

**Натисніть тут, щоб
купити книгу на сайті
або замовляйте за телефоном:
(0352) 51-97-97, (067) 350-18-70,
(066) 727-17-62**

ПОДВИЖНИКИ ОСВІТИ

Г.П. Бевз

МОЯ МЕТОДИКА МАТЕМАТИКИ

*Упорядник
і відповідальний редактор
В.О. Тадеєв*



ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА — БОГДАН

УДК 22.1я72
Б36

Бевз Г. П.

Б36 Моя методика математики / Г.П. Бевз ; упоряд. і відп. редактор В.О. Тадеєв. — Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 2021. — 584 с. : іл. — (Серія «Подвижники освіти»).

ISBN 978-966-10-6445-3

Книга видатного українського математика-методиста, автора шкільних підручників, довідників, численних посібників з методики навчання математики і проведення факультативних та позакласних занять, а також публіцистичних, історичних і художніх творів Григорія Бевза, що підводить підсумок його 70-літньої невтомної і натхненної праці на ниві вітчизняної освіти. Містить розлогі автобіографічні замальовки, написані крізь призму багатогранної власної педагогічної діяльності автора, а також низку знакових праць, що узагальнюють його наполегливі пошуки шляхів удосконалення методів навчання математики в школі. Виклад супроводжується екскурсами в історію вітчизняної освіти, до якої автор був безпосередньо причетним.

Для педагогів, насамперед учителів математики і студентів педагогічних вишів фізико-математичного профілю, а також для учнівської молоді, яка мріє про учительську професію.

УДК 22.1я72

*Охороняється законом про авторське право.
Жодна частина цього видання не може бути відтворена
в будь-якому вигляді без дозволу видавництва*

ISBN 978-966-10-5861-2 (серія)
ISBN 978-966-10-6445-3

© Бевз Г.П., 2021
© Навчальна книга – Богдан,
виключна ліцензія на видання,
оригінал-макет, 2021

Передмова автора

Ініціатор створення цієї книжки — її упорядник і відповідальний редактор Василь Олександрович Тадеєв. Він подарував мені книгу мого колишнього аспіранта Григорія Михайловича Возняка «60 років біля класної дошки» і запитав, чи не хотів би я підготувати аналогічну книгу про себе, використавши раніше опубліковані деякі мої методичні праці і дописавши нові матеріали. Навіть запропонував назву — «Моя методика математики». Я, звичайно, погодився. У процесі нашої спільної роботи над книгою виявилось, що її упорядник і відповідальний редактор має багато власних думок та ілюстрацій, які можуть вдало доповнити мої тексти і матеріали. Так мною спільно з Василем Олександровичем і творилась ця книга. Виношу йому велику щиру подяку!

Немало працювали над книгою і мої дочки — Валентина і Наталія, також знавці шкільної математики, співавторки багатьох моїх підручників. Вони виготовляли потрібні фотокопії, вичитували рукопис, верстку, доповнювали й виправляли їх. Дякую їм за плідну співпрацю. Зрозуміло, що над створенням книги працювали й фахівці видавництва — художники, редактори, верстальники. Всім їм також моя велика подяка!

Григорій Бевз

Передмова редактора

Задавши для пошуку в Інтернеті прізвище, ім'я і по батькові — Бевз Григорій Петрович, — читач з-поміж засилля повідомлень про різноманітні книги автора все ж невдовзі знайде й доволі вичерпну «офіційну» інформацію про нього:

Бевз Г. П. народився 7 лютого 1926 року в селі Війтівка (тепер Родниківка) неподалік від Умані. В 1933 р. почав ходити до школи в рідному селі, семирічку закінчив у 1941 р. у Кривому Розі, а 10-й клас (зі срібною медаллю) — в Уманській СШ № 2 у 1947 р. Професію вчителя здобував спочатку в Уманському учительському інституті (закінчив у 1950 р.), а в 1952 р. з відзнакою закінчив фізико-математичний факультет Криворізького педагогічного інституту.

З 1950 р. працював учителем математики і фізики в селах Христинівського району Черкаської області. У 1954 р. вступив до аспірантури Київського педагогічного інституту на спеціальність «Методика викладання математики», де виконував дисертаційне дослідження під керівництвом доцента Д.М. Маєргойза. Після закінчення аспірантури в 1957 році, отримав направлення на роботу старшим викладачем до Криворізького педагогічного інституту. Успішно захистивши в 1961 р. дисертацію на тему «Доведення в шкільному курсі алгебри», здобув науковий ступінь кандидата педагогічних наук і почав працювати на кафедрі елементарної математики та методики математики в Київському педагогічному інституті. На цій кафедрі з 1962 р. понад тридцять років обіймав посаду доцента, з яких понад десять років був її завідувачем.

Григорій Петрович Бевз — автор багатьох підручників, як з методики викладання математики, так і шкільних підручників з алгебри та геометрії, займається проблемами шкільної математики майже 70 років. За його посібником «Методика викладання математики» навчалися тисячі майбутніх учителів упродовж кількох десятиліть, а за його підручниками з математики для 5–11 класів — сотні тисяч учнів по всій Україні.

Так у трьох абзацах спресовано велике і славне життя, що охоплює майже ціле століття. Така вже функція довідкових матеріалів. Однак для тих, хто знає про Г.П. Бевза більше, безсумнівно, що й іншим нашим співвітчизникам про нього і його доробок має бути відомо більше. І найперше — вчителям та викладачам математики, а також студентам і учням, які мріють про цю професію. Тому ми й запросили автора підготувати цю по суті автобіографічну книгу для нашої серії «Подвижники освіти».

У статті відомого сучасного геометра Дмитра Мавла з присвятою Г.П. Бевзу з нагоди його 80-ліття, яка вміщена в кінці цієї книги, автор зазначає:

«Що мене дивує найбільше в особистості ювіляра, то це поєднання в нього різних талантів, які в інших людей майже ніколи не поєднуються. Я знав багатьох математиків з різних країн світу, які вміли швидко й елегантно розв'язувати складні математичні задачі, але ніхто з них не був автором численних підручників і монографій, або навпаки. Щодо Григорія Петровича, то він, безумовно, виняток. Він справжній problem solver, як то кажуть американці, і читачі «Математики в школі» частенько знаходили його розв'язання в «Цьому прекрасному світі задач!». І це зазвичай були найкращі з можливих розв'язань».

Звісно, у математичній статті, автор говорить про рідкісне поєднання в Г.П. Бевза власне математичних талантів, але ж Григорій Петрович ще з юнацьких літ захоплюється віршуванням, а його «Енеїду, перелицьовану втретє», тепер аналізують і професіональні філологи. Крім того, він видав близько десятка збірок історичних та публіцистичних розвідок та есеїв. Тому якщо до зазначеного Дмитром Мавлом додати ще й це, то перед нами постає по-справжньому унікальна особистість.

Зараз перед читачем розгорнутий живий підручник з історії вітчизняної педагогіки за майже весь радянський, пострадянський і сучасний періоди. А ще — це й особистісне віддзеркалення дуже строкатої, часами трагічної, часами жертвовної, а часами величної історії великого народу з колосальними життєдайними силами. Читаючи про випробування, крізь які пройшов автор, за кадрами яких миготить колесо історії, сповнюєшся непереборної віри, що коли тоді ми змогли не зламатися, то тепер неодмінно зможемо розквітнути.

Окремі оцінки автором минулих історичних подій і нововведень в освіті не всім читачам прийдуться до душі, наприклад, — його неприхована симпатія до хрущовської відлиги та ініційованого в ту пору руху за зв'язок школи з життям. Але завдяки цій відвертості ми маємо унікальну можливість поглянути на колишні події очима одного з найактивніших їхніх учасників.

Водночас, ставлення Г.П. Бевза до так званих новітніх технологій навчання більш ніж стримане. Але тут уже сучасний читач навряд чи зможе що-небудь аргументовано заперечити вчителю з 70-річним педагогічним стажем та автору чотирьох поколінь шкільних підручників, котрий як ніхто інший знає всі можливості та всі проблеми з навчанням школярів математики. Тому до його пересторог на цей рахунок маємо поставитись якнайсерйозніше:

«Звичайно, сучасні технічні можливості набагато ширші. На зміну колишнім навчаючим машинам прийшли незмірно кращі (і в сотні разів дорожчі!). Для навчання деяких навчальних дисциплін, насамперед гуманітарних, вони можуть виявитись навіть дуже корисними. Але не варто сподіватись, що вони самі по собі допоможуть істотно поліпшити навчання математики. Клас,

у якому учні вивчатимуть математику, не потрібно наповнювати дорогими й складними технічними засобами, повторюючи помилки колишніх ентузіастів кабінетної системи навчання. Найкращий засіб для навчання математики — це добра класна дошка удовж двох стін. Щоб учитель міг одночасно викликати до дошки півкласу. І щоб не доводилося витирати дошку на уроці» (розділ 4 «Математика в школах України»).

У чому ж тоді головна особливість методики математики Г.П. Бевза? На це найважливіше питання він відповідає сам:

«Описуючи «свою методику», не раз думаю: чим вона породжена? І щоразу відповідаю: Любов'ю.

Я люблю школу, дітей, люблю вчити їх, виховувати, розвивати. Люблю спілкуватись з їхніми батьками, із земляками, з іншими людьми, близькими й далекими.

Люблю роботу вчителя, викладача. Люблю писати, сподіваюсь, що написане мною хтось прочитає. Люблю математику. І чисту, і прикладну, а особливо — шкільну. Люблю добирати її зміст, писати підручники й посібники, люблю навчати дітей, студентів, вчителів і всіх, хто хоче вчитися.

Завдання вчителів у найширшому розумінні — робити своїх вихованців щасливими. Щасливими не тільки сьогодні, завтра, а й в майбутньому. Кожна людина може бути щасливою.

Найбільше, найглибше і найтриваліше щастя — в глибоких почуттях. У почуттях совісті, порядності, справедливості, вірності, вдячності, любові, патріотизму, втіхи за добре виконану роботу. Будьте щасливі самі і навчайте бути щасливими своїх учнів!» (Розділ 2 «Спогади вчителя»).

Нам тільки залишалось зібрати до купи ці розсипища життєвої і професійної мудрості й подарувати їх читачеві.¹⁾

Василь Тадеєв

¹⁾ У книзі є чимало приміток. Примітки редактора позначаються як *Прим. ред.* Усі решта приміток належать автору.

ЧАСТИНА ПЕРША

**ПЕДАГОГІЧНА
АВТОБІОГРАФІЯ**

Розділ 1. Дорога до школи¹⁾

Дитинство

Довгою і непрямую дорогою ішов я до школи.... Довгою, бо й після шкільного віку не поривав зі школою, а мені вже минуло 94. Непрямою — бо починалась вона в недоброму для українських селян 1933 році. Мої батьки, діди й прадіди були селянами. Жили вони в селі Війтівка (тепер Родниківка) біля Умані. Всі мамині брати й сестри вирощували хліб, татові — були ще й мельниками. Дід Карпо, татів батько, землі мав небагато, але змайстрував два вітряки. З них в основному й жили. Мав той дід чотирьох синів і чотирьох дочок. Коли діти підросли, почали думати, як їм далі жити. Коли б землю поділити між усіма синами, то кожному дісталось б менше десятини — дуже мало. Тому вирішили двом синам дати по вітряку, одному — землю, а татові — освіту. Планували, що він вивчиться на землеміра і проживе без поля й вітряка.

Закінчивши Уманське двокласне училище (6 років навчання), мій майбутній тато поїхав до Києва вчитися на землеміра. Але вступних іспитів не склав, написав на двійку диктант. А щоб не вертатися в село ні з чим, то подав документи до якогось військового училища. Навчався в Києві в районі Печерська більше року. Коли ж почалась революція, то керівництво училища поспіхом видало вихованцям погони підпрапорщиків і запропонувало розійтись по домівках. Кілька днів тато ходив по селу в шинелі під тими погонами, потім заховав, щоб ніхто не бачив. Часи прийшли непевні й небезпечні. Війна, революції, громадянська війна. За кілька років влада в Умані змінювалась разів десять. А в селах — ще частіше. Бо туди забігали на кілька днів невеликі ватаги «визволителів», які, зазвичай, потребували їжі для себе й для коней, а нерідко просто хотіли з дівчатами пожартувати або й хлопців мобілізувати. Кілька років поспіль людей убивали, грабували й гвалтували. Бувало, що й брат брата і син батька убивав, або батько сина. Така вона — громадянська війна. Крім інших негараздів, мій майбутній батько опинився в селі безхатченком: не мав ні землі, ні хати, ні садиби.

¹⁾ Матеріал цього розділу в дещо вужчому обсязі і з меншою кількістю ілюстрацій публікувався окремою брошурою: Бевз Г.П. Дорога до школи. — Харків: Основа, 2016. — 74 с. — *Прим. ред.*

Але світ не без добрих людей. На садибі молодшого брата він збудував таку-сяку хатину, накрив її калмичкою¹⁾ і одружився з 16-літньою Марією.

Тимчасом прийшов НЕП — нова економічна політика, яка дозволяла людям багатіти. Мої майбутні батьки спочатку придбали льоху, а за продажні поросята купили стару поламану молотарку. Тато її відремонтував і став молотити збіжжя всім, хто просив.

Першою в моїх батьків народилась Вустя. Через півроку вона простудилась і померла. Тоді багато маленьких дітей помирало, але багато й народжувалось.

Другим народився я, мене назвали Григорієм — на честь діда Гриця, маминого батька. На поданій тут світлині — дід з бабунею Грицихою (у центрі), їхні діти та онуки. Бабуня народила 13 дітей, троє померли маленькими, всі інші повиростали, одружилися. Я стою у першому ряду праворуч, перша праворуч у білій хустці сидить моя мама, тато стоїть у третьому ряду наді мною. Три наймолодші мамині сестри ще незаміжні. Інші сестри й брати були одружені, жили у своїх хатах на власних садибах.



Моя рідня по маминій лінії. Фото 1929 р.

Одного дня дід запропонував: «Завтра поїдемо в Умань фотографуватись». У неділю спорядили кілька возів і — гайда до Умані. Сфотографувавшись, поїхали до «Софіївки». В село вернулися під вечір. Я того не пам'ятаю, чув від батьків.

¹⁾ Калмичка (заст.) — снопи, змочені в рідкій глині перед покрівлею даху. — Прим. ред.

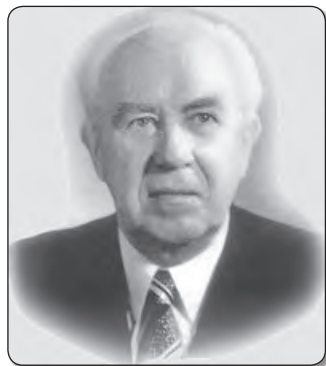
Мої університети

Після закінчення середньої школи я вирішив продовжити навчання в Київському університеті. Раніше про таке й мріяти не міг, а тепер прийшов час великих надій. Життя поступово поліпшувалось: відмінили карткову систему, більше давали на трудодні, знижувались ціни в крамницях. Ми вже мали козу з двома козенятами, то ж пили молоко, а іноді й м'ясо їли. І батьки вирішили, щоб я вступав до Київського університету.



Під колонами Червоного корпусу Київського університету

Університет вразив своїм червоним кольором, високими колонами, якоюсь внутрішньою величчю. Думалось: скільки найвідоміших людей входило через ці високі двері, топтали мармурові і чавунні плити! І ось тепер я збираюсь навчатись у цьому храмі науки. Документи подав на механіко-математичний факультет. На філологічний подавати побоявся через свої біографічні дані. Конкурсів тоді майже не було, бо, наприклад, в Умані працювали два інститути, а випускників — менше півсотні. Медалістів зараховували без вступних іспитів і конкурсів. Мені сказали: «Чекайте виклику». Не дочекався, приїхав до Києва без виклику. У приймальній комісії відповіли, що не пройшов за конкурсом.



С.М. Бухало

— Але ж конкурсу медалістів не було!

— Нічого не знаємо, так написано: не пройшов за конкурсом...

Така злість і така настирність з'явилися, що дійшов аж до міністра Бухала¹⁾.

¹⁾ **Бухало** Сергій Максимович (1907–1988) — український радянський партійний і державний функціонер. У 1944–1950 роках був начальником Управління у справах Вищої школи при Раді Міністрів Української РСР. — *Прим. ред.*

— То неправда, — сказав він, — конкурсу медалістів не було. Я з'ясую, хто вас обманює, він понесе покарання. Але вам від цього легше не буде. Набір до Київського університету укомплектований повністю, все всіма підписано, тому що-небудь змінити в цьому році тут уже не можна. Можу направити вас у будь-який інший університет: Львівський, Дніпропетровський, — вибирайте. Але зважте, що з Москви прийшла нова постанова: стипендію тепер даватимуть «только отличившимся».

Він показав мені ті слова «только отличившимся», і вони змусили мене задуматися більше, ніж усе інше. Що означає «отличившимся»? Чи стану я таким? А чи зможу прожити десь без стипендії? І я сказав:

— Направте мене в Уманський учительський інститут.



Уманський учительський інститут
(тепер Уманський державний педагогічний університет ім. Павла Тичини)

Так і сталось: усі мої однокласники поступили в московські й київські вищі, тільки Головченко і Степанков — до Уманського сільськогосподарського інституту, а я — до дворічного учительського, який не давав вищої освіти. І знову топтав я дорогу з Війтівки до Умані. Але батьки мій вибір схвалили, сказали, що в університеті був конкурс не знань, а біографій. А моя біографія в ті часи не вважалась доброю: не комсомолец, жив на окупованій території, діди розкуркулені, батько — колишній «ворог народу», працював у Німеччині. Мабуть, саме в цьому й була причина.

Навчався я в інституті добре, основні математичні курси тут читав уже згадуваний вище мій найкращий вчитель математики Г.Й. Імас. Тільки

в справжнє студентське життя не поринув, бо жив у селі, після лекцій поспішав додому. Ходив у тій самій жіночій шинелі й у свинячих черевиках з кирзовими халявами. Педпрактику проходив у школі на Слобідці¹⁾. Життям був задоволений, бо воно поступово поліпшувалось і обіцяло чудові перспективи. Бути вчителем семирічки — це мені і моїм батькам здавалось настільки високим і вартісним, що про таке раніше ми й мріяти не насмілювались. В учительському інституті майже всі студенти — із сіл, куди бідніші від моїх однокласників. І викладачі не були заможними (всі вони є на випускній віньєтці, фрагмент якої тут подається). Викладач фізики і декан факультету Т.Я. Судак ходив у штанях, на яких красувалось не менше десяти латок. Директор М.Б. Шакало майже завжди просив у хлопців тютюну на закрутку, бо хлопці з села мали домашній самосад. На фізико-математичному факультеті не було жодного кандидата наук. Здається, на весь інститут тільки директор був кандидатом наук. Біологів частіше називали «кишкопорожнинними», істориків — «муміями», а математиків — «перпендикулярами». Студенти й викладачі жили дуже бідно, але в ті роки бідності не відчувалось. Бо порівняно з тим, що всі ми пережили раніше, під час війни і підготовки до неї, тепер був справжній рай. А головне, намічались чудові перспективи. Тільки перед випуском турбувало майбутнє, оскільки майже всіх випускників тоді направ-



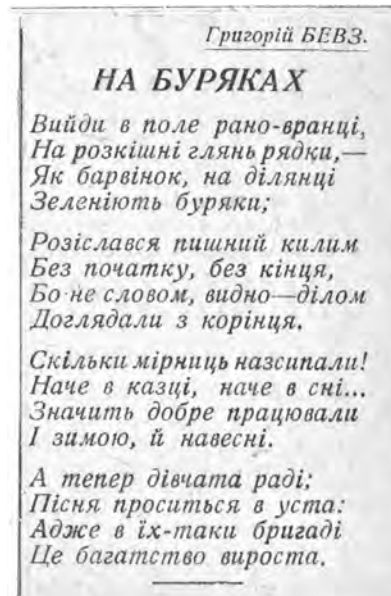
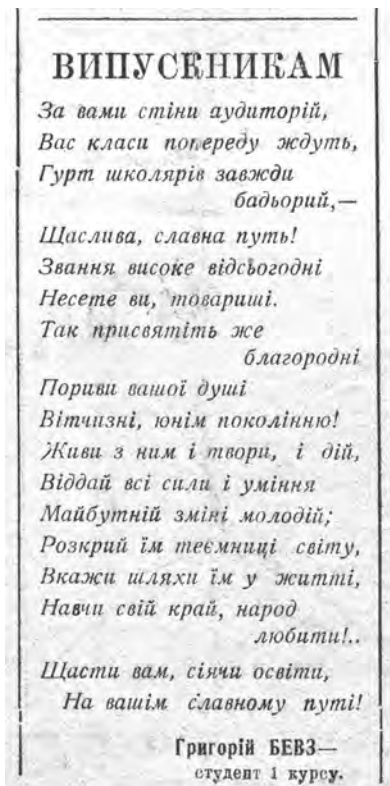
Фрагмент випускної віньєтки фізико-математичного факультету
Уманського учительського інституту. 1950 р.

Згадані вище викладачі Т.Я. Судак і М.Б. Шакало — відповідно 3-й і 5-й зліва у верхньому ряду, Г.Й. Імас — 3-й рядом нижче, я — трошки лівіше від центра внизу

¹⁾ Слобідка — мікрорайон в Умані, що безпосередньо межує з дендропарком «Софіївка». — Прим. ред.

ляли на роботу в західні області, де ще продовжувалась збройна боротьба, а поговір поширював про неї найжахливіші чутки¹⁾.

Поезією я продовжував цікавитись, інститутська стінгазета часто друкувала мої вірші. Коли закінчував перший курс, то мене попросили виступити перед випускниками. Я читав свого вірша «Випускникам» в актовій залі, по районному радію, його надрукувала газета «Уманська Зоря» в спеціальному випуску від 1 липня 1949 р. Того ж року районна газета надрукувала мій вірш «На буряках» та ще кілька інших. Був членом літературного об'єднання. У травні 50-го року до нас приїздив Максим Рильський. Тоді газета відвела окрему сторінку, яка починалася з його вірша «Гост вождя»²⁾, за ним — мій «В полі».



Мої перші вірші, опубліковані в районній газеті

¹⁾ То тепер усім відомо, що на культивування цих страхів працювала потужна радянська ідеологічна машина, але в ті часи значна частина населення центральної і східної України справді перебувала під сильним впливом такої пропаганди. Автор не приховує, що й він належав до тієї частини. — *Прим. ред.*

²⁾ У той час в офіційних радянських колах широко експлуатувалася тема так званого «Госту вождя», який Сталін виголосив 24 травня 1945 року в Георгіївській залі Кремля на урочистому застольному зібранні командувачів військами переможної Червоної армії. Це був тост «За здоров'я російського народу, який є найвидатнішою нацією з усіх націй, що входять до складу Радянського Союзу». Історики в цьому виокремленні Сталіним російського народу вбачали подвійну мету: применшення ролі інших народів, особливо тих, де

зупинився біля авоськи, взяв її і поїхав. Так ми, чотири дурні, залишилися без того, чим мали насолоджуватись цілий день. Бувало й таке. А взагалі жили ми дружно, виручали один одного, при потребі допомагали.

Ту дерзновенну пору я відчував не абстрактно, а на собі. Ще за кілька років до того я був замурзаним шахтарем, не смів мріяти навіть про вчителя початкової школи. А ось тепер я збираюсь стати вчителем учителів. Склавши кандидатський мінімум (спеціальність, філософію і німецьку мову), другий і третій рік я працював винятково над темою дисертації. Робота йшла добре. А перед закінченням аспірантури почув неприємну вість: на таку саму тему, що й у мене, в Ленінграді вже захистила дисертацію І.В. Баранова¹⁾. Подавати до захисту свою дисертацію я вже не міг. Залишалось узяти нову тему і починати все спочатку. Але це вже не в аспірантурі. Недобре починалось моє навчання у вищій школі, недобре і скінчилося.

Для школи

Після закінчення аспірантури направили мене на роботу в Криворізький педінститут. Поселились у маминій півхаті: в одній кімнаті жили ми з дружиною, двоє наших дітей і Федось з Килиною. Килина майже не виходила з хати, не могла ходити, а Федось щодня був п'яний. Так ми жили з півроку, поки Федось і Килина не одержали власну квартиру. Але й пізніше було важко. Дружина не працювала, бо не було де, моя зарплата старшого викладача мізерна, а нам треба ж не тільки щось поїсти, а й придбати стіл, ліжко, шафу. То ж коли випала нагода, влаштувався я ще й учителем математики десятих класів вечірньої школи. А інститут працював у дві зміни (у старому приміщенні). Тому загалом з півроку я працював у три зміни.

Читав лекції з методики математики, теорії чисел і елементарної математики, багато часу йшло на підготовку. Траплялося, що йшов на лекцію, як слід не підготувавшись. Виснажився вкрай. За наукову роботу не брався цілий рік. І тоді зважився чи не на найважче і найважливіше рішення в своєму житті: хоч і тих грошей, що одержую, не вистачає, а все ж відмовлюсь від роботи у вечірній школі, а замість того працюватиму над дисертацією. Дружина погодилась. А ще вирішив створити собі робоче місце: у кухоньці з єдиним вікном відгородив біля нього «кабінет». Цей кабінет можна було б занести до книги рекордів Гіннеса, бо загальну площу він мав меншу

¹⁾ **Баранова** Ірина Володимирівна (1917–2009) — відома російська методистка з математики, авторка багатьох підручників і навчальних посібників для учнів та вчителів, головним чином 4–6 класів. Свою дисертацію на тему «Задачі на доказательство в школьном курсе алгебры» захистила в 1953 р. (Автореферат дисс. на соискание учен. степени кандидата пед. наук / Ленингр. гос. пед. ин-т им. А.И. Герцена. — 1953. — 14 с.). А через рік з дещо іншою назвою й у співавторстві вийшов і її навчальний посібник для вчителів: Баранова И. В., Ляпин С. Е. Задачи на доказательство по алгебре. — Ленинград: Учпедгиз, Ленингр. отд.-ние, 1954. — 160 с. — *Прим. ред.*

від 1 м². Коли сидів «за столом», то лівим ліктем упирався в підвіконня, правим — у двері, спиною — в стіну. Кухня залишилась без вікна, і вдень освітлювалась лампочкою. У тому кабінеті я готувався до занять і займався науковою роботою.

Нову тему дисертації сформулював собі сам: «Доведення в шкільному курсі алгебри». Попередню тему зробив останнім розділом нової. Ні з ким не консультувався, бо до Києва далеко, а в Кривому Розі не було фахівців:



Я — викладач вишу.

Вгорі. З групою студентів-математиків Криворізького педінституту (1960 р.).
Внизу. Фрагмент випускної віньєтки фізико-математичного факультету (1961 р.)

з усіх викладачів кафедри тільки один я навчався в аспірантурі. Роботу написав і оформив так, як сам уважав за потрібне. Додатково написав десяток статей, з яких шість надрукував у журналах Києва, Москви і Праги. До Києва привіз готові передруковані примірники. Їх обговорили на кафедрі, відмітили, що в них усе грамотно, змістовно, хоч і не зовсім «дисертабельно». Захистив дисертацію на початку 1961 року.

Після захисту дисертації професор І.Є. Шиманський¹⁾ запросив мене працювати на його кафедрі. Я, звичайно, погодився, подав документи, пройшов за конкурсом на в.о. (тобто виконувача обов'язки) доцента. Ректорат Криворізького педінституту протестував, навіть домігся відміни конкурсу, але тодішня ректорка Київського педінституту М.М. Підтиченко²⁾ навчила, як треба діяти, щоб уладнати справу. І з 13.09.61 р. я почав працювати в КДПІ ім. Горького.



І.Є. Шиманський



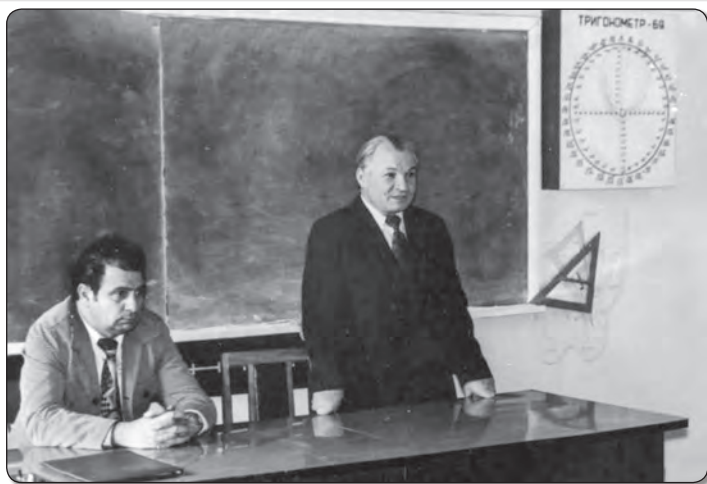
М.М. Підтиченко

¹⁾ **Шиманський** Іван Євгенович (1896–1982) у 1922 р. закінчив фізико-математичний факультет Київського університету. З 1938 р. працював на посаді доцента, а з 1964 р. — професора кафедри математики (пізніше елементарної математики та методики викладання математики) Київського педінституту, з 1953 по 1971 рр. завідував цією кафедрою. Мав особливий дар до підбору кадрів та організації кафедральної науково-дослідної роботи: зібрав по-справжньому зірковий склад кафедри (див. далі фото 1967 р.) і започаткував видання щорічного республіканського науково-методичного збірника статей «Методика викладання математики». Тривалий час у педагогічних інститутах України широко використовувався підручник І.Є.Шиманського «Математичний аналіз», виданий в 1964 р. — *Прим. ред.*

²⁾ **Підтиченко** Марія Максимівна (1912–1991) була комсомольською, партійною і державною функціонеркою високого рівня. Закінчила історичний факультет Харківського університету (1934). Трудову діяльність розпочала з викладачки філософії у Дніпропетровських вишах — металургійному і хіміко-технологічному інститутах. Паралельно перебувала на комсомольській роботі. В 1939 р. — секретар Дніпропетровського обкому комсомолу, в 1940 р. — секретар ЦК ЛКСМУ з пропаганди. У роки війни була секретарем Дніпропетровського обкому комсомолу, пізніше — секретарем Київського міськкому компартії з питань пропаганди. У 1952–1956 рр. — кандидат в члени ЦК КПРС. Кандидат філософських наук (1947). У 1945–1960 рр. — брала активну участь в роботі міжнародних жіночих організацій від України. Одна із засновниць та керівниць Товариства «Знання» України (1947). З 1956 по 1970 рр. — ректорка КДПІ, академік АПН СРСР (1968). — *Прим. ред.*

Зізнаюсь, мене немало дивувало ставлення до мене професора І.Є. Шиманського. Він мав кількох своїх аспірантів, добре відомих і вже «захищених» методистів-математиків з Києва. Я був йому зовсім чужий. І не з тих, хто дуже підлизувався чи догоджав. І навіть не з найуспішніших, адже дисертацію захистив лише через п'ять років після закінчення аспірантури. А він вибрав мене. Та ще й разом із ректором «воював» за мене.

З часом мої стосунки з Криворізьким педінститутом, в якому я здобував вищу освіту, а після аспірантури пропрацював перших 5 років як викладач, налагодились, і я не раз приїждив туди з лекціями для викладачів та вчителів міста.



Вгорі. Лекція для вчителів.

Внизу. Виступ перед викладачами Криворізького педінституту. 1979 р.

Коли я перейшов працювати до Києва, то одразу майже вдвічі збільшилась моя зарплатня. Одержав трикімнатну квартиру. Безкоштовно. То пізніше наші

будинки зневажливо називатимуть «хрущобами», а тоді вони видавались нам раєм. Пригадую: входимо з дружиною — три новенькі світлі кімнати, кухня, коридор, ванна, туалет, балкон! Невже це все — наше? І дружина влаштувалась учителем математики в сусідній школі. І я став власником кабінету, який був разів у 15 більшим від криворізького. І навчальне навантаження зменшилось майже вдвічі, а лекційне — втричі. Отаке воно людське життя: чергування везінь і невезінь, печалей і радощів. Наче ота синусоїда.



І. Є. Шиманський (сидить у центрі) з викладачами та аспірантами кафедри (1967 р.)
 1-й ряд: О.С. Боришполець, Є.Ф. Савич, Є.О. Ченакал, І.Є. Шиманський, В.М. Кухар, Г.С. Титова. 2-й ряд: Г.П. Бевз, В.Є. Тарасюк, А.В. Михалевський, А.Г. Конфорович, А.С. Бугай, Д.М. Маєргойз, А.В. Шевченко. 3-й ряд: Г.Ф. Олійник, Н.Т. Волошенко, З.І. Слєпкань, І.В. Клімпуш, Д.А. Скрипник, Л.З. Карелін

Як відповідь на те добро, яке зробив для мене Київський педінститут, я вирішив добре працювати — на користь інституту і всього суспільства. До лекцій і практичних занять готувався старанно, виконував усе, що було потрібно. А головне — вирішив істотно поповнити свої знання з методики математики. Перечитав (правда, інколи тільки переглянув) журнали «Вестник опытной физики и элементарной математики»¹⁾, «Математика в школе»²⁾, багато методичних збірників.

¹⁾ Єдиний у своєму жанрі в царській Росії авторитетний науково-популярний фізико-математичний журнал, що видавався безперервно впродовж 30 років — з 1886 по 1917 рік. До 1891-го року друкувався в Києві, а потім в Одесі — у зв'язку з переїздом в Одесу головного редактора. Був продовженням «Журналу элементарной математики», що видавався з 1884 по 1886 рр. відомим київським математиком В.П. Єрмаковим. Журнал виходив 24 рази на рік окремими випусками обсягом 24 або 32 сторінки. Всього вийшло 674 випуски (в мережі Інтернет усі вони є у вільному доступі). Друкувалися в цьому журналі як відомі математики і методисти, так і студенти, а інколи й гімназисти та учні реальних училищ. — *Прим. ред.*

²⁾ Радянський (а з 1992 р. — російський) науково-методичний журнал для вчителів математики. Видавався з 1934 р., з 1935 р. — зі строгою періодичністю один раз на два місяці



Ліворуч. Журнал «Вестник опытной физики и элементарной математики». Добірка номерів за 1914 р. Праворуч. Журнал «Математика в школе». Добірка номерів за 1951–1955 рр.

Систематично обходив букіністичні та інші книгарні, поповнював свою бібліотеку. Розумів, що знання, які отримав, працюючи над дисертацією, — то лише сота частка того, що відомо з методики математики і що повинен знати справжній методист. Працював з великим задоволенням, бо розумів, що працюю для себе. Ще й здружилися тоді три книголюби кафедри: А.В. Михалевський, А.Г. Конфорович, і я. З Михалевським ми однолітки, а Конфорович був років на два старший. Ми обмінювались книжками, щотижня обходили книгарні.



Три заядлі книголюби (зліва направо): А.В. Михалевський, А.Г. Конфорович і я, Г.П. Бевз

Через півтора року провели мене на посаду доцента, дали дозвіл керувати аспірантами, затвердили відповідальним секретарем республіканського наукового збірника «Методика викладання математики».

(лише у 1941 р. вийшло 4 номери, а в 1942–1945 рр. журнал не виходив зовсім). Був не тільки джерелом актуальних власне науково-методичних і дидактичних матеріалів для вчителів, а й офіційним рупором радянської педагогіки математики. Попри те, в ньому часто публікувалися матеріали і з так званого «зарубіжного досвіду», а також представлялися альтернативні і новаторські підходи до викладання математики вітчизняних фахівців. — *Прим. ред.*



Книги — то моя стихія.

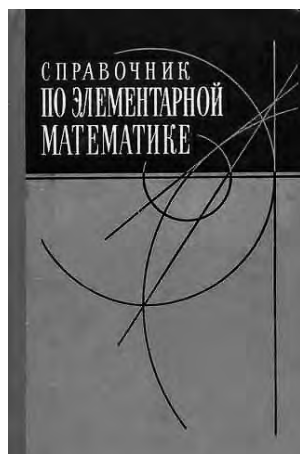
Ліворуч — фото 1960-х років, праворуч — початку 1980-х

У 1965 р. видавництво «Наукова думка» видало підготовлену мною у співтворстві з К.І. Швецовим¹⁾ книгу «Справочник по элементарной математике», яка згодом кілька разів доповнювалась і друкувалась великими тиражами російською та українською мовами. Цікава історія цього довідника. Спочатку О.М. Боголюбов²⁾ і К.І. Швецов домовились з видавництвом «Наукова думка», що напишуть двотомний довідник з математики. Отримали солідний аванс, здали до видавництва перший том, а він виявився невдалим. Автори були фахівцями з історії математики, тому майже весь довідник наповнили старими задачами «на переливання і змішування вин» тощо. Видавництво договір розірвало і звернулось до мене, щоб я поліпшив перший том, а до Є.С. Буравського і Ф.П. Яремчука, — щоб написали другий том. Я майже половину тексту вилучив і переписав наново. Тоді О.М. Боголюбов відмовився бути автором, і перший том вийшов із зазначенням двох авторів — Швецов К. І. і Бевз Г. П. Коли почали готувати другий том, написаний Ф.П. Яремчуком і Є.С. Буравським, їх саме збиралися при-

¹⁾ **Швецов** Костянтин Іванович (1913–1978) — відомий український математик-викладач та історик науки, випускник Харківського університету (1934), професор (1965). З 1966 р. обіймав посаду завідувача кафедри економічної кібернетики Київського університету. Найбільш знайомими серед фахівців стали дві невеличкі книжечки К.І. Швецова: 1. Математика на Україні в XIV–XVII ст. (Київ: Радянська школа, 1968. — 76 с.); 2. Перший російський підручник з математики [«Арифметика» Леонтія Магніцького] (Київ: Радянська школа, 1959. — 70 с.). — *Прим. ред.*

²⁾ **Боголюбов** Олексій Миколайович (1911–2004) — український математик і механік, випускник Харківського університету (1936), член-кор. АН України (1969), визнаний глава української школи історії математики і механіки. За підготовку та редагування чотиритомної «Истории отечественной математики» (Київ: Наукова думка, 1966–1970) був нагороджений медаллю А. Койре Міжнародної академії історії наук. — *Прим. ред.*

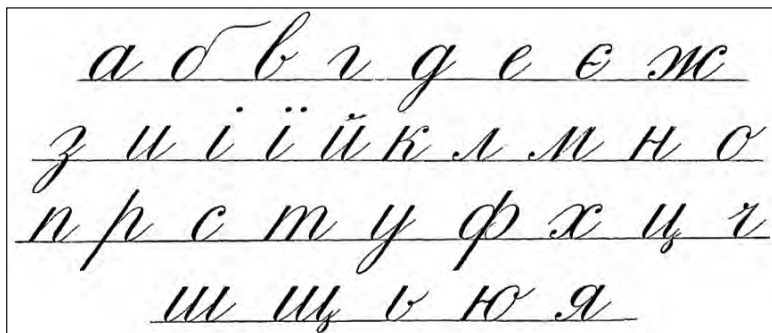
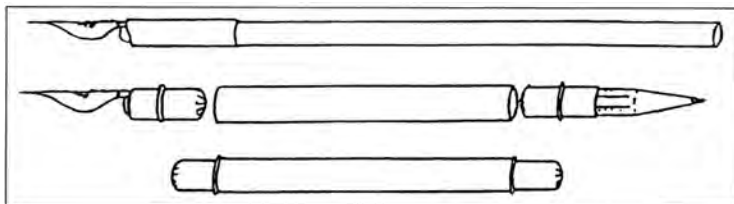
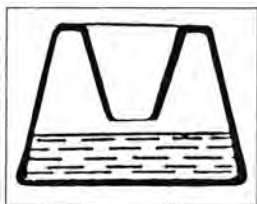
тягувати до суду немовби за зловживання під час вступних іспитів. Тому на титульній сторінці авторів не зазначили, а вказали тільки: «Под редакцией члена-корр. АН УССР П.Ф. Фильчакова». Згодом два томи об'єднали в один із зазначенням авторів: Г.П. Бевз, П.Ф. Фільчаков, К.І. Швецов, Ф.П. Яремчук. Цей довідник виходив кілька разів українською і російською мовами загальним накладом більше мільйона примірників, продавався в усьому СРСР, навіть на Сахаліні. Велику його частину написав Є.С. Буравський, хоч тепер про те знаю, здається, тільки я (Є.С. Буравський присутній на колективному фото аспірантів КДПІ набору 1954 р, поданому на с. 57 — крайній справа у першому ряду). Відбувши всі роки неволі, Є.С. Буравський повернувся до Києва, працював у якомусь інституті, але вже нічим іншим себе не проявив.



Довідники, підготовлені з моєю участю,
що вийшли друком у видавництві «Наукова думка» (1967, 1972 і 1975 рр.)

1967 р. у видавництві «Радянська школа» вийшла моя книжечка «Методика викладання математики. Математичні задачі і їх розв'язування». До того, тобто до 1966 р., видав 14 наукових робіт загальним обсягом 23 друкованих аркушів і написав половину докторської дисертації на тему «Матема-

Класні дошки були переносні, поверталися навколо горизонтальної осі. Писати можна було на обох боках, але, пишучи правою рукою, лівою потрібно було тримати дошку, щоб вона не поверталася. Виготовляли їх із фанери, пофарбованої чорною фарбою. Були вони рясно пошкрябані, нерідко здуті від вологи. Доброї крейди завжди бракувало, то ж дбайливим учителям крейду доводилося носити з собою.



Ручки, чорнильниці і форма письма «з натиском» у 1950–1960-х рр.

Кожен учень обов'язково носив каламар, який у ті часи називали не інакше, як чорнильницею. Частіше — невиливайку, а найбідніші учні — якунебудь пляшечку з корком, якщо мама не мала за що купити чорнильницю. Більшість учнів писали ручками, що складалися з бляшаної трубки і двох вставок: одна з пером, інша з олівцем. Вони були зручнішими і безпечнішими від звичайних, бо перо можна було вставити вістрям усередину і тому траплялося менше поранень. Інші користувалися фабричними дерев'яними ручками з бляшаним наконечником, а немало — і саморобними (у цьому разі перо прив'язували до палички нитками). Пера продавались різних марок: «ложечка», «рондо» та з десятків інших. Але учні користувалися лише пером «86», бо тільки воно давало змогу писати «з натисками», як вимагала тодішня каліграфія. Лише наприкінці 1960-х старшокласникам, які користувалися авторучками, дозволили писати без натисків, а ще пізніше — вже на початку 1970-х, коли з'явилися кулькові ручки, — натиски повністю відійшли в історію. Майже щодня в кожному класі можна було побачити школяра, щедро заляпаного чорнилом.

Чорнилом учні писали тільки фіолетовим, воно продавалось у півлітрових пляшках або в таблетках, які розчиняли звичайною водою. Написане довго не висихало, тому, перегортаючи сторінку або згортаючи зошит, учень

накривав написане *промокашкою* або промокаткою — папірцем, який швидко вбирав вологу. Такі промокатки ще на фабриці вкладалися в кожний зошит.

Коштував звичайний учнівський зошит 20 копійок, а підручник з алгебри — 1,6 крб, задачник з алгебри — 2,5 крб. Учитель математики 8–10 класів з вищою освітою отримував на місяць трохи менше 1000 крб. Після грошової реформи 1961 р. ціни і заробітки номінально зменшилися рівно в 10 разів.

Ніяких кабінетів не було — навіть для фізики, хімії чи ботаніки. Все обладнання для уроків фізики зберігалося в учительській в половині шафи, в іншій половині якої лежали моделі геометричних тіл, вимірювальні та креслярські інструменти. Але демонстрацій на уроках з математики я проводив багато: діти їх найбільше любили. З вимірювальних інструментів були в тій шафі: рулетка, складаний метр, клейончастий «сантиметр», кронциркуль, штангенциркуль.

Вимірювальним роботам у ті часи приділялось багато уваги. Проводили ми їх здебільшого на місцевості — за допомогою віх, метрівки, мірної стрічки, екера та астролябії. Але нерідко — і в класі. Учні вимірювали розміри наявних моделей геометричних тіл — призм, пірамід, циліндрів, конусів, куль, визначали їхні об'єми і площі поверхонь. Як роздатковий матеріал залучалися й найпростіші деталі, які використовувалися на уроках креслення.

Зізнаюсь, мені тепер дивно спостерігати за учнями, які розв'язують до сотні різних задач на циліндр або кулю, а не вміють виміряти їхніх діаметрів, не знають навіть, якими інструментами це можна зробити. Або чути від старшокласника, що висоту піраміди безпосередньо виміряти не можна, оскільки, мовляв, «всередину її не залізеш». Я переконаний, що й тепер слюсарям, токарям, монтажникам, столярам, будівельникам, особливо бригадирам, прорабам, технікам, інженерам і всім іншим виробничникам вимірювати геометричні об'єкти доводиться у сотні разів частіше, ніж, наприклад, розв'язувати рівняння чи досліджувати функції. Геометрія для них у сотні разів потрібніша, ніж алгебра чи аналіз. І не тільки виробничникам, а й архітекторам, конструкторам, дизайнерам, художникам, філософам. Тільки та геометрія, яка вивчає форми, розміри і взаємні розміщення реальних матеріальних об'єктів, а не убога система найпростіших наслідків з придуманих кимось примітивних аксіом.

Працюючи в Угловатій, я квартирував у літньої жінки Марії, яка вже не працювала, але вважалася кращою в селі куховаркою. Її завжди запрошували готувати страви на весілля чи похорони. Жили ми в одній кімнаті, вона ночувала на печі або на лежанці, а я — за грубкою на ліжку. Мав постійне робоче місце — пів стола на покуті; за столом на лавці лежали всі книги та особисті речі в чемоданчику. Хазяйці за житло і харчі я віддавав третину заробітної плати, а харчувала вона мене за тодішніми мірками до-

Розділ 3. Обриси моєї методики математики

Як створювалась моя методика

Методика математики — це наука про навчання математики. Вона належить до педагогічних наук. Іноді дискутують: наука це чи не наука? Нерозумні балачки. Якщо педагогіка — наука, то й методика математики, як і інші методики, — наука. Все залежить від того, що вважати наукою. Ця наука відносно молода. Бо й навчання математики в масових школах з'явилося відносно недавно.

Першою книгою з методики математики вважають працю Йоганна Генріха Песталоцці «Наочне вчення про число», видану в 1803 р.¹⁾ Першу методичну працю з математики українською мовою видано у Львові в 1874 р. Це була книжка Ст. Кириловича «Наука рахунків у школі народній». Першою в радянській Україні була методика М. Михаловського «Основи методики математики» (Харків–Одеса, 1931 р.), про яку ще йтиметься в наступному розділі. У ній, як і в тодішніх зарубіжних методиках, розглядалися й питання методики навчання в початкових класах.

Коли я починав читати курс методики математики в Криворізькому педінституті, то керувався в основному посібником В.М. Бродіса «Методика

¹⁾ Вже у 1806 р. цю чималу працю було перекладено російською мовою і видано в трьох книгах: Песталоцци И. Г. Очевидного учения о содержании чисел книга. Наглядное учение о числе. — С.-Пб: При Императорской Академии наук, 1806:

Книга первая. — XXIV, 178 с. (На шмуцтитулї: Песталоцциевы для начального учения книги);

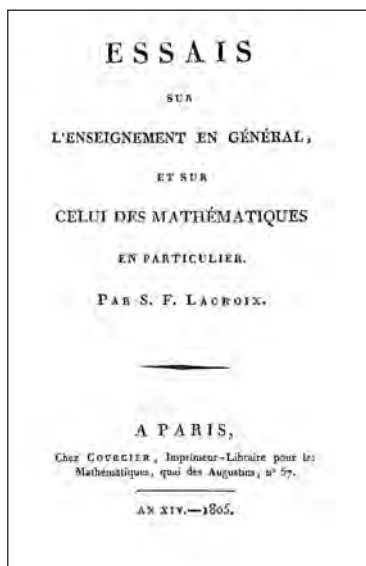
Вторая книга. — XII, 276 с.;

Книга третья. — VI, 286 с. (На шмуцтитулї: Из Песталоцциевых книг Элементарных, то есть для начального учения).

Видання доволі рідкісне (але є в Національній бібліотеці України ім. В.І. Вернадського), тому мало хто його цитує. Із публікацій останніх років нам відомий лише один такий приклад — у статті: Калинина Е. А. Первоначальное обучение детей в конце XVIII – начале XIX в. //Педагогика, 2015, №2, с. 112–117.

Втім, методична система Песталоцці стосувалася лише початкового навчання. Першою працею з методики математики для середньої школи, якщо й не хронологічно, то, безумовно, за її впливом на європейську освіту, потрібно, мабуть, вважати книгу С.-Ф. Лакруа «Нариси з викладання загалом і викладання математики зокрема» (Essais sur l'enseignement en général et sur celui des mathématiques en particulier. — Paris: 1-e éd., 1805 (VIII, 390 pp.); 4-e éd., rev. et corr. 1838 (VIII, 360 pp.)). — *Прим. ред.*

викладання математики в середній школі». Цей посібник (за редакцією О.І. Маркушевича) було перекладено українською мовою (1951 р.), він видавався в Болгарії, Німеччині, Румунії, Чехословаччині, Китаї, Японії... Були ще посібники за редакцією С.Є. Ляпіна («Методика викладання математики», 1952 р.), Є.С. Березанської («Методика арифметики», 1955 р.), В.В. Реп'єва («Загальна методика викладання математики», 1958 р.). Істотно розширив свої знання з методики в Києві. Тут я вирішив довідатись про неї більше. Придбав комплект журналу «Математики в школі» за всі роки, багато номерів журналу «Вестник опытной физики и элементарной математики», і читав, читав... Знайомився з тим, що публікувалося з методики математики раніше. І в нас, і за кордоном. Тоді й виникло бажання створити свою методику викладання математики. Спочатку написав посібник для студентів-заочників «Методика викладання математики. Математичні задачі і їх розв'язування» (1967 р.). Потім — «Методику викладання математики. Загальні питання» (1968 р.). Згодом виникло бажання дописати й другу частину — про викладання арифметики, алгебри, початків аналізу та геометрії. Видавництво «Вища школа» видало цю книгу в 1972 р. Пізніше я об'єднав обидві книги в один посібник і його було перевидано в 1977 і 1989 роках.



«Нариси з викладання загалом і викладання математики зокрема»
С.- Ф. Лакруа (1805 р.)



«Методика викладання математики в середній школі»
В.М. Брадіса (1951 р.)

Крім курсу «Методика викладання математики» для студентів педагогічних вишів, я написав і посібники для вчителів: «Методика викладання алгебри», «Методика розв'язування алгебраїчних задач» і «Методика розв'язування стереометричних задач» (зображення на другому форзаці та в розділі «Дорога до школи»).

Про створення підручників з математики



М.В. Фоменко

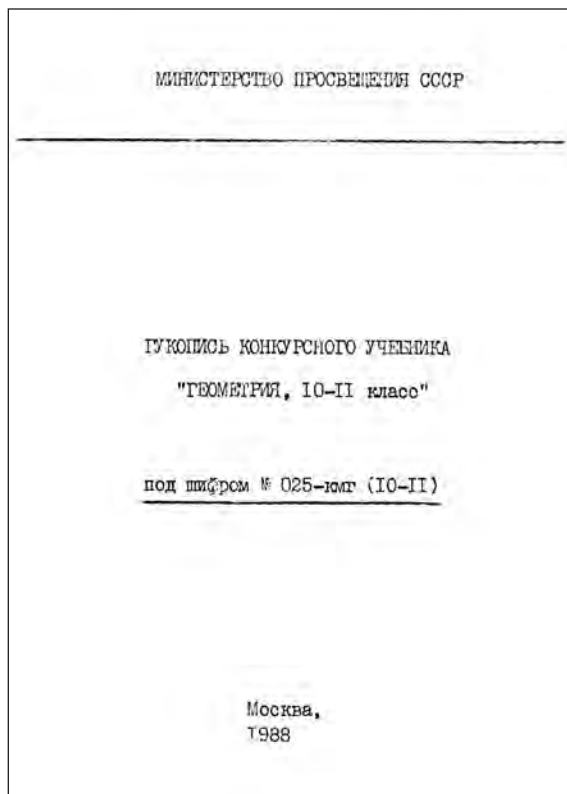
Спонукав мене до написання підручників Міністр освіти УРСР у 1979–1990 рр. Михайло Володимирович Фоменко (1934–2014). «Вичитуючи» за лист академіку О.В. Погорелову, він кілька разів повторив мені: «Всі ви мастаки критикувати авторів підручників. А спробуйте самі написати підручник!». І я спробував. Спершу взявся за підручник з алгебри для 6 класу. Включив ту роботу як планову. Тодішня завідувачка кафедри З.І. Слепкань викреслила її, сказавши, що підручники мають писати «люди з авторитетом». Це ще більше підсилило мій гнів. Згодом випала слушна нагода: в 1988 р. у Москві оголосили відкритий конкурс на написання підручників. Я вирішив написати підручник з геометрії для 10–11 класів. До співавторства залучив обох своїх доньок, які тоді вже працювали вчителями математики. Написали, послали на конкурс. Запам'ятався перший варіант девізу для засекречування рукопису:

Победим, не победим,
но учебник создадим!
И удобен, и умен
для компьютерных времен.

Правда, згодом його замінили на інший, скромніший:

«Научность, доступность, практичность, преемственность».

Писав — як писалось, без жодних особливих настановлень. Звичайно, приступаючи до написання підручника для учнів, я був непогано підготовлений. Працюючи над кандидатською дисертацією «Доведення в шкільному курсі алгебри», я ще аспірантом аналізував різні твердження шкільної алгебри, порівнював їх, пропонував нові. То ж, непогано вивчив десятки різних підручників. І готуючись до лекцій, і пишучи окремі параграфи про підручники, задачники і навчальні посібники для своєї методики, я аналізував різні старі й новіші вітчизняні підручники. В моїй книгозбірні є чимало старих російських підручників з математики, починаючи від «Теоретической и практической арифметики» Д.С. Анічкова 1771 р. видання. Є перші радянські підручники, немало пробних підручників. Проглядав кілька підручників з Польщі, Болгарії, ОАР, Японії, які привозили аспіранти тих країн, що навчались на нашій кафедрі. Бачив, як створювали найновіші «програмовані підручники» в Україні О.І. Власенко, І.Ф. Тесленко, І.Є. Шиманський, читав і писав статті про такі підручники. Тому проблема підручника загалом мені була добре відома. Неважко було й пов'язувати навчання з життям, наповнювати абстрактні теорії реальною практикою.



Титульна сторінка зашифрованого рукопису нашого підручника з геометрії для 10–11 класів, поданого на Всесоюзний конкурс у 1988 р.

Решение конкурсной комиссии по школьным учебникам математики от 6 июля 1988 г.

1. Лучшими по итогам конкурса на создание школьных учебников геометрии признаны рукописи под шифрами 042-кмг(7—9) — для VII—IX классов и 041-кмг(10—11) — для X—XI классов. Рукописи отличаются доступностью изложения, направленностью на самостоятельное изучение материала учащимися, отчетливой практической направленностью.

2. Второе место среди учебников геометрии для VII—IX классов заняла рукопись под шифром 057-кмг(7—9). В конкурсе учебников геометрии для X—XI классов второе и третье места поделили рукописи под шифрами 056-кмг(10—11) и 025-кмг(10—11). Для рукописей учебников 057-кмг(7—9) и 056-кмг(10—11) характерен высокий уровень строгости изложения теоретического материала, краткость и точность языка, построение курса на аксиоматической основе. Рукопись учебника 025-кмг(10—11) характеризует экономность изложения, удачное сочетание научности и доступности.

3. Третье место среди учебников геометрии для VII—IX классов заняла рукопись под шифром 055-кмг(7—9). Ее отличает нетрадиционность изложения ряда вопросов, живость и занимательность языка, направленность системы упражнений на развитие учащихся.

4. Последующие места заняли рукописи:

49

Геометрия для X—XI классов

Авторами рукописи 041 под девизом «Сиринус» являются проф. МГПИ Л. С. Атанасян, проф. МГУ В. Ф. Бутузов, кандидат физ.-мат. наук (МГУ) С. Б. Надомцев, методист ЦИУУ Л. И. Киселева, проф. МГУ Э. Г. Позняк.

Автором рукописи 056 под девизом «Вега-II» является академик АН СССР А. В. Погорелов.

Автором рукописи 025 под девизом «Наука — это жизнь» является доцент Киевского пединститута Г. П. Бевз, преподаватель математики КИИГА В. Г. Бевз, учитель шк. № 174 Киева Н. Г. Владимирова.

Авторы рукописей, занявших последующие места:
054 — А. Д. Александров, А. Л. Вернер, В. И. Рыжик;
064 — В. Г. Болтянский, Г. Д. Глейзер, Л. М. Пашкова;
029 — Л. М. Лоповок, Б. М. Колесник; 072 — А. Н. Земляков.

Государственный комитет СССР по народному образованию поздравляет победителей конкурса и благодарит всех авторов, принявших участие в работе по созданию школьных учебников.

50

Витяги з публікації рішень конкурсної комісії в журналі «Математика в школі» (№ 5 за 1988 р.)

Я непогано знав багато виробництв: сільське господарство, ковальську і слюсарну справи, бачив, як працюють теслярі, покрівельники, муляри, побудував з татом кілька хат. Усе те сприяло написанню, оскільки писав про те, що добре знав.

На конкурс ми подали підручник з геометрії для 10–11 класів. Машинопис розмножили тиражем 150 примірників під шифром «№ 025-кmg (10–11)» (див. подану тут титульну сторінку). За результатами конкурсу, наш рукопис поділив 2 і 3 місця з підручником О.В. Погорелова. Про це повідомляв всесоюзний журнал «Математика в школі» (1988, № 5, с. 48–50) (подані витяги з публікації про рішення комісії).

Згодом самі обставини сприяли роботі. Коли наша «Геометрія для 10–11 класів» перемогла в конкурсі, московське видавництво «Просвещение» порекомендувало нам дописати до неї матеріал для 7–9 класів. Ми дописали, і в 1992 р. «Просвещение» видало книжку тиражем 161 600 примірників з грифом «Учебник для 7–11 классов средней школы. Допущено Министерством образования Российской Федерации». Друге і третє видання вийшли в 1994 і 1996 рр.

Тим часом Україна стала суверенною. Виникла нагальна потреба у своїх підручниках. Звісно, я не міг стояти осторонь. Видавництво «Освіта» спершу видало мої пробні підручники: «Математика, 7», «Математика, 8», «Математика, 9», «Математика, 10» і «Математика, 11». Книжечки були невеликі, по 176 сторінок, кожна містила алгебраїчний і геометричний матеріал, теорію й задачі. Вони й служили першими підручниками, їхні наклади були по 170 000 і 160 000 примірників. Тоді ж, разом з моїми співавторами, був виданий і експериментальний посібник «Геометрія» для 10–11 класів шкіл з поглибленим вивченням математики (К.: Освіта, 1992. – 224 с.).

Згодом, коли виникло питання про створення підручників наступного покоління — більш повних, краще методично оснащених, багатокольорових, я вже глибше замислювався, яким має бути підручник для школи. Вирішив, що він має бути доступним для учнів, коректним у науковому плані, містити теорію й задачний матеріал. Задачі повинні відрізнятися від тих, що вже були в підручниках. Звичайно, знайомився і з поглядами інших авторів, які писали підручники. Вони були дуже різні. Я вибирав розумну середину: щоби підручник був не надто великим за обсягом, але й не надто стислим. Головне — доступність для учнів відповідного віку, написаний доступною для них мовою, на доступних для них прикладах.

Невдовзі з'явилась і конкуренція багатьох авторів і видавництв, своєрідне змагання, то ж виникла потреба писати не просто підручник, а кращий підручник, який би зміг перемогти в конкурсі. Так поступово в мене виробилась своя методика створення підручника.

Особливо багато важить у підручнику з математики набір задач. Він повинен бути доволі великим, задовольняти різних учителів та учнів, пов'язаним з історією рідного краю. Щоб можна було, навчаючи учнів, і ви-



Обкладинка і титульна сторінка 1-го видання нашого підручника з геометрії для 7–11 класів. 1992 р.

ховувати їх, зокрема — виховувати любов до своєї країни, до її історії, традицій. А всі учні різні, і вчителі різні. Різної працездатності, різних можливостей. Задачі повинні бути різної трудності: і найлегші, які доступні навіть найслабшим учням, і доволі складні, щоб задовольняти потреби найбільш здібних до математики.

Підручник повинен містити матеріал про різних працівників: хліборобів, тваринників, шахтарів, металургів, хіміків, корабелів, моряків, авіаторів... Тут багато важить досвід. Мені легко було пов'язувати навчання математики з різними виробництвами, бо свого часу працював і в селі, і між металургами Криворіжжя, і між шахтарями Донбасу. Любив поезію, гармонію, красу. Красу не тільки зовнішню, красу форм, а й красу створення нового, красу природи, поезії, музики, рідної пісні. І почуття міри потрібно дотримуватись. Почуття розумної міри — головне. В усьому. І в розумінні самих дидактичних принципів. Вони теж повинні бути гнучкими. Бо люди різні. І дидактичні принципи різні в різних авторів. Та й з часом вони змінюються.

Не всі однаково розуміють принцип науковості навчання. Раніше (до ХХ ст.) школи переважно орієнтувались на науку. Освічених людей було мало, і вважалося, що школа готує майбутніх науковців. Відповідно, підручники для школярів писали мало не так само, як і для студентів університетів. Згодом, коли через школи проходила майже вся молодь, вони перестали орієнтувати на науку, а готувати грамотних компетентних громадян.

Відтоді й принцип науковості зобов'язував орієнтуватись на учнів. Тепер вважається, що в підручнику дотримано принципу науковості навчання і тоді, коли в ньому є окремі логічні пропуски, формулюються не всі означення, аксіоми, подаються не всі доведення, але водночас, як зазначалось, немає фактичних помилок.

І принцип доступності навчання в школі не потрібно трактувати формально. Різні діти навіть одного класу сприймають матеріал не однаково глибоко і не однаково швидко. Те, що для одного учня зрозуміле, для іншого може бути не зрозумілим. Підручник має бути написаний так, щоб його розуміли і слабші учні. Для більш здібних, кмітливіших у підручнику має бути окрема рубрика «Хочеш знати більше?», пропонуватися задачі «з зірочкою» тощо.

І принцип наочності навчання тепер трактують ширше, ніж раніше. Наочність розуміють не тільки матеріальну чи у вигляді сюжетних малюнків. До неї відносять також графіки, різні види діаграм, схем, круги Ейлера, символіку тощо. Все це я використовував у своїх підручниках.

Одним з найважливіших дидактичних принципів є зв'язок навчання з життям. Про нього в цій книжці йдеться у різних місцях.

І працюючи в школі, і навчаючи майбутніх учителів математики, і створюючи підручники для школярів і студентів, я виокремлював ще один важливий, на мій погляд, принцип — людяності. Згодом написав про те окрему книжечку «Людське». Навчаючи дітей, будь людиною. Діти — це теж люди. І маєш з ними поводитись, а також з їхніми батьками, іншими вчителями по-людськи. Кожен може помилятись, але повинен уміти виправляти помилки. Умій прощати, вибачатись, дякуй за допомогу. Не забувай похвалити учня, якщо він на те заслужив. Обережно стався до покарань. Будь вимогливий, але справедливий, тактовний. Звичайно, в підручнику про це писати не потрібно, але й забувати не слід.

Важливу роль у підручнику відіграє мова. Свого часу автори підручників з математики й учителі багато уваги приділяли виробленню української термінології, намагались звільнити її від русизмів. У цій справі бували й непорозуміння. Не всі добре обізнані навіть з найважливішою літературою. Хоч існували вже й академічні словники, але деякі автори продовжували вважати, що нових математичних словників не існує. Наприклад, В.М. Горбачук, В.П. Денисюк та ін. у брошурі «Російсько-український і україно-російський математичний словник» (с. 3) стверджували: «Що стосується українсько-російського математичного словника, то його просто немає». А тому вони, мовляв, і видали свій «Російсько-український і україно-російський математичний словник» (Київ: НМК ВО, 1993, наклад 1 000). Загалом, довелося докласти немалих зусиль, щоб перевести школи на нову символіку, нові описи найважливіших понять.

* * *

За тривалий час написання кількох поколінь підручників з математики для всіх класів з 5-го по 11-й я зі своїми співавторками В.Г. Бевз та Н.Г. Бевз сформуvalи свою систему поглядів на методикy створення підручників, яку можна вважати нашою концепцією. Нижче подаю її у викладі проф. В.Г. Бевз.



В.Г. Бевз

1. Підручники потрібно укладати з дотриманням найважливіших дидактичних принципів: науковості, доступності, наступності, наочності, систематичності, прикладної і практичної спрямованості навчання та інших. У кожному підручнику мають реалізовуватися всі їхні провідні функції — інформаційна, формуюча, розвивальна, виховна, мотиваційна, диференціації та індивідуалізації навчання, управлінська.

2. В основу побудови всіх підручників потрібно закладати провідні методологічні підходи до навчання математики — діяльнісний, компетентнісний, аксіологічний, розвивальний та особистісно орієнтований. Засобом для реалізації діяльнісного підходу в підручнику є система доцільних задач

і вправ, у процесі розв'язування яких учні виконують систему дій, що поступово ускладнюється й урізноманітнюється. Для активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів у підручники включаються завдання, пов'язані з конструюванням і дослідженням, зображенням і порівнянням, самостійним складанням учнями задач тощо. Система задач забезпечує умови для формування визначених програмою компетентностей (учні можуть постійно закріплювати отримані знання й використовувати їх на практиці). Введення учнів у світ цінностей і надання їм допомоги з вибору особистісно значущої системи ціннісних орієнтацій забезпечується реалізацією аксіологічного підходу. Елементи розвивального підходу відображаються у підручниках через включення задач з логічним навантаженням та задач підвищеної складності, створення проблемних ситуацій тощо. Для реалізації основних положень особистісно орієнтованого підходу підручники будуються так, щоб кожний учень міг найповніше реалізувати себе, власні здібності та інтереси, відповідно до рівня своєї підготовки, видів здібностей, характеру навчальної мотивації тощо. Для задоволення потреб учнів різної психічної організації підручники містять різні за способом виконання та призначенням ілюстрації — графічні, мальовані, слайди тощо. Зміст підручника потрібно спрямовувати на задоволення потреб хлопців і дівчат, сільських мешканців і міських, схильних до математики учнів і тих, хто має невисокі математичні здібності.

«Мовна комісія Наукового Товариства ім. Шевченка припоручила мені зладити математичну термінологію, маючи на увазі переважно математику шкільну. Хоча існують і в нас дуже добрі підручники з елементарної математики (Арифметика й Алгебра (Ч. I і II) проф. П. Огоновського та Геометрія (Ч. I і II) д-ра Е. Савицького), де можна знайти добру термінологію до нижчої математики, та, однак, я з охотою прийнявся за виконання даного мені поручення. Руководила мною та надія, що, може, за допомогою такої збірки буде легше комусь фаховому зайнятися укладанням підручників для вищих гімназій та вищих міських народних і реальних шкіл; для таких шкіл або нема підручників, або є перестарілі. Збірки цієї, однак, я не вважаю за останнє слово в питанні математичної термінології, вважаю її лише матеріалами, які поступово треба буде доповнювати...».



Ф.П. Калинович

У Наддніпрянській Україні перші україномовні школи почали масово виникати в роки більшовицької революції. Підручники з математики для них видавалися в Києві, Житомирі, Вінниці, Катеринославі, Полтаві та деяких інших містах. Математичні терміни в тих підручниках запозичувалися переважно з російської, наприклад: «ділитель», «знаменатель», «числитель», «угол», «скобки» тощо. В інших підручниках ті самі поняття іменували іншими словами. Виникла нагальна потреба створити єдину українську математичну термінологію. У 1919 р. математична підкомісія Інституту Української Наукової Мови доручила галичанину Федору Пилиповичу

Калиновичу (1891–1967), який закінчив математичне відділення філософського факультету Львівського університету, слухав там лекції Михайла Грушевського та особисто познайомився з великим ученим, скласти проект такого словника. Поклавши в основу «Матеріали до математичної термінології д-ра В. Левицького», Федір Калинович уже через рік завершив цю роботу. Однак видати новий «Словник математичної термінології» вдалося лише в 1925 р.¹⁾

Чув, що «Словник» Ф. Калиновича з радянських бібліотек було вилучено. Я маю його (без титульної сторінки), а в примірнику з Національної бібліотеки ім. В.І. Вернадського є й титульна сторінка. Це — великого формату добре впорядкована книга на 240 сторінок. Крім власне «Словника математичних термінів», з набором у 2 колонки, вона містить також відповідники найважливіших термінів російською, німецькою та французькою мовами. В українській частині Словника наведено 3 486 гнізд математичних термінів.

¹⁾ Точніше сказати, це була Частина I «Словника математичної термінології», яка мала назву «Термінологія чистої математики». Крім неї, Ф. Калинович уклав і видав ще дві частини з наук, які в ті часи, а почасти й зараз, відносять до математики: Частина II. Термінологія теоретичної механіки (1926 р.); Частина III. Астрономічна термінологія і номенклатура (1931 р.) (співавтор Г. Холодний). — *Прим. ред.*

[53 (918) (93)]

ВСЬОУКРАЇНСЬКА АКАДЕМІЯ НАУК || UKRAINISCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
Інститут Укр. Наукової Мови, Природничий Відділ. || Institut der ukr. wissenschaftlichen Sprache.

Матеріали до української природничої термінології та номенклатури
Materialien zur ukrainischen naturwissenschaftlichen Terminologie und Nomenklatur.

Том IV, випуск 1.

Band IV, 1 Heft.

Ф. КАЛИНОВИЧ

СЛОВНИК

МАТЕМАТИЧНОЇ ТЕРМІНОЛОГІЇ

(ПРОЄКТ)

Ч. I

Термінологія чистої математики

Зредагувала Математична Секція Природничого Відділу Інституту
Української Наукової Мови ВУАН

ДЕРЖАВНЕ ВИДАВНИЦТВО УКРАЇНИ
1925.

Словник математичної термінології.

Частина I.

A.

1. **Абак** ЛІММ /абак/Abakus/abaque.
Абелева група 516.
Абелів інтеграл 951a.
Абелева функція 3223.
2. **Абсолютний** Л. Від. 5; безоглядний Ч. Оп. [безагладний ЛІММ; беззнаковий Хв. В. 97; безумовний Бор. 47; безусловний ЛІММ] /абсолютний/ absolut/absolu.
Абсолютна вартість 103.
Абсолютна величина 126.
Абсолютна геометрія 416.
Абсолютний дріб 676.
Абсолютна збіжність 795.
Абсолютна ймовірність 899.
Абсолютний інваріант 909.
Абсолютна інволюція 919.
Абсолютна кривина 1218.
Абсолютний максимум 1385.
Абсолютний образ 1661.
Абсолютний переріз 1834.
Абсолютна рівність 2995.
Абсолютне число 3372b.
3. **Абсолютно збіжний**; [безагладно—ЛІММ; безумовно—ЛІММ] /абсолютно збіжний/absolut konvergent/absolument convergent.
Абсолютно збіжний ряд 2680.
4. **Абсолютно найменший/абсолютно малий**/absolut kleinster/le plus petit absolulement.
5. **Абсолютно спряжений/абсолютно сопряженный**/absolut konjugiert/absolument conjugué.
Абсолютно спряжена точка 2997.
6. **Абстрактний** Ост. 10; умозовний Хв. Сл. [відлучений Дел. 13; подуманий Гр. I. 154/абстрактний, умозрительный/abstrakt/abstrait.
Абстрактна геометрія 417.
Абстрактна група 488.
Абстрактне поле 2153.
Абстрактне число 3374.
7. **Абсциса** Хв. Сл.; відгята Сек. [відрізна Сав. Г. 74; значник перший (поземий) ГШО; одрізок Хв. Сл.] /абсцисса/Abszisse/abscisse.
Абсциса вісь 341.
8. **Аутоморфізм/аутоморфизм**/Automorphismus/automorphisme.
9. **Аутоморфний** Л. Mat. 8/аутоморфний/automorph/automorphe.
Аутоморфна форма 3183.
Аутоморфна функція 3224.
Агрегат 804.
10. **Азигетичний** Кр. Кр./азигетичний/azygetisch/azygétique.
Азигетичний збір 805.
Азигетична трійка 3125.
Азигетична чвірка 3344.
11. **Азигетичність** Кр. Кр./азигетичность/Azigität/azygité.
12. **Аксиома** Кр. Г. 1; основне твердження ГШО [аксіом ЛІММ] /аксіома/Axiom, Grundsatz/axiome.
13. **Аксиома арифметична** Кр. Г. 7;—**кількісна** ГШО; /арифметическая аксіома /arithmetisches Axiom /axiome arithmétique.
14. **Аксиома монотонії** Гр. Ар. 9/аксіома монотонии/Monotonieaxiom/axiome de monotonie.
15. **Аксиома однозначности** Гр. Ар. 9/аксіома однозначности/Eindeutigkeitsaxiom/axiome d'univocité.
Аксиома площі 16.
16. **Аксиома про площу** Сек.;—плоский Кр. Г. 9/аксіома плоскости/Ebenenaxiom/axiome du plan.
17. **Аксиома просторова** ГШО;—простору К.Г. 242/ аксіома пространства/Raumaxiom/axiome de l'espace.
18. **Аксиоматика/аксиоматика** /Axiomatik/axiomatique.
19. **Аксонетрія** ЛІММ /аксонетрия/Axonometrie/axonométrie.
Актуальна безкопечність 67.

Мова нації — то її душа. А наукова мова — складова душі і розуму народу. Українці створили добротну математичну мову. А творилась вона не просто і не одразу. Словник Ф. Калиновича задовольняв вихідців із Галичини, які добре володіли польською або німецькою мовами, і не задовольняв інших. Тому його різко критикували К.М. Щербина, Д.А. Крижановський¹⁾. А особливо Д. Дрінов і П. Сабалдир. Їхня стаття «Проти націоналізму в математичній термінології» була опублікована у виданні: Математичний термінологічний бюлетень. Виправлення до математичного словника чч. 1, 2, 3 // ВУАН, Інститут мовознавства, № 2. — Київ: Вид. ВУАН, 1934, с. 5–22. Про її спрямування достатньою мірою говорить сама назва. Наводячи чимало цілком слушних фахових критичних зауважень, автори, проте, загострювали головну увагу на «класовій» і «пролетарській» оцінці цих недоліків. Наприклад:

«Безперечно, що автори «Словника математичної термінології», прагнучи шляхом різного роду фальсифікацій відірвати українську наукову термінологію від інтернаціональної, створити штучний бар'єр між українською термінологією та російською, між мовою українського пролетаріату та російського, діяли не тільки за принципом: „як завгодно, тільки далі від того, що є спільне для двох мов, української та російської, або для багатьох мов...».

Наукова термінологія — це справа не одного авторського колективу і не одного десятиліття. Вона збагачувалась та удосконалювалась крок за кроком у процесі реального творення навчальної і наукової літератури, збору та узагальнення напрацьованих джерел. У результаті українська наукова мова стала багатогою і зручною, нічим не гіршою від мов інших розвинених країн, зокрема й від російської.

У більшості читачів, які ніколи не замислювались над питанням про значення цієї сфери життя суспільства, декларована нами її важливість може здатись надуманою, перебільшеною. Але такі сумніви одразу розвіюються, коли знайомишся з навчальними книгами, виданими в ті часи, коли цього багатства ми ще не мали.

Для прикладу зачитуємо кілька рядків з «Алгебри» К. Лебединцева (Державне видавництво України, 1923):

«Ця частина «Алгебри» містить відомости про степенування й корінування, про розв'язування квадратних рівнень та інших, які можна звести до ква-

¹⁾ **Крижановський** Дмитро Антонович (1883–1938) — відомий одеський математик. Навчався в Новоросійському (тепер Одеському) та Геттінгенському університетах. З 1913 р. — на викладацькій роботі в університеті та інших вишах Одеси. Був засновником і керівником Української Термінологічної Комісії науково-дослідної кафедри математики в університеті (1926), співавтором «Російсько-українського словничка математичної термінології та фразеології. Алгебра», що вийшов в Одесі в 1927 р. У перекладі Д.А. Крижановського російською мовою двічі виходила 2-томна праця його знаменитого вчителя Ф. Клейна «Елементарна математика з точки зору вищої» (у 1934–35 і 1987 рр.). У 1938 р. засуджений за звинуваченням в участі у контрреволюційній есерівській організації. Помер у в'язниці. — *Прим. ред.*

2. Методи активізації уваги учнів

Вступ

Аби учні добре сприймали зміст навчання, який їм передається, вони повинні мати бажання сприйняти його. Само собою це бажання не виникає. Нерідко учень ніби слухає вчителя, але слухає не уважно, незацікавлено. Тому й результати такого навчання бувають дуже скромними.

У дореволюційні часи вчитель не дуже піклувався про те, чи хочуть школярі зрозуміти матеріал, який він викладає. Не хоче — нехай кидає школу. Не слухає — не уникає покарання. Навіть півстоліття тому більшість школярів «гризли граніт науки», щоб «вийти в люди». Зараз багато чого змінилось. Ось що фіксували педагоги-новатори на початку горбачовської «перебудови»:

«Придивімося до тих змін, які відбулися в школі. На перший погляд ніби все те саме: вчитель входить до класу, опитує учнів і пояснює їм новий матеріал — нехай, навіть, інший матеріал, складніший або простіший, нехай із застосуванням технічних засобів навчання, в добре обладнаних кабінетах — суть залишається колишньою. Глибокі зміни відбулися не так в учителів, як в учнів. Раніше учень, який не хотів або не здатний був учитися, залишався на другий або навіть на третій рік, вибував зі школи; раніше були потужні економічні стимули: краще вивчиш, будеш більше заробляти. Раніше у багатьох батьків не було змоги довго вчити дітей, давати їм середню освіту, і тому багато дітей, передовсім малоздібні учні, йшли зі школи. Існував контингент учнів (що становив близько 30%), який сам собою поступово відсіювався. Зараз усі ці учні в наших класах, ми — чи не перше покоління педагогів, на долю яких випало вчити дітей без відбору та відсіву... Саме стосунки з учнями виходять сьогодні на одне з чільних місць»¹⁾.

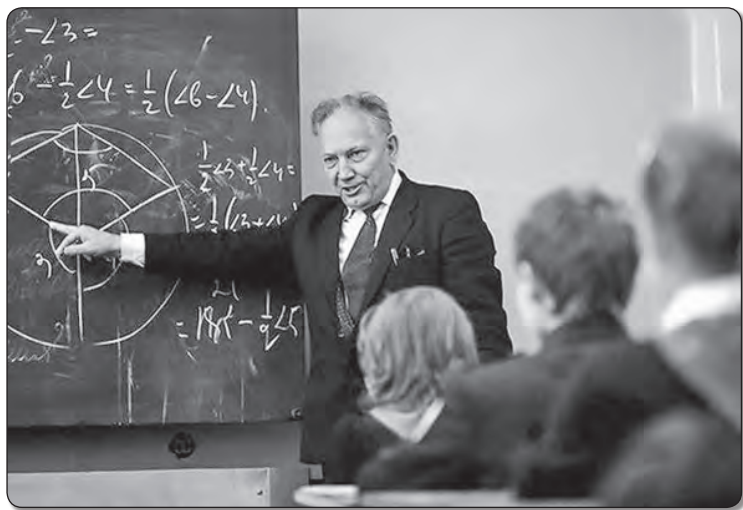
Дуже корисно й сучасним педагогам прислухатися до цих оцінок. Ні глибоке знання математики, ні вміння користуватися новітніми засобами та «найактивнішими» методами навчання не допоможуть учителеві досягти належних результатів навчання, якщо в нього не налагоджені взаємостосунки з учнями.

Говорячи про стосунки вчителя з учнями, маємо на увазі й стосунки між ними взагалі й на конкретному уроці. Перші формуються місяцями, навіть роками, їхній зв'язок з методами навчання хоча й не лежить «на поверхні», але все ж існує. Якщо вчитель добре вчить і виховує, тобто добре виконує своє головне завдання, то й ставлення до нього зазвичай буває добрим. А якщо учні поважають учителя, вірять йому, тоді він і на уроці може менше турбуватися про привернення їхньої уваги. Але таке ставлення до себе потрібно заслужити. Не так словами, як справою — на уроках і поза уроками, навіть поза школою.

¹⁾ Педагогика сотрудничества: Отчет о встрече педагогов-экспериментаторов //Учительская газета, 1986, 18 окт.

Орієнтуватися на те, що всі учні завжди будуть ідеально слухняними й старанними, — означає видавати бажане за дійсне. Зрозуміло, що кожному вчителеві потрібно прагнути до того, щоби учні його слухали й виконували всі вимоги та завдання, особливо на уроках.

Належні взаємостосунки учителя з учнями встановлюються не самі по собі і не лише на уроках. Наприклад, В.Ф. Шаталов спочатку привертав до себе своїх учнів під час ранкової руханки. Щоденно перед уроками він разом з більшістю вихованців близько години займався бігом та іншими спортивними вправами. Робилося це невимушено, в дружній атмосфері. Як наслідок, діти настільки наблизилися і «прив'язалися» до вчителя, що ні в кого з них й думки не виникало не послухатися його на уроці. Звісно, не кожен учитель може в такий спосіб привернути до себе школярів. Але можна робити це й іншими способами. Хтось з учителів уміє добре грати на якомусь музичному інструменті, хтось непогано співає чи декламує, малює чи танцює, грає в шахи; хтось бував у далеких краях і може цікаво розповісти про це своїм учням, хтось добре знає історію рідного краю, хтось прочитав нову цікаву книгу тощо. Наші теперішні вчителі — всі з вищою освітою, добре підготовлені, кожен багато знає і вміє. Тому майже кожному з них є чим привернути до себе своїх вихованців. І цим потрібно користуватися — щоби зробити стосунки з учнями якщо не відмінними, то хоча б добрими. Це — стратегія.

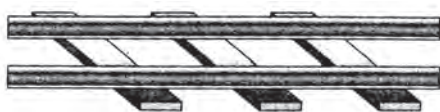


На уроці В.Ф. Шаталова (1970-ті роки)

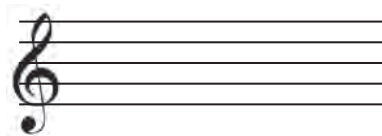
Але й про тактику не потрібно забувати.

Вимагати, щоб усі учні на кожному уроці всі 45 хвилин були абсолютно уважними, нереально. Навіть дуже суворі досвідчені вчителі на окремих уроках дозволяють учням розслаблятися. Але на відповідальних етапах, особливо під час пояснення нового матеріалу, потрібно вимагати від школярів максимальної концентрації уваги.

— Сьогоднішній наш урок я б назвав уроком про залізничні колії і нотний стан. Згадаймо, як покладені рейки на залізниці і як розміщені лінії, на яких записують ноти (вчитель демонструє рисунки 11, а, б). Що в них спільного? Правильно: прямі, що зображають рейки на залізниці, не перетинаються, і прямі лінії нотного стану теж не перетинаються. Такі прямі називають паралельними. Отже, запишемо тему уроку: «Паралельні прямі». Паралельними називають прямі, які...



а)



б)

Рис. 11



Рис. 12

Такий нетрадиційний початок викладу нового матеріалу, звичайно, привертає увагу учнів. Ще приклади.

— Сьогодні я розповідалиму про драбину... Так, про драбину. Чи не нагадують рисочки на ваших лінійках драбину (рис. 12)? Латиною драбина називається шкалою. Отже, тема сьогоднішнього уроку: «Шкали».

— Коли ми вже говорили про те, що латинське слово «шкала» в перекладі означає «драбина». А як латиною буде сходинка драбини? Градус. Наприклад, якщо ртуть у термометрі піднялась на одну сходинку, то кажуть, що температура збільшилась на один градус. Градусами вимірюють також і кути. Сьогодні ми розглянемо градусне вимірювання кутів...

— Запишемо тему уроку: %.

Що означає цей значок? Це — значок (знак, символ) для позначення відсотків. Що ж це таке «відсоток»?

У цих прикладах — неформальні повідомлення теми уроку. Зазвичай це привертає увагу школярів. Можна дискутувати з приводу доцільності таких прийомів: одним вони подобаються, іншим — ні. Це природно. Природною потрібно вважати й рекомендацію: кому що подобається, нехай те й застосовує.

Багато хто з педагогів для активізації уваги школярів згадує на уроках героїв казок, мультфільмів, створює нових персонажів: Кмітливого, Незнайку, Чомучку...

— Діти! Вчора я зустрів старого Піфагора. І ви лишень послухайте, що він мені розповів. Каже, що в кожному прямокутному трикутнику квадрат гіпотенузи дорівнює сумі квадратів катетів. У кожному! Ось дивіться. Нехай ABC — прямокутний трикутник...

Або:

— Декілька років тому вчився в моєму класі учень Кмітливий. Кмітливий був хлопчик. Одного разу він запитав: «Чи можна побудувати трикутник з двома тупими кутами?». Що я мав йому відповісти?..

Перед опрацюванням теми про повороти учням можна, наприклад, показати «перевертня», прикріпивши його до класної дошки (рис. 13, а).

— Поворотом можна багато чого зробити. Ось погляньте, що можна зробити, наприклад, із цим портретом...

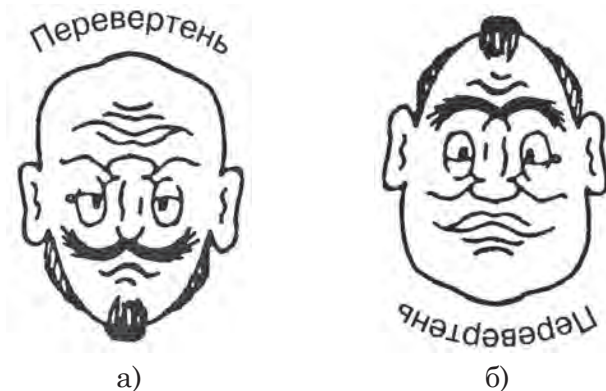
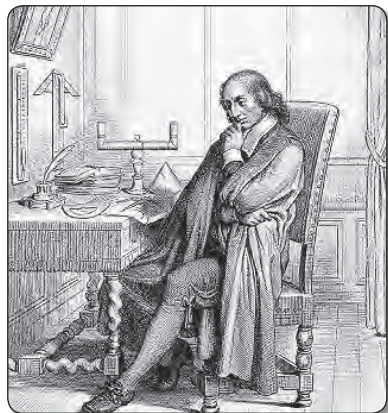


Рис. 13

Говорячи так, учитель повертає «портрет» на 180° (рис.13, б). За мить — регіт, здивування, і учні стають максимально налаштованими на тему.

Хтось може сказати, що такі «біляматематичні» приклади — «оживляж», що вони викликають лише коротке пожвавлення, а не глибинний інтерес до математики. Правильно. Тому наголошуємо, що на такі приклади можна відводити не більше 1–2 хв. І робити це лише на окремих уроках. На уроках з математики потрібно не розважати учнів, а зацікавлювати їх математикою. Маємо правильно розуміти пораду Блеза Паскаля: «Предмет математики настільки серйозний, що не можна нехтувати можливістю зробити його хоч трохи цікавим». Зробити цікавим потрібно предмет, а не тло, на якому він подається! Потрібно робити цікавим сам зміст шкільної математики.



Блез Паскаль



Ян Амос Коменський

4. Методи закріплення знань та умінь

Вступ

Як би добре не був викладений матеріал і як би добре учні не засвоїли його, з часом значну його частину вони можуть забути. Така властивість людської пам'яті. Тому якщо ми хочемо, щоб з пам'яті учнів не зникало те, що було засвоєно ними раніше, то його необхідно своєчасно закріплювати.

Пам'ять буває моторною, образною, емоційною та словесно-логічною. Нас цікавить перш за все словесно-логічна пам'ять — на слова, формули, думки, твердження тощо. Вона буває механічною і смисловою, коротко-терміною і довготерміною. Всі ці види пам'яті потрібні людині. А для успішного навчання математики особливо важливу роль відіграє довготермінова смислова пам'ять.

Під час початкового ознайомлення з новим матеріалом у свідомості школяра відбувається лише часткове запам'ятовування поданої інформації, утворюються *тимчасові зв'язки нового матеріалу зі старим*. Саме тимчасові, які згодом можуть пригаснути, навіть повністю зникнути. Аби цього не сталося, найважливіші поняття, твердження, факти, способи дій тощо потрібно повторювати, закріплювати, відтворювати в пам'яті.

Багато чого людина запам'ятовує несвідомо, без жодних зусиль. Але в навчанні математики головну роль відіграє *усвідомлене запам'ятовування*. Учень повинен напружити свою волю, змусити себе запам'ятати термін, формулу, формулювання теореми, доведення. Завдання вчителя — подати новий матеріал у формі, зручній для запам'ятовування, і опрацювати його в класі так, щоб учні змогли його запам'ятати. Не лише зрозуміти, а й запам'ятати!

Іноді рекомендують не перевантажувати пам'ять учнів навчальним матеріалом, а лише навчити їх користуватися довідниками. Звичайно, користуватися довідниками та іншими джерелами знань навчати учнів треба. Але й наповнювати їхню пам'ять найбільш потрібним матеріалом теж важливо. Не може людина добре працювати з довідником з математики, якщо вона не має уявлень про найважливіші математичні поняття, відношення, властивості. Тому й задачі розв'язують по-різному ті, хто пам'ятає майже весь потрібний матеріал, і ті, хто вишукує його в довідниках. До того ж пам'ять людини не є незмінною, її можна й потрібно розвивати. А якщо дитина своєчасно не одержує достатньо матеріалу для розвитку пам'яті, то це призводить до небажаних наслідків. Виховувати нове покоління безпам'ятним не можна. На уроках математики існують усі можливості для розвитку пам'яті учнів, нехтувати якими не слід.

Забування — процес послаблення в пам'яті чіткості або зменшення обсягу одержаної раніше інформації. Воно буває тимчасовим або тривалим, навіть повним. Забування майже завжди мимовільне, ненавмисне. Забува-

ється насамперед нецікава, непотрібна, не дуже зрозуміла інформація. Найінтенсивніше забування проходить одразу після вивчення матеріалу: у перший день, у перші години, навіть хвилини (закономірність Еббінгауса¹⁾). Забування уповільнюється, якщо вивчений матеріал розумно закріплюють.

Усі люди різні, одні мають наочно-образну пам'ять, інші — словесно-абстраговану. Тому й закріплення вивченого матеріалу в усіх школярів відбувається неоднаково. Враховувати в процесі навчання індивідуальні особливості пам'яті кожного із сотні своїх вихованців учитель практично не може, однак він неодмінно має брати до уваги, що всі вони мають різні типи пам'яті. Якщо деякі учні за один урок добре засвоїли і міцно запам'ятали програмовий матеріал, то це ще не означає, що й інші здатні зробити те саме. Іншим на його запам'ятовування потрібно більше часу і зусиль. Орієнтуватися маємо перш за все на учнів, які повільно запам'ятовують. Така орієнтація не зашкодить учням з доброю пам'яттю. Запас міцності в процесі навчання ніколи не зайвий.

Термін «закріплення» в дидактиці вживається у двох значеннях: як дія учня (складова учіння) і як дія вчителя (складова навчання). У цьому розділі, говорячи про закріплення, матимемо на увазі дії вчителя. Якими способами має діяти вчитель математики, щоб його вихованці по можливості краще закріпили навчальний матеріал?

Щоби не відбувалося істотного забування в перші хвилини та години, потрібно проводити *супровідне закріплення*, що органічно поєднується з вивченням нового матеріалу. Щоб утримати в пам'яті потрібну інформацію на тривалий час, організовують подальше закріплення.

Зупинимось спочатку на супровідному закріпленні. В підручниках кожне означення, правило, твердження формулюється лише один раз. Викладаючи новий матеріал, учитель іноді теж не практикує повторення формулювань чи доведень. Такий виклад, навіть бездоганий в науковому відношенні, далеко не завжди буває ефективним. Почуте тільки один раз формулювання, сприйняте лише один раз міркування може не залишити достатньо чіткого сліду в свідомості школяра. Аби він краще засвоїв і запам'ятав нову інформацію або хоча б найважливіші її частини, потрібно закріпити її, тобто повторити два, три, а іноді й чотири рази.

Ще недавно в методиці геометрії часто говорили про «*доведення в три проходи*». Мається на увазі триразове пояснення доведення теореми. Перший раз учитель повідомляє учням лише ідею доведення та основні його етапи — без докладного обґрунтування кожного кроку. Другий раз — повторює доведення з повною детальною аргументацією. Нарешті, третій



Герман Еббінгаус

¹⁾ **Еббінгаус** Герман (1850–1909) — німецький психолог-експериментатор, дослідник механічної пам'яті. — *Прим. ред.*

8. Політехнізація і здоровий глузд¹⁾

Наприкінці 1950-х років більшість освітян до політехнізації навчання ставились позитивно.

Я тоді був старшим викладачем Криворізького педагогічного інституту. Одного разу повів пів групи студентів на урок до відомої й авторитетної вчительки. Розповідаючи про побудову паралельних прямих, вона зауважила, що столяри користуються *рейсмусом*. Показала його (рис. 1) і пояснила, що він має дві паралельні палички, які дають змогу проводити паралельні прямі. Приклала рейсмус до класної дошки і провела на дошці крейдою відрізки вздовж тих паличок. Я не знав, що робити: промовчати, немовби нічого не трапилось, чи вийти до дошки і пояснити, як насправді користуються рейсмусом. Промовчав, але згодом на лекції з методики математики показав студентам, як це робиться (рис. 2)²⁾. Наголосив, що палички в рейсмусі не завжди паралельні і що їх навіть не обов'язково дві. Бувають рейсмуси, які мають тільки одну паличку (рис. 3), а бувають і зроблені наспіх з одного бруска (рис. 4). Розповів принагідно, що слюсарі та деякі інші майстри користуються й іншими рейсмусами.

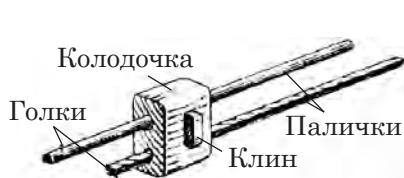


Рис. 1



Рис. 2

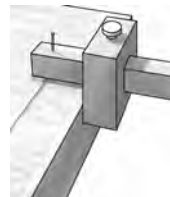


Рис. 3



Рис. 4

Пізніше прочитав журнальну статтю, в якій про столярний рейсмус пояснювалось так само, як це робила вчителька на уроці. Здивував мене й рисунок у підручнику [5, с. 40], на якому одна голка рейсмуса розміщена «не з того боку». Маленька деталь, ледве помітна, але ж вона найважливіша, бо саме та голка пропорює потрібні лінії. І в збірнику [2, с. 163] вміщений рисунок, який дезорієнтує вчителів. На ньому вказуються розміри, які зовсім не обов'язкові, зате відсутні найголовніші деталі — голки або гвіздки. А на

¹⁾ Стаття написана в 2009 р., але раніше не публікувалась.

²⁾ Прямі назначаються (пропорюються) паралельно канту бруска або дошки голкою (гвіздом, штирком), розміщеними на кінці палички. Для цього рейсмус прикладають колодочкою щільно до бруска і проводять уздовж його канта. — Прим. ред.

рисунок поруч зображено рейсмус, на кожній паличці якого по 2 гвіздки. Для людей, які коли-небудь користувалися столярним рейсмусом, таке його зображення схоже на смішний анекдот. Зрозуміло, що автори підручника і посібника, їхні художники, редактори навіть не уявляли, для чого служить рейсмус і як ним користуються. А хотіли пояснити це тисячам учителів і мільйонам учнів. Бо тоді було «модно» пов'язувати навчання з виробництвом.

Те, що більшість учителів і студентів не знали, як користуються столярним рейсмусом, мене не дивувало: мало хто з них мав нагоду бачити, як працює столяр, та ще й з таким «замудрим» інструментом. Але дивувала втрата багатьма добре освіченими людьми «здорового глузду». Кожна мисляча людина мала б задуматися: навіщо використовувати якийсь складний рейсмус, якщо ту саму побудову, яку демонструвала вчителька, куди простіше і точніше можна виконати за допомогою найпростішої лінійки або, навіть, звичайної дощечки. Адже палички рейсмуса не завжди паралельні, а його колодочка не дає змоги щільно прикласти їх до дошки. Пізніше я багато разів на практичних заняттях з геометрії чи методики математики переконувався, що традиційне вивчення теми про геометричні побудови нерідко призводить до того, що в учнів втрачається здоровий глузд. Отака іноді була політехнізація шкільної математики в середині ХХ ст.

Інші розділи тодішніх методичних посібників теж часто наповнювалися різними задачами «з практичним змістом». У них замість абстрактних геометричних понять описувалися матеріальні моделі, деталі верстатів тощо. У багатьох таких задачах йшлося про шпинделі — деталі токарних верстатів, що дало привід Ю.М. Колягіну іронічно назвати тодішню математику «шпиндельною математикою». Згодом він писав: *„Шпиндельна математика», звісно, в школі не прижилась; весь політехнізм залишився на рівні декларації*» [3, с. 172]. Це була правда, але не вся. «Шпиндельна математика» не принесла шкільній математиці користі, але й значної шкоди не завдала. А от тодішнє «наповнення геометричних задач на побудову практичним змістом» принесло чимало шкоди, яка добре відчутна й сьогодні. Ратуючи за політехнічне навчання математики, тоді деякі методисти запропонували окреме *«правило наповнення абстрактної умови геометричної задачі практичним змістом»*. Його сутність полягала в підборі для задач «таких реальних об'єктів, заміна якими абстрактних (геометричних) об'єктів дасть змогу явно не повідомляти хоча б одну з вимог... Ця вимога повинна стати наслідком раціонального вибору умов для досягнення поставленої задачею практичної мети» [4, с. 91]. Для прикладу розглянемо таку абстрактну задачу.

Побудуйте точку, рівновіддалену від вершин даного трикутника.

Її пропонувалося переформулювати так:

Для трьох будівель *A, B, C* потрібно викопати спільну криницю. Знайти точку, в якій це потрібно зробити.

9. Піфагоріада¹⁾

Учні наших шкіл уперше про Піфагора чують у 8 класі, коли вивчають теорему Піфагора. Тоді й дещо дізнаються про нього, але дуже мало. Вважаю, що потрібно розповідати учням про нього більше. І вчителям потрібно більше знати про цього велета людської думки.

Піфагор і його школа. Піфагор Самоський (бл. 580 – бл. 500 рр. до н. е.) — один з найдивовижніших персонажів в історії людства. Народився він на острові Самос, що в Егейському морі, тому його називають ще Піфагором Самоським.

Уважають, що Піфагор був учнем Фалеса Мілетського, близько 30 років навчався мудрості в Єгипті і Вавилонії. Інші автори повідомляють, що Піфагор мандрував до ефіопів, індусів, фінікійців, арабів та деяких інших народів, був навіть у полоні в персів. Спочатку він пробував заснувати свою школу в рідному Самосі, але невдало, тому перебрався до міста Кротон, що на півдні Італії. Там організував Піфагорійське братство, яке було і філософською школою, і політичною партією, і релігійною сектою.

У «Грецькій антології» є така задача.

Скажи, знаменитий Піфагоре, скільки учнів відвідують твою школу і слухають твої бесіди? — Ось скільки, відповів філософ, — половина вивчають математику, чверть — музику, сьома частина мовчать і є ще три жінки [1, с. 14].

Із цього тексту випливає, що тоді в Піфагора було 28 учнів. Із них 14 вивчали математику, 7 — музику, 4 мовчали. Що робили троє жінок — ця легенда не повідомляє, але інша стверджує, що одна з них, Теано — найвродливіша й найрозумніша, — була його дружиною. Учні, які мовчали — екзотериків, — тепер можна було б назвати кандидатами в учні. Під час бесід вони тільки чули вчителя із-за ширми, але не бачили його і не спілкувалися з ним. Їх ще називали акусматиками. А тих, хто чув і бачив учителя (їх була меншість), називали математиками.

А ось інше свідчення:



Пам'ятник Піфагору
і його теоремі на о. Самос

¹⁾ Стаття публікувалася в журналі «Математика в школі», №№ 4–5 за 2009 р.

«Після першої публічної лекції до вчення Піфагора навернулось 2 000 учнів, які не пішли додому, а разом зі своїми дружинами й дітьми заснували новий поліс (місто-державу)» [2, с. 25].



Виступ Піфагора перед жінками. На першому плані його дружина Теано.
Книжкова ілюстрація 1913 р.

Красива легенда. Втім, щось таке, мабуть, і справді було. Знаменита школа Піфагора — це не тільки навчальні заняття. Це було своєрідне братство. Його статут був доволі суворим. Кожен, вступаючи до братства, відмовлявся від своєї особистої власності, зобов'язувався не вживати м'яса, не проливати крові, берегти таємницю вчення свого вчителя і не навчати інших за винагороду. Піфагорійці вчилися від свого вчителя, а головне — разом з ним займалися науковими дослідженнями та соціальними удосконаленнями:

«Піфагорійці оголосили війну проти погіршення моралі, викликаного розкішшю, в якій жили аристократи, і ратували за суворий спосіб життя, прославляючи самовладання, сміливість і колективну дисципліну. Проживаючи спілкою, прихильники Піфагора організовували таємні обряди й займалися вивченням філософії і наук; вони мали спільне майно і свої наукові відкриття вважали спільним надбанням» [3, с. 62].

Піфагорійцям заборонялося розголошувати зроблені ними відкриття, а все, до чого вони додумувалися, приписувалося вчителеві.

Якийсь час школа Піфагора в Кротоні була впливовою і шанованою. Згодом городяни виступили проти Піфагора, і він змушений був тікати до іншого міста на півдні Італії — Метапонта, де й помер.

Учні та послідовники Піфагора після смерті вчителя продовжували поширювати його вчення ще майже два століття. Філософи розрізняють два напрямки: власне *піфагореїзм*, який після Піфагора до кінця IV ст. до н. е.

розвивали Філолай, Евріт, Архіт, Алкмеон та ін., і *неопіфагореїзм* (з I ст. до н. е. до III ст. н. е.).

Давні історики писали, що Піфагор був красивий і величавий, гарно говорив; добре розвинутий фізично, був чемпіоном Олімпійських ігор з кулачного бою. Деякі біографічні відомості про нього є, наприклад, у книгах [2, с. 22–28], [9, с. 83–94], [10, с. 14–16]. В різних джерелах можна знайти різні портрети Піфагора. Всі вони — витвори митців, які його не бачили, а деякі жили понад 2 тисячоліття після смерті мислителя.



Піфагор в уяві художників.

Ліворуч. Фрагмент фрески Рафаеля «Афінська школа» (1509 р.)

Праворуч. Гравюра невідомого майстра (1670 р.)

Далі зупинимось на деяких найважливіших дослідженнях Піфагора і його школи, пов'язаних насамперед із сучасною шкільною математикою.

Арифметичні дослідження. Піфагора можна вважати творцем арифметики — науки про числа та їхні відношення. Натуральні числа він досліджував так глибоко, як ніхто інший до нього і століть двадцять після нього. Звичайно, натуральними числами користувалися греки та інші народи ще за кілька тисячоліть до Піфагора, але тільки як додатками до предметів, які лічили. Говорили про 5 пальців, 7 мішків зерна, 10 овечок, 30 днів і т. ін. Можливо, що дехто й відокремлював числа від предметів, і говорив, наприклад, «2 додати 3 буде 5». Піфагор же, відокремивши числа від речей, зробив їх об'єктом окремого дослідження: почав розрізняти числа парні й непарні, прості і складені. Виявляв навіть числа парно-непарні (частка від ділення на 2 яких непарна), парно-парні тощо.

Піфагорійці досліджували різні прогресії, послідовності чисел, різниці й кратні відношення, розглядали кілька видів пропорцій, увели поняття середнього арифметичного, середнього геометричного, середнього гармо-



Оксана Тарасова¹⁾

На батьківщині О.М. Астряба

Присвячується Г.П. Бевзу

Сфера моїх наукових інтересів пов'язана з історією шкільної геометричної освіти. Все почалося з невеликої статті І.Ф. Шаригіна в журналі «Математика в школі», присвяченій наочній геометрії. Це було вже майже 25 років тому. Саме тоді я вперше дізналася про курс наочної геометрії і серйозно зацікавилася її вивченням у школі, а також вивченням пропедевтичного й систематичного курсів геометрії. Відтоді історія становлення й розвитку шкільної геометричної освіти стала основним напрямком моїх наукових досліджень, а окремі її імена — особливо близькими й рідними.

У 2008 р. я разом із сином Кирилом вирушила в Україну, до Києва, на батьківщину Олександра Матвійовича Астряба. Вдалося побувати на кафедрі методики математики Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова, в бібліотеках навчальних закладів міста Києва, зустрітися з людьми, які знали його особисто.

О.М. Астряб був талановитим педагогом-математиком, автором понад 70 науково-методичних праць, пов'язаних переважно з пропедевтикою гео-

¹⁾ **Тарасова** Оксана Вікторівна — доктор педагогічних наук, професор, директор Інституту педагогіки й психології Орловського державного університету ім. І. С. Тургенева (Росія). Учениця Ю.М. Колягіна. Глибоко досліджувала надбання української школи методики навчання математики, зокрема спадщину О.М. Астряба, про якого написала методико-біографічну книгу [35]. З цією метою в травні 2008 р. спеціально приїздила до Києва, де, зокрема, зустрічалася з Г.Б. Бевзом. Довідавшись про це зі спогадів самого Григорія Петровича під час редагування книги, автор цих рядків запропонував О.В. Тарасовій розповісти про цю зустріч докладніше. Вийшов цікавий есей про двох найвидатніших представників української методики математики з розповіддю одного з них (Г.П. Бевза) про іншого (О.М. Астряба).

Властиво, деякі судження О.В. Тарасової, як, до слова, і самого О.М. Астряба, про безумовний позитивний взаємовплив історичних українсько-російських стосунків в освітній сфері несуть на собі відбиток колишніх ідеологічних доктрин, і наше ставлення до них має бути критичним. Однак не можна не оцінити й палкого сподівання авторки на цивілізовані стосунки між нашими народами в майбутньому.

Переклад з російської наш. — *Прим. ред.*

метрії у початковій школі — питаннями, актуальним і для нашого часу. Він зіграв особливо важливу роль у становленні та розвитку початкового курсу геометрії, створивши курси наочної геометрії з широким діапазоном призначення — від кадетських корпусів до народних шкіл.

Його думки і погляди на викладання геометрії актуальні й сьогодні, тому заслуговують на увагу та детальне вивчення. Моє перше знайомство з О.М. Астрябом почалося в 1995 році з його підручника «Наочна геометрія» в бібліотеці ім. К.Д. Ушинського під час роботи над кандидатською дисертацією. Власне, для мене це був перший підручник з підготовчого курсу геометрії. Відтоді початковий курс геометрії став основою моїх методико-дидактичних інтересів.

І ось я в Києві, в місті, де навчався, а потім майже все життя працював О.М. Астряб. Тут мені пощастило зустрітися з видатним математиком-методистом Григорієм Петровичем Бевзом, який, хоча й не номінально, але фактично був учнем та ідейним послідовником О.М. Астряба. Григорій Петрович дуже охоче погодився на цю зустріч. Спасибі йому за це! У нас ви-йшла тривала й душевна розмова.

Ось що розповів Г.П. Бевз про О.М. Астряба зі своїх спогадів:

«Моє знайомство з Олександром Матвійовичем розпочалося зі вступу до аспірантури. Пізніше ми з ним разом читали лекції. Почнемо по порядку. О.М. Астряб був невисокого зросту, доволі худорлявим. Розмовляв переважно російською, але лекції читав завжди українською. Я слухав його лекції, коли вступив в аспірантуру до Д.М. Маєргойза. Це був 1954-й рік. У цей час в Астряба вже боліли ноги, він навіть не міг стояти. Мабуть, це був ревматизм. Однак доводилося працювати, оскільки цього потребували матеріальні обставини. На роботу йому самому було не дістатися. Тому двоє аспірантів брали таксі, тоді це було недорого. Їхали до нього додому. Жив він недалеко



Під час зустрічі з Г.П. Бевзом. Травень, 2008 р.

Зміст

Передмова автора.....	3
Передмова редактора.....	4

Частина перша

ПЕДАГОГІЧНА АВТОБІОГРАФІЯ..... 7

Розділ 1. Дорога до школи 8

Дитинство.....	8
Семирічка.....	16
За німців.....	25
Середня школа.....	34
Мої університети.....	42
Аспіранти.....	52
Для школи.....	60
Переписка з читачами.....	89
Живу школою.....	91
Попередні підсумки.....	100
На пенсії.....	102
Інтерв'ю, дане самому собі.....	106

Розділ 2. Спогади вчителя113

Як я став учителем.....	113
Перші невдачі.....	116
Перші успіхи.....	118
Сільська школа середини ХХ століття.....	123
Учитель математики — вихователь.....	126
Івангородські негаразди.....	130
Мої десятикласники.....	133
Про любов до учнів.....	137
Люблю.....	139
Слово до молодих учителів.....	144

Розділ 3. Обриси моєї методики математики 150

Як створювалась моя методика.....	150
Що таке математика?.....	153
Шкільна математика.....	156
Факультативні курси, позакласна робота.....	162
Зв'язок навчання з життям.....	171
Про створення підручників з математики.....	176

Частина друга

ІСТОРІЯ І МЕТОДОЛОГІЯ 187

Розділ 4. Математика в школах України (короткий нарис) 188

Вступ	188
Антична доба	189
Тисячолітня яма	193
Відродження	198
XVIII і XIX століття	211
Початок XX століття	243
Стабілізація	264
Пошуки нових форм навчання	280
Формування математичної мови	286
Модернізація й перебудова	296
На межі тисячоліть	308
Проблеми і перспективи	315

Розділ 5. Методи навчання математики 325

Передмова	325
1. Методи учіння і навчання	329
2. Методи активізації уваги учнів	346
3. Методи подання нового матеріалу	362
4. Методи закріплення знань та умінь	384
5. Методи навчання розв'язуванню задач	395
Замість післямови	406
Додаток. З історії розвитку методів навчання математики	410

Частина третя

ВИБРАНІ СТАТТІ З МЕТОДИКИ МАТЕМАТИКИ 417

1. Про зміст шкільної математики	418
2. Історія і філософія шкільної алгебри	425
3. Доведення від супротивного	449
4. Люблю геометрію	455
5. Простори в шкільній математиці	468
6. Гуманізація чи гуманітаризація?	475
7. Математична мова	481
8. Політехнізація і здоровий глузд	486
9. Піфагоріада	491
10. Про збірник «Методика викладання математики»	506

Частина четверта

СТАТТІ З ПРИСВЯТОЮ Г.П. БЕВЗУ 525

Оксана Тарасова

На батьківщині О.М. Астряба 526

Дмитро Мавло

Чотирикутник і коло: декілька красивих теорем 535

Григорій Возняк

**Моя активізація навчально-пізнавальної діяльності учнів
на уроках математики під час вивчення нового матеріалу 539**

Василь Тадеєв

**Питання про зображення тетраедра —
«прихована» проблема шкільної геометрії 544**

Список друкованих праць і творів

Григорія Петровича БЕВЗА 567