
$AO = OD$; OK — висота, $OK = \dfrac{1}{2} AD$.



ΔBOC — прямокутний, рівнобедрений. OL — висота, $OL = \frac{1}{2}BC$.

$LK = \frac{1}{2}AD + \frac{1}{2}BC = \frac{AD + BC}{2}$; $LK = MN$. Отже, середня лінія дорівнює висоті у рівнобічній трапеції.

ВАРІАНТ 3

Частина перша

	А	Б	В	Г		А	Б	В	Г		А	Б	В	Г
1.1			X		1.5		X			1.9		X		
1.2	X				1.6				X	1.10				X
1.3	X				1.7			X		1.11		X		
1.4		X			1.8			X		1.12	X			

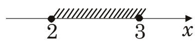
Частина друга

2.1. Нехай в саду росло x дерев, тоді $0{,}52x$ — яблуні, $0{,}48x$ — сливи.
$0{,}52x - 0{,}48x = 8$; $0{,}04x = 8$; $x = 200$. *Відповідь.* 200 дерев.

2.2. $\left(2\sqrt{6} - 5\sqrt{27} + \sqrt{243}\right)\sqrt{3} - \sqrt{72} = \left(2\sqrt{3}\sqrt{2} - 15\sqrt{3} + 9\sqrt{3}\right)\sqrt{3} - 3\sqrt{8} =$
$= 3\sqrt{8} - 6 \cdot 3 - 3\sqrt{8} = = -18.$ *Відповідь.* -18.

2.3. $\frac{35^5 \cdot 5^{-8}}{175^{-2} \cdot 7^6} = \frac{5^5 \cdot 7^5 \cdot 5^{-8}}{5^{-4} \cdot 7^{-2} \cdot 7^6} = 7 \cdot 5 = 35.$ *Відповідь.* 35.

2.4. $(x + 19)(x - 3) - (2x - 1)(2x + 1) \geq x - 38$; $x^2 + 16x - 57 - 4x^2 + 1 - x + 38 \geq 0$;
$-3x^2 + 15x - 18 \geq 0$; $x^2 - 5x + 6 \leq 0$. Ця нерівність рівносильна нерівності: $(x - 3)(x - 2) \leq 0$.
Розв'яжемо її методом інтервалів: $x \in [2; 3]$.

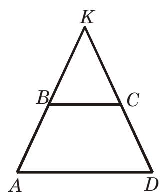


Відповідь. $[2; 3]$.

2.5. Радіус кола OM, де O — центр кола. $O(1;\ 7)$. $OM = \sqrt{(-3-1)^2 + (4-7)^2} =$
$= \sqrt{16 + 9} = 5$. Рівняння кола $(x-1)^2 + (y-7)^2 = 25$.

Відповідь. $(x-1)^2 + (y-7)^2 = 25$.

2.6. Продовження бічних сторін AB та DC трапеції перетинаються в т. K. $AB = 16$ см, $AD = 18$ см, $AK = 24$ см.
$\Delta AKD \sim \Delta BKC$ (за двома кутами).
У подібних трикутників відповідні сторони пропорційні, тому $\frac{AK}{BK} = \frac{AD}{BC}$.



Врахувавши, що $BK = AK - AB$; $BK = 24 - 16 = 8$ (см), матимемо: $\frac{24}{8} = \frac{18}{BC}$;

$\frac{8 \cdot 18}{24}$; $BC =$; $BC = 6$ см.

Отже, $BC = 6$ см. *Відповідь.* 6 см.

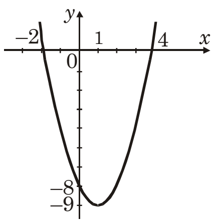
Частина третя

3.1. $a(a-2) - 6(a-4) = a^2 - 2a - 6a + 24 = a^2 - 8a + 24 = a^2 - 8a + 16 + 8 = (a+4)^2 + 8$. $(a+4)^2 \geq 0$. $(a+4)^2 + 8 > 0$ для будь-якого значення a.

3.2. Нехай треба взяти з першого бідона х кг молока з масовою часткою жиру 2%, тоді в ньому жиру буде 0,02х кг. З другого бідона слід взяти $(12 - x)$ кг молока, і жиру в ньому буде $0{,}05(12 - x)$ кг. Масова частка жиру в 12 кг дорівнює 4%, тобто $0{,}04 \cdot 12 = 0{,}48$ (кг) жиру. Запишемо рівняння: $0{,}02x + 0{,}05(12 - x) = = 0{,}48$; $0{,}02x + 0{,}6 - 0{,}05x = 0{,}48$; $0{,}03x = 0{,}12$; $x = 4$. Отже, з першого бідона треба взяти 4 кг молока, а з другого — 8 кг.

Відповідь. 4 кг; 8 кг.

3.3. Дана функція — квадратична. Оскільки $a = 1$, $1 > 0$, то парабола напрямлена вітками вгору. Нехай $(m; n)$ — координати вершини параболи; $m = -(-2)/2 = 1$; $n = 1^2 - 2 \cdot 1 - 8 = 1 - 2 - 8 = -9$, отже $(1; -9)$ — координати вершини параболи. Оскільки $x^2 - 2x - 8 = 0$, якщо $x = -2$ або $x = 4$, то парабола перетинає вісь Ox у точках з координатами $(-2; 0)$ та $(4; 0)$, вісь Oy перетинає в точці з координатами $(0; -8)$.



1) Область значень функції $[-9; +\infty)$.

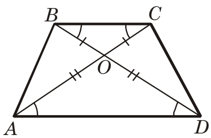
2) Функція зростає на проміжку$[1; +\infty)$.

Відповідь. 1) $[-9; +\infty)$; 2) $[1; +\infty)$.

3.4. $ABCD$ — трапеція; $AD \parallel BC$; $ACBD = O$; $AO = OD$.

ΔAOD — рівнобедрений, тому $\angle OAD = \angle ODA$ (як кути при основі рівнобедреного трикутника)

$\angle CAD = \angle ACB$ (як внутрішні різносторонні при паралельних прямих та січній AC). Аналогічно $\angle BDA = \angle DBC$. Отже, ΔBOC — рівнобедрений. $BO = OC$.



$\Delta ABO = \Delta DCO$ ($\angle BOA = \angle COD$ як вертикальні і $BO = CO$; $AO = DO$).

Отже, $AB = DC$, тобто трапеція $ABCD$ — рівнобічна.