

Натисніть тут, щоб

КУПИТИ КНИГУ НА САЙТІ

або

замовляйте по телефону:

(0352) 28-74-89, 51-11-41

(067) 350-18-70

(066) 727-17-62

КЛАСИКИ ПОПУЛЯРИЗАЦІЇ НАУКИ

Б.А. Кордемський

Математичні заманинки

Переклад з російської
Андрія Кравчука
і Володимира Дячуна

Передмова, примітки
та загальна редакція
В.К. Дячуна



ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА — БОГДАН

ББК 22.1я72
К66

Серію “Класики популяризації науки” засновано 2007 року.

Кордемський Б.А.

К66 Математичні заманинки: Пер. з рос. / Заг. ред. В.К. Дячуна. —
Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2009. — 464 с; іл.

ISBN 978-966-408-579-0

Книга майстра науково-популярної літератури Бориса Анастасійовича Кордемського — збірник математичних мініатюр: різноманітних цікавих есеїв та казок, фантазій і просто задач.

Усі, хто захоплюється математикою, — незалежно від віку — матимуть можливість потренувати мислення, кмітливість та винахідливість.

ББК 22.1я72

Охороняється законом про авторське право.

Жодна частина цього видання не може бути використана чи відтворена в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва

© Луковцева А.К., Фохт О.Б., спадкоємці, 2005
© Кравчук А.В., Дячун В.К., переклад, 2009
© Дячун В.К., передмова, примітки, загальна редакція, 2009
© Навчальна книга – Богдан, макет, художнє оформлення, 2009

ISBN 978-966-408-435-9 (серія)
ISBN 978-966-408-579-0

*А скринька просто відкривалась.**

І.А. Крилов

Це — у байці дідуся Крилова. Наша «скринька» з нехитри-ми, а часом і хитромудрими «заманинками в математику» та-кож відкриється тому, хто вдумливий, кмітливий, наполегли-вий у пошуках розгадки.

Одного разу ...

1. На Великдень Жвавчик подарував *три* писанки двом ма-мам і двом дочкам, причому кожна з них отримала по одній писанці. Як це могло бути?

2. У той же день Мимрик пода-рував *чотирьох* цуценят дівчинці й двом хлопчикам, але так, що ніхто з них не отримав цуценят більше, аніж інші. Як це йому вдалося?

3. Ввечері Жвавчик і Мимрик за-тіяли кумедну гру турами на шахів-ниці. У кожного в розпорядженні було не менше, ніж 4 тури. Обидва гравці по черзі ставлять тури на вільні клі-тинки шахівниці. Нагадаю, що тура контролює, тобто тримає під загрозою «взяття» всі клітинки по вертикалі й по горизонталі, котрим належить клітинка, зайнята турою.



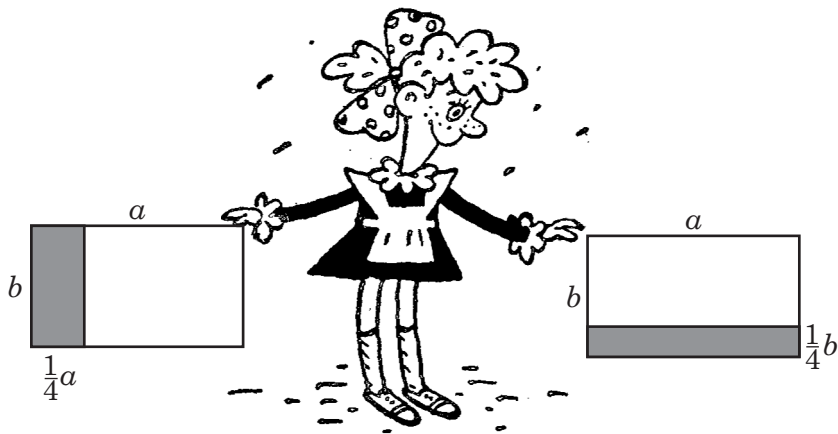
* Усі віршовані тексти (власне вірші, епіграфи, заголовки, коментарі й т.п.) розділів 1-10, а також розділ 11 «Числа і фігури: поетичний калейдоскоп» перекладені В.К. Дячуном.

Виграє той гравець, після ходу якого всі клітинки шахівниці опиняться під контролем розміщених тур.

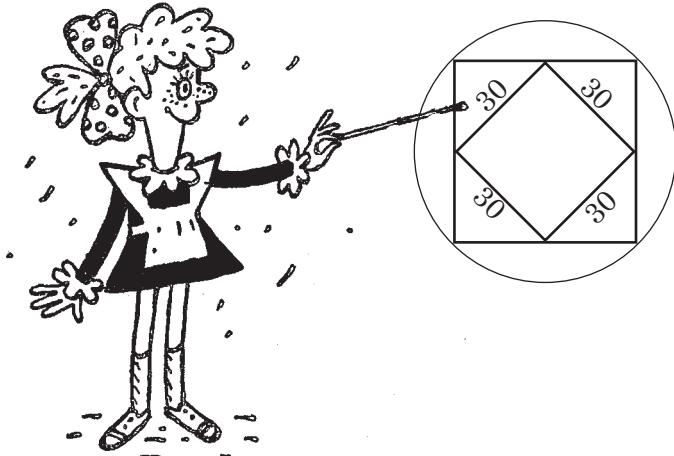
Перший хід робить Жвавчик. Придумайте таку стратегію гри, якої б дотримувався Мимрик для того, щоб напевно стати переможцем.

4. До хлопців, які щойно закінчили гру, підійшла Юля — сестричка Жвавчика, учениця четвертого класу. В руках вона тримала два витятих з паперу однакових прямокутники.

Ставилося за мету, відрізавши від кожного затушовані смужки, викинути їх, а один з тих клаптиків, які залишилися, розрізати на дві частини так, щоб ними можна було повністю й точно покрити другий клаптик.



5. Поки Жвавчик і Мимрик справлялися з Юлиною головоломкою, сама ж Юля взялася розв'язувати іншу геометричну задачу, запропоновану їй вчителькою — Наталею Георгіївною Молодих — у вигляді малюнка, на якому зображені: квадрат, вписаний у квадрат, і описане коло.



Потрібно було знайти довжину радіуса кола, якщо відомо, що сторона малого квадрата дорівнює 30 мм.

6. Трапилася загадкова подія: один батько передав своєму синові в його особисту бібліотеку 600 книг. Інший батько вчинив аналогічно й поповнив бібліотеку свого сина, передавши йому 400 книг. Коли обидва сини склали каталоги отриманих книг, то виявилось, що їх спільний книжковий фонд збільшився лише на ... 600 книг?!

Дивно, але — факт! У чому тут справа?

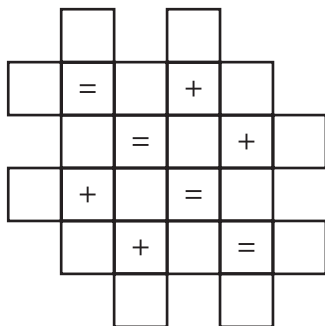
7. Теплим, весняним ранком наступного дня хлопці випустили синичок із клітки, розділеної перегородками на 9 окремих секцій. Скільки перебувало пташок у кожній секції зазначено на плані клітки (мал. на с. 18). Дві секції, розділені спільною перегородкою, назвемо сусідніми. Сусідніми секціями є, наприклад, $\begin{bmatrix} 9 \\ 5 \end{bmatrix}$, або $\begin{bmatrix} 0 \\ 6 \end{bmatrix}$.

Випускали синичок на волю не всіх одразу, а у кілька заходів: вибирали довільну пару сусідніх секцій і за один захід з кожної секції випускали однакову кількість птахів. Уміло вибираючи пари сусідніх секцій, хлопці випустили всіх птахів рівно за 5 заходів. Якою була послідовність їх дій?

0	3	2
6	7	0
4	9	5

8. Мимрику хотілося, щоб усе-таки залишилися хоча б одна-дві пташки в кутових секціях клітки (див. задачу 7). Доведіть принципову нездійсненність виконання його бажання при дотриманні обумовленого порядку дій по звільненню цих синичок з неволі.

9. Юра Юркін з Краматорська — затятий противник ув'язнення пташок у клітках (див. задачі 7 і 8) — заявив: «Нехай у клітках будуть числа, а не пташки». Він пропонує заповнити порожні клітки (мал. внизу) парними числами від 2 до 32 так, щоб отримати правильні рівності за рядками і стовпцями.



10*. Якщо ж, усе-таки, до «синиці» додати «синицю», що ж одержимо? Правильно:

$$\begin{array}{r}
 \text{СИНИЦЯ} \\
 + \text{СИНИЦЯ} \\
 \hline
 \text{ПТИЧКИ}
 \end{array}$$

Замінюючи однакові букви однаковими цифрами, різні букви — різними цифрами, досягніть правильного результату додання двох «синиць».

І ще багато разів ...

Жвавчик і Мимрик розважали друзів сеансом вгадування кількості очок на потай взятій кимось із них плитці гри «Доміно». Нехай той із друзів, хто взяв плитку доміно з будь-якою

* Текст задачі перекладено В.К. Дячуном.

(не нульовою) кількістю очок на її половинках, виконає (про себе!) наступні дії:

- 1) помножить на 2 кількість очок будь-якої половинки плитки;
- 2) до отриманого добутку додасть назване вами ціле число (m);
- 3) отриману суму помножить на 5;
- 4) до добутку додасть кількість очок другої половини плитки. Нехай повідомить результат.

Жвавчик подумки віднімає $5m$ і повідомляє скільки очок на кожній половинці даної плитки доміно.

Приклад. Потай взята плитка доміно .


Назване Жвавчиком число $m = 7$.

Дії:

1) $6 \cdot 2 = 12$;

2) $12 + 7 = 19$;

3) $19 \cdot 5 = 95$;

4) $95 + 3 = 98$ — результат, повідомлений Жвавчику. Він обчислює: $98 - 5 \cdot 7 = 63$ і заявляє: «Взята плитка доміно: .

Дайте пояснення цьому фокусу.

Цвірінь! Цвірінь!

Випущені на волю синички відразу розлетілися. Але з вікна кімнати було видно, як на майданчик біля будинку миттєво сіли 23 синички. Через якийсь час вони усі разом спурхнули й розділилися на дві зграйки. Одна — сіла на дах сараю, друга — на тин. Потім 5 пташок перелетіли з тину на той самий дах сараю. Водночас стільки ж синичок полетіло кудись з даху. На жердині тину залишилося удвічі більше синичок, аніж на даху. Скільки синичок сіло спочатку на дах і на тин?

А в коробках — цукерки

Ящик заповнений однаковими коробками, а коробки — цукерками.

Скільки всього коробок в ящику, якщо цукерків у ньому 3737 штук, причому відомо, що коробок менше, ніж цукерків у кожній коробці.

Танечко, хочеш медяничка?

— Ти одержиш відразу 8 смачних, м'яких медяників і дві твої подружки — по стільки ж, якщо перед цим зрівняєш кількість медяників, які знаходяться у трьох відкритих коробках: 11 медяників у першій коробці, 7 — у другій і 6 — у третій. Перекладаючи медяники з однієї коробки в іншу, треба додавати стільки штук, скільки в ній уже є.

Наприклад, якщо в коробці — 6 медяників, то й додати потрібно рівно 6, вийнятих з якоїсь однієї коробки. Дозволяється зробити лише 3 перекладання так, щоб у кожній із трьох коробок виявилось по 8 медяників.

Поділилася медяниками з подружками? Молодець!

Тепер, Танечко, придумай спосіб, за яким чотирма прямолінійними розрізами ножа можна розрізати один свій прямокутний медяник на 8 рівних шматочків, а другий медяник — теж чотирма розрізами — на 11 шматочків довільної величини.

Примітка. У топології (чудовий різновид геометрії) доводиться, що будь-яку плоску фігуру можна розрізати на максимум $(n^2 + n + 2) : 2$ частин, де n — кількість прямолінійних розрізів.

Максимальна кількість частин, на які розрізається фігура, буде тоді, коли намітити прямолінійні розрізи так, щоб кожен з них перетинався з усіма іншими, причому в одній точці не повинно перетинатися більше двох розрізів.

Він сказав правду

Гість Світлани Гнатенко сказав їй: «Позавчора мені було 10 років, а наступного року мені буде 13 років». Дивно, чи не так? Але гість сказав правду.

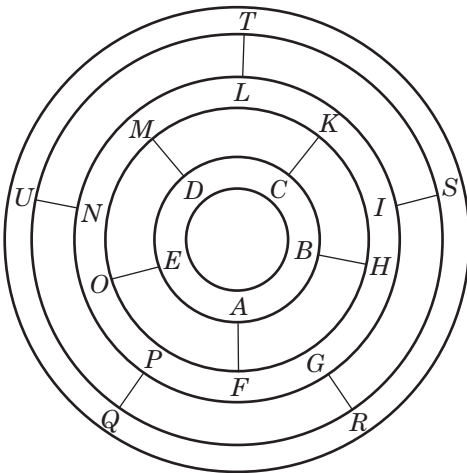
Якого місяця і якого числа прийшов хлопчик у гості до Світлани?

Жвавчик проектує

У новому, грандіозному парку відпочинку планується розмістити уздовж трьох концентричних доріжок 20 атракціонів, позначених на плані Жвавчика буквами *A, B, C, ..., U*. Між круговими доріжками прокладено кілька з'єднувальних стежинок.

Парковий архітектор Н. Ситникова, яка схвалила проект Жвавчика, стверджує, що відвідувач, обравши деякий неперервний маршрут по прокладених доріжках і стежинках, зможе побувати в кожному із двадцяти пунктів лише один раз і закінчити обхід в тому ж пункті, з якого почав.

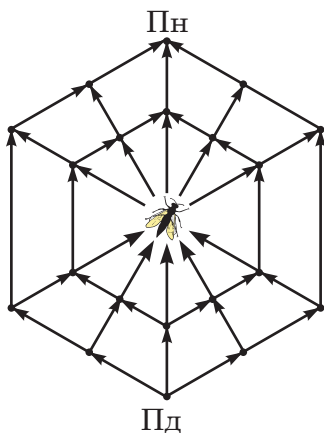
Знайдіть можливий маршрут обходу всіх двадцяти атракціонів, який починається в якому-небудь пункті, розташованому на внутрішньому кільці. Почніть обхід, наприклад, з пункту *A*.



Лабіринт павука

Іншу споруду спроектував Мимрик і назвав його «Павук і муха». У південному вузлі павутини (Пд) розмістився павук, а в центральному вузлі — муха.

1. Скільки різних маршрутів ведуть павука до його жертви — мухи, якщо переміщується він по павутині в напрямках, вказаних стрілками.



2. Мимрик стверджує, що якщо муха опиниться в найпівнічнішому вузлику (Пн) павутини-лабіринту, то у павука буде вибір більш ніж із 140 маршрутів! Чи має рацію Мимрик?

Вас цікавить вік нападника?

Коментатор футбольного матчу повідомив, що середній вік одинадцяти гравців-гостей дорівнює 19 рокам. У другому таймі нападник з команди гостей залишив поле через травму. Арбітр не дозволив зробити заміну, внаслідок чого середній вік гравців цієї команди зменшився до 18 років. Скільки років було травмованому нападнику?

Ноги й ніжки

По закінченні гри кілька футболістів присіли відпочити: хто — на звичайний стілець, а хто — на триногу табуретку. Всіх ніг — людських і дерев'яних у зайнятих футболістами стільців і табуреток, виявилося рівно 39. Скільки стільців і табуреток було зайнято?

Школа? — Так. Колба? — Ні

28 літер українського алфавіту випадковим чином розміщені у два рядки:

Д Ш К О Ф С Т У З Ц Щ І Ж Г
Ч Е П М В Н Р Л А Б Ю Є Я Х

Переміщуючи олівець від літери до літери (не обов'язково сусідньої) вздовж таблиці, рухаючись тільки зліва направо, зверху вниз і знизу вверх можна утворити змістовні слова. Наприклад, ШКОЛА, ПОРТ, але не можна утворити слово КОЛБА, тому що при переході від літери Б до літери А довелося б рухатися справа наліво, що заборонено. Чи вдасться вам, дотримуючись цього правила, утворити змістовне слово, що складається з дев'яти або навіть із дванадцяти літер? Ще довше — напевно чи можливо при даному розміщенні літер.

Амеби у колбі

Колба, вигнана в попередньому епізоді, повернулася на своє місце — у лабораторію. У цій колбі біолог вивів новий різновид довгоживучих амеб. Щохвилини одна амеба ділиться на дві.

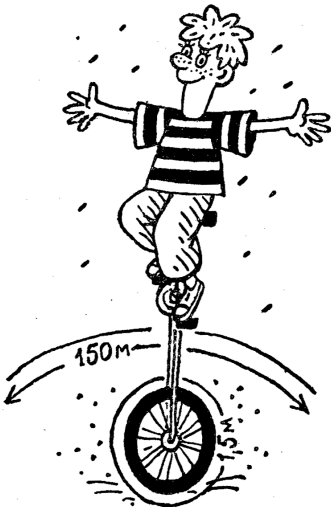
Біолог кладе в колбу одну амебу, і через годину вся колба до країв заповнюється амебами.

Через який проміжок часу колба заповниться до країв амебами, якщо в колбу помістити не одну амебу, а одразу дві?

На арені цирку

Арена цирку має по колу довжину 150 м, а велосипедне колесо — 1,5 м.

Скільки обертів зробить це колесо, об'їхавши арену один раз?



Через пустелю

Якою є найменша кількість носильників, з якими дослідник зможе здійснити шестиденний перехід через абсолютно неродючу пустелю, якщо він сам і кожен з носильників можуть нести лише чотириденний запас їжі й води для однієї людини?

Привілейовані місця для непарних

Запрошую на презентацію магічного квадрата 7-го порядку (мал. внизу), утвореного з порядкових чисел від 1 до 49 з магічною сумою $S = 175$. Він дуже недемократичний у розподілі місць між числами: всі місця в обведеній частині квадрата надані лише *непарним* числам, що розташувалися у строгой послідовності драбинкою, зверху вниз. Благаю вас, не ображайте *парні* числа!

Відріжте «куточки», які займають парні числа, та з'єднайте їх у самостійну фігуру з таким же впорядкованим розміщенням парних чисел драбинкою, зверху вниз.

26	20	14	1	44	38	32
34	28	15	9	3	46	40
42	29	23	17	11	5	48
43	37	31	25	19	13	7
2	45	39	33	27	21	8
10	4	47	41	35	22	16
18	12	6	49	36	30	24

Коли отримання двійки не засмучує

Катерина М. з Охтирки запрошує вас на змагання з отримання двійки із п'яти п'ятирок, сполучаючи їх будь-якими відомими вам знаками математичних дій. Сама вона утворила 7 варіантів:

$$(5 \cdot 5 : 5 + 5) : 5 = 2, \quad (55 - 5) : 5 : 5 = 2 \text{ й інші.}$$

Хто придумає більше?

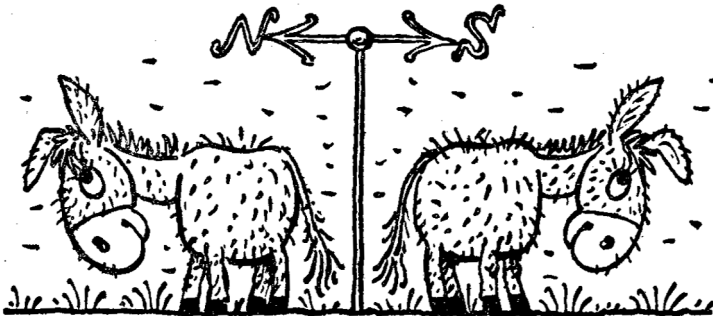
Переможця змагання ми нагороджуємо невігадливою задачкою, надісланою п'ятикласницею Оксаною Ф. з Межиріччя:

Якось рано по сніданку
Птахи плавали в ставку.
Білосніжних лебідок
Втрое більше, ніж гусок.
Качок було вісім пар —
Вдвічі більше, ніж гагар.
Скільки всіх птахів було,
Якщо нам іще дано,
Що всіх качок і гусок
Стільки, скільки лебідок?*

Успіх і невдача Жвавчика

Успіх. Використовуючи накреслений у зошиті квадрат, Жвавчик легко й швидко побудував другий квадрат — вдвічі більшої площі. Яким чином?

Невдача. Мимрик запитує: «Якщо поряд стоять два осли — один головою на північ, інший — на південь, то чи можуть вони побачити вуха один одного, не повертаючи голови?»



* Зрозуміло, що Оксана Ф. ще версифікаційно невіправна, тому, відповідно, таке «простодушша» оригіналу, а звідси й неоквирність перекладу. — *Прим. ред.*