

**Натисніть тут, щоб  
купити книгу на сайті  
або замовляйте за телефоном:  
(0352) 51-97-97, (067) 350-18-70,  
(066) 727-17-62**

# ЧАСТИНА ПЕРША

## ГЕОМЕТРІЯ

### НА ВІЛЬНОМУ ПОВІТРІ

Перші основи геометрії повинні закладатися не в шкільній кімнаті, а на вільному повітрі. Покажіть хлопчикові, як вимірюється площа луки, зверніть його увагу на висоту дзвіниці, на довжину тіні, що відкидається нею, на відповідне положення Сонця, — і він значно швидше, правильніше і при цьому з більшою цікавістю засвоїть математичні співвідношення, ніж коли поняття вимірювання кута, а то і якої-небудь тригонометричної функції укорінюються в його голову за допомогою слів та креслення на дошці.

Альберт Ейнштейн

**Задача №2.** Чи можна описаним щойно висотоміром вимірявати дерева, до яких не можна підійти впритул? Якщо можна, то як слід в таких випадках діяти?

### Розв'язання



Потрібно направити прилад на верхівку  $B$  дерева (рис. 14) з двох точок  $A$  і  $A'$ . Нехай з  $A$  ми визначили, що  $BC = 0,9AC$ , а з точки  $A'$  — що  $BC = 0,4A'C$ . Тоді ми знаємо, що

$$AC = \frac{BC}{0,9}; \quad A'C = \frac{BC}{0,4}.$$

Звідси

$$AA' = A'C - AC = \frac{BC}{0,4} - \frac{BC}{0,9} = \frac{26}{18}BC.$$

Отже,

$$AA' = \frac{26}{18}BC, \text{ або } BC = \frac{18}{26}AA' = 0,72AA'.$$



Ви бачите, що, вимірявши відстань  $A'A$  між обома місцями спостереження і взявши певну частину від цієї величини, ми визначимо шукану недоступну і неприступну висоту.

## ЗА ДОПОМОГОЮ ДЗЕРКАЛА

**Задача №3.** Ось ще один оригінальний спосіб для визначення висоти дерева — за допомогою дзеркала. На деякій відстані від дерева, що вимірюється (рис. 15), на рівній землі у точці  $C$  кладуть горизонтально дзеркальце і відходять від нього назад у таку точку  $D$ , стоячи в якій спостерігач бачить у дзеркалі верхівку  $A$  дерева. Тоді дерево ( $AB$ ) у стільки разів вище від зросту спостерігача ( $ED$ ), у скільки разів відстань  $BC$  від дзеркала до дерева більша за відстань  $CD$  від дзеркала до спостерігача. Чому?



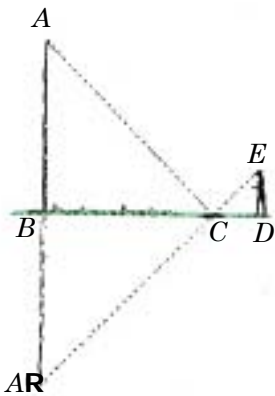


Рис. 16.  
Геометричні  
обґрунтування  
способу

### Розв'язання

Спосіб ґрунтується на законі відбиття світла. Верхівка  $A$  (рис. 16) відображається у точці  $A'$  так, що  $AB = A'B$ . З подібності ж трикутників  $BCA'$  і  $CED$  випливає, що

$$A'B : ED = BC : CD.$$

У цій пропорції потрібно лише замінити  $A'B$  на рівне йому  $AB$ , аби обґрунтувати вказане в задачі співвідношення.

Цей зручний і неклопіткий спосіб можна застосовувати у будь-яку погоду, але не в густих насадженнях, а лише до самотнього дерева.

**Задача №4.** Як, усе ж таки, потрібно діяти, коли до дерева, що вимірюється, неможливо з яких-небудь причин підійти впритул?

### Розв'язання

Це — старовинна задача, яка налічує за собою не менше 500 років<sup>1</sup>. Її розглядає середньовічний математик Антоній де Кремона у творі «Про практичне землемірство» (1400 р.).

Задача розв'язується двократним застосуванням щойно описаного способу, тобто розміщенням дзеркала у двох місцях. Виконавши відповідну побудову, неважко з подібності трикутників вивести, що шукана висота дерева дорівнює відстані від ока спостерігача до землі, помноженій на відношення відстані між положеннями дзеркала до різниці відстаней від спостерігача до дзеркала.<sup>2</sup>

Перш ніж закінчити бесіду про вимірювання висоти дерев, запропоную читачеві ще одну «лісну» задачу.

<sup>1</sup> Мається на увазі на час виходу перших видань «Захоплюючої геометрії» у 20–30-х роках ХХ ст. (Прим. ред.)

<sup>2</sup> Див. виведення у примітці редактора в кінці книги.

## ПРЯМИЙ КУТ У ТЕМРЯВІ

**Задача №48.** Повертаючись ще раз до майнрідівського математика, поставимо собі задачу: як потрібно було йому діяти, аби надійним чином отримати прямий кут? «Я приставив до неї (до виступаючої планки) довгий прут так, щоб він утворив з нею прямий кут», — читаємо ми в романі. Виконуючи це в темряві, покладаючись лише на м'язові відчуття, ми можемо дуже сильно помилитися. Проте у хлопчика в його положенні була можливість побудувати прямий кут набагато надійнішим способом. Яким?

## Розв'язання

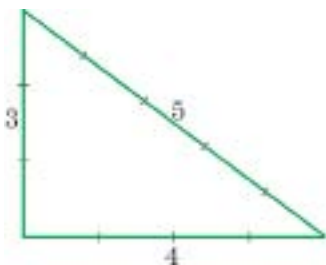


Рис. 129.  
«Єгипетський»

Потрібно скористатися теоремою Піфагора та побудувати з планок трикутник, надавши його сторонам такої довжини, щоб трикутник вийшов прямокутним. Найпростіше взяти для цього планки, які дорівнюють довжинам 3, 4 і 5 будь-яких довільно вибраних рівних відрізків (рис. 129).

Це — старовинний єгипетський спосіб, яким користувалися в країні пірамід декілька тисячоліть тому. Втім, ще й тепер під час будівельних робіт нерідко вдаються до цього ж способу.

