

Натисніть тут, щоб

**КУПИТИ КНИГУ НА САЙТІ**

або

**замовляйте по телефону:**

(0352) 28-74-89, 51-11-41

(067) 350-18-70

(066) 727-17-62

С.П. Цуренко

*За програмою 11-річної школи*

# **Алгебра Геометрія 7-9 класи**

**Багатоваріантні  
різномірівневі тренувальні вправи  
для класних робіт і домашніх завдань**



ТЕРНОПІЛЬ  
НАВЧАЛЬНА КНИГА — БОГДАН

ББК 22.1я72  
Ц87

Рецензент  
О.О. Васько,  
викладач математики Сумського державного педагогічного університету  
ім. А. С. Макаренка

**Цуренко С.П.**

Ц87 Алгебра. Геометрія. 7–9 класи: Багатоваріантні різнорівневі тренувальні вправи для класних робіт і домашніх завдань. — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2011. — 352 с.

**ISBN 978-966-10-1966-8**

Посібник містить багатоваріантні різнорівневі тренувальні вправи для класних робіт і домашніх завдань з курсу математики 7–9 класів.

Задачі посібника трьох рівнів складності згруповані за темами, що відповідають переліку тем тематичного оцінювання, рекомендованих Міністерством освіти і науки України.

За основу посібника взята розроблена автором методична технологія складання тексту однотипних багатоваріантних задач. Вона дає змогу за допомогою умови однієї задачі збільшити кількість використаних однотипних задач у десятки разів, забезпечити кожного учня окремою задачею і прогнозувати відповідь до неї, зекономити при цьому час на запис і перевірку відповідей.

Для вчителів та учнів середніх навчальних закладів, викладачів і студентів фізико-математичних факультетів вищих навчальних закладів.

ББК 22.1я72

*Охороняється законом про авторське право.  
Жодна частина цього видання не може бути використана  
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

**ISBN 978-966-10-1966-8**

© Навчальна книга — Богдан,  
майнові права, 2011

## Рекомендації для вчителів

У посібнику пропонуємо тренувальні вправи для тематичного оцінювання з усіх тем курсу алгебри та геометрії для 7–9 класів відповідно до чинної програми з математики, витяги з якої у вигляді Додатків розміщені в кінці посібника.

Задачі посібника різного рівня складності згруповані за темами, що відповідають переліку тем тематичного оцінювання з курсу математики 7–9 класів. Задачі, позначені символом  $n^{\circ}$ , відповідають початковому і середньому рівням навчальних досягнень учнів; задачі, позначені символом  $n^{\bullet}$ , відповідають достатньому рівневі; задачі, позначені символом  $n^{\bullet\bullet}$ , відповідають високому рівневі. До всіх задач наведено відповіді.

Умови задач тренувальних вправ підібрані так, що числові значення вправи враховують порядковий номер учня у класному журналі, тому умова однієї вправи — окремий варіант для кожного учня класу. Відповіді до кожного варіанта прогнозуються вчителем умовою задач, що дає змогу за короткий час перевірити й оцінити роботу кожного учня класу.

Завдяки цьому можна урізноманітнити навчальний процес, індивідуалізувати роботу як вдома, так і у класі; за умовою однієї задачі збільшити ресурс використаних однотипних задач в десятки разів, формувати в учнів стійкі навички і вміння розв'язування задач однотипного характеру, якісно підготувати їх до тематичного оцінювання. Цей метод дасть змогу об'єктивно оцінити навчальні досягнення учнів з математики під час тематичного оцінювання і державної атестації.

Використання порядкового номера учня, охоплення кожного учня індивідуальною задачею, прогнозування відповідей до кожної задачі за допомогою умови завдань — це шляхи застосування методів інформатики і комп'ютерних технологій у навчальному процесі без самого комп'ютера.

Залежно від складу учнів, навчальних можливостей класу, теми з алгебри і початків аналізу чи геометрії, кількості годин, відведеної на неї, рівня складності задачі, учитель обирає різні шляхи використання багаторівневих тренувальних вправ для домашніх завдань і класних робіт.

*Задачі тренувальних вправ — універсальні.*

При  $N = 1$  умову тренувальної вправи можна використати одноразово і це буде одноваріантна задача, яку зазвичай подають в навчальних посібниках і підручниках математики інших авторів.

При  $N = 1; 2$  або  $N = 3$  можна розв'язати тренувальну вправу (рівняння, нерівність, систему рівнянь тощо) в класі, а вдома розв'язати цю ж вправу при  $N = 4; 5$  або  $N = 6$ .

При  $N = 1, 2, 3, \dots, 30$  ( $N$  — кількість учнів класу) умова однієї тренувальної вправи дозволяє одержати 30 однотипних задач, які є окремим варіантом для кожного учня, і задавати додому індивідуальні завдання.

У класах з високими навчальними можливостями бажано розв'язати тренувальну вправу з невеликим натуральним числом  $N = 1; 2$  або  $N = 3$  (при менших числах зручніше робити обчислення), що економить час на уроці, а учням, які мають в журналі порядкові номери 1, 2 або 3, запропонувати у домашньому завданні підставити в умову цієї вправи  $N = 31; 32$  або  $N = 33$ , якщо в класі 30 учнів.

Задачі тренувальних вправ можна також використовувати вчителю для складання текстів для самостійних робіт, домашніх і класних контрольних робіт.

В залежності від теми, що вивчається, навчальних можливостей класу, учитель, проглядаючи задачі посібника, робить підбірку (комплектацію) завдань для самостійної, домашньої або класної роботи.

Для геометрії це може бути комплект з 2, 3 або 4 завдань; для алгебри — з 3, 4, 5 або 6 завдань.

Кожен комплект задач самостійної або контрольної роботи повинен містити завдання різного рівня. Кожне правильно розв'язане завдання орієнтовно оцінюється певною кількістю балів. Правильне розв'язання всіх завдань дає змогу одержати учневі максимальну оцінку 12 балів. Кількість завдань самостійної або контрольної роботи є орієнтовною.

У класі з середніми навчальними можливостями учитель може зменшити кількість завдань, а у класі з високими навчальними можливостями збільшити їхню кількість, змінивши оцінювання в

балах так, щоб загальна сума балів за правильне розв'язання всіх завдань дорівнювала 12 балів.

Наприклад, якщо самостійна або контрольна робота містить 3 завдання, то перше завдання повинно відповідати початковому та середньому рівням навчальних досягнень учнів і оцінюватися 6 балами, друге завдання достатнього рівня оцінюється 3 балами, третє завдання високого рівня теж оцінюється 3 балами.

*Пояснимо методичну технологію складання тексту однотипних багатоваріантних задач із використанням порядкового номера учня в класному журналі на задачі з теми «Квадратні нерівності. 9 клас», в якій для усіх 30 учнів можна запропонувати відповідь, де розв'язком нерівності будуть точки відрізка  $[-N - 10; 2]$ .*

Розглядаючи функцію  $\varphi(x) = (x + 8)(x + N)$  і знаходячи її значення при  $x = 2$ , одержуємо:  $\varphi(2) = (2 + x)(2 + N) = 10(N + 2)$ .

Розв'язавши квадратне рівняння  $(x + 8)(x + N) = 10(N + 2)$ , одержуємо  $x_1 = 2, x_2 = -N - 10$ .

Застосувавши властивості квадратичної функції, одержуємо текст такого завдання.

**Завдання.** Розв'яжіть нерівність, де  $N$  — ваш порядковий номер у класному журналі:

$$(x + 8)(x + N) \leq 10(N + 2).$$

*Відповідь.*  $[-N - 10; 2]$ .

Якщо в класі 30 учнів, то, за умовою цього завдання учні, підставляючи в умову замість  $N$  свій порядковий номер, отримують для розв'язання по одній індивідуальній нерівності. Всього ж, за умовою цього завдання, у класі буде складено 30 різних нерівностей:

$$\text{якщо } N = 1 \quad (x + 8)(x + 1) \leq 30;$$

$$\text{якщо } N = 2 \quad (x + 8)(x + 2) \leq 40;$$

$$\text{якщо } N = 3 \quad (x + 8)(x + 3) \leq 50;$$

$$\text{якщо } N = 4 \quad (x + 8)(x + 4) \leq 60;$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\text{якщо } N = 30 \quad (x + 8)(x + 30) \leq 320.$$

Усі ці 30 нерівностей матимуть однотипну відповідь, де розв'язком будуть точки відрізка  $[-N - 10; 2]$ , початком якого буде від'ємне число, модуль якого дорівнює порядковому числу учня, збільшеному на 10, а кінець відрізка — додатне число 2.

Це дає змогу вчителю швидко перевірити правильність виконання завдання кожним учнем і в той же час охопити кожного учня класу окремим варіантом.

12. В арифметичній прогресії знайдіть  $d$ , якщо  $a_2 + a_6 = 4N$  і  $a_8 - a_5 = 1$ .  
Відповідь.  $d = -2$ .
13. В арифметичній прогресії знайдіть  $a_1$ , якщо  $a_1 + a_{11} = 4 + 10N$  і  $a_3 + a_8 = 4 + 9N$ .  
Відповідь.  $a_1 = 2$ .
14. В арифметичній прогресії знайдіть  $S_{11} - S_{10}$ , якщо  $a_2 - a_7 = -3N$  і  $a_6 - a_4 = 2N$ .  
Відповідь.  $S_{11} - S_{10} = a_{11} = 4 + 10N$ .
15. В арифметичній прогресії сума 3-го і 5-го членів дорівнює  $(2N - 10)$ , а різниця 4-го і 7-го членів дорівнює 6. Знайдіть суму десяти перших членів цієї прогресії.  
Відповідь.  $5N - 90$ .
16. В арифметичній прогресії сума п'ятого і дев'ятого членів дорівнює  $2(N + 3)$ , а різниця десятого і четвертого членів дорівнює 3. Знайдіть суму двадцяти перших членів цієї прогресії.  
Відповідь.  $20N + 95$ .
17. В арифметичній прогресії шостий член дорівнює  $(10 - 2N)$ , а сума чотирьох перших членів  $(12 - 8N)$ . Знайдіть 21 член цієї прогресії.  
Відповідь.  $40 - 2N$ .
18. В арифметичній прогресії сьомий член дорівнює  $(N - 12)$ , а сума трьох перших членів  $(3N - 6)$ . Знайдіть 101 член цієї прогресії.  
Відповідь.  $N - 200$ .
- 19\*. Між числами  $-N$  і  $20N$  вставте два таких числа, щоб вони з ними утворили арифметичну прогресію.  
Відповідь.  $6N; 13N$ .
- 20\*. Знайдіть суму всіх натуральних чисел, менших від  $(90N + 2)$ , що кратні 9.  
Відповідь.  $45N(10N + 1)$ .
21. В арифметичній прогресії четвертий член дорівнює  $(N + 6)$ , а сума п'яти перших членів  $(5N + 20)$ . Знайдіть 51-й член цієї прогресії.  
Відповідь.  $N + 100$ .
22. В арифметичній прогресії сума п'ятого і дев'ятого членів дорівнює  $(N + 6)$ , а різниця дев'ятого і четвертого членів дорівнює 3. Знайдіть суму двадцяти перших членів цієї прогресії.  
Відповідь.  $10N + 95$ .
- 23\*. Центри десяти кіл, які мають зовнішні дотики, лежать на прямій. Радіуси цих кіл є числа, що утворюють арифметичну прогресію. Обчисліть периметр правильного шестикутника, вписаного в найменше коло, якщо четвертий радіус дорівнює  $(4N + 2)$  см. Яка відстань між центрами найбільшого і найменшого кіл?  
Відповідь.  $(24N - 18)$  см;  $(72N + 27)$  см.

## Геометрична прогресія

- 24°. Перший член геометричної прогресії  $b_1 = \frac{1}{(2N + 1)^3}$ , а знаменник прогресії  $q = \sqrt{2N + 1}$ . Знайдіть дев'ятий член прогресії.  
Відповідь.  $2N + 1$ .
- 25°. У геометричній прогресії  $b_1 = -2N$ , а  $b_4 = 16N$ . Знайдіть  $b_{10}$ .  
Відповідь.  $1024N$ .
- 26°. Перший член геометричної прогресії  $b_1 = \frac{1}{100N^2}$ , а знаменник  $q = -\sqrt{10N}$ . Знайдіть шостий член прогресії.  
Відповідь.  $-\sqrt{10N}$ .
- 27°. Знайдіть суму нескінченної геометричної прогресії:  $2N; \frac{2N}{3}; \frac{2N}{9}; \dots$ .  
Відповідь.  $3N$ .
- 28°. Знайдіть перші три члени геометричної прогресії  $(b_n)$ , якщо  $b_1 = N; q = -\frac{1}{4}$ .  
Відповідь.  $b_1 = N; b_2 = -1; b_3 = \frac{1}{N}$ .
- 29°. Знайдіть знаменник геометричної прогресії:  $\frac{1}{(N + 1)^2}; N + 1, \dots$ .  
Відповідь.  $(N - 1)^3$ .
- 30°. У геометричній прогресії  $\frac{b_{N+10}}{b_{N+5}} = -32$  і  $b_4 + b_2 = 10N$ . Знайдіть  $b_1$ ,  $q$  і  $S_4$ .  
Відповідь.  $b_1 = -N; q = -2; S_4 = 5N$ .
- 31°. Запишіть у вигляді звичайного дробу нескінченний періодичний дріб  $2, (N + 100)$ .  
Відповідь.  $2\frac{N + 100}{999}$ .
- 32°. Запишіть у вигляді звичайного дробу нескінченний періодичний дріб  $0, (N + 10)$ .  
Відповідь.  $\frac{N + 10}{99}$ .
- 33°. У геометричній прогресії  $b_{N+8}; b_{N+3} = -32$  і  $b_1 = \frac{N}{11}$ . Знайдіть суму п'яти перших членів цієї геометричної прогресії.  
Відповідь.  $N$ .
- 34°. У геометричній прогресії  $\frac{b_{N+13}}{b_{N+1}} = 121$  і  $b_2 + b_3 = 132N$ . Знайдіть  $b_1$  і  $q$ .  
Відповідь.  $b_1 = N; q = 11$ .

<p><b>Тема 3. ДЕКАРТОВІ КООРДИНАТИ НА ПЛОЩИНІ (10 год)</b> Прямокутна система координат на площині. Координати середини відрізка. Відстань між двома точками із заданими координатами. Рівняння кола і прямої.</p>	<p><b>Описує</b> прямокутну систему координат. <b>Розпізнає</b> рівняння кола та прямої. <b>Записує і доводить</b> формули координат середини відрізка та відстані між двома точками. <b>Застосовує</b> вивчені формули і рівняння фігур до розв'язування задач.</p>
<p><b>Тема 4. ГЕОМЕТРИЧНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ (10 год)</b> Переміщення та його властивості. Симетрія відносно точки і прямої, поворот, паралельне перенесення. Рівність фігур. Перетворення подібності та його властивості. Гомотетія. Подібність фігур. Площі подібних фігур.</p>	<p><b>Описує</b> симетрію відносно точки і прямої, паралельне перенесення, поворот; рівність фігур; перетворення подібності, гомотетію, подібність фігур. <b>Будує</b> фігури, в які переходять дані фігури при переміщеннях та перетвореннях подібності. <b>Наводить приклади</b> фігур, які мають вісь симетрії, центр симетрії; подібних фігур. <b>Формулює</b> властивості переміщення та перетворення подібності; теорему про відношення площ подібних фігур. <b>Застосовує</b> вивчені означення і властивості до розв'язування задач.</p>
<p><b>Тема 5. ВЕКТОРИ НА ПЛОЩИНІ (10 год)</b> Вектор. Модуль і напрям вектора. Рівність векторів. Координати вектора. Додавання і віднімання векторів. Множення вектора на число. Колінеарні вектори. Скалярний добуток векторів.</p>	<p><b>Описує</b> вектор, модуль і напрям вектора, координати вектора, дії над векторами, рівність і колінеарність векторів. <b>Відкладає</b> вектор, рівний даному; вектор, рівний сумі (різниці) векторів. <b>Формулює:</b> <i>властивості</i> дій над векторами; <i>означення</i> скалярного добутку векторів, його властивості. <b>Застосовує</b> вивчені означення і властивості до розв'язування задач.</p>

<p><b>Тема 6. ПОЧАТКОВІ ВІДОМОСТІ ЗІ СТЕРЕОМЕТРІЇ (8 год)</b> Взаємне розташування прямих у просторі. Взаємне розташування площин. Взаємне розташування прямої та площини. Перпендикуляр до площини. Пряма призма. Піраміда. Площа поверхні та об'єм призми і піраміди. Циліндр. Конус. Куля. Площі поверхонь і об'єми циліндра, конуса і кулі. Розв'язування задач на обчислення площ поверхонь і об'ємів, у тому числі прикладного характеру.</p>	<p><b>Описує</b> взаємне розміщення в просторі двох прямих; прямої та площини; двох площин. <b>Пояснює</b>, що таке: пряма призма, піраміда, циліндр, конус, куля та їх елементи; поверхня і об'єм многогранника і тіла обертання. <b>Зображує і знаходить</b> на малюнках многогранники і тіла обертання та їх елементи. <b>Записує і пояснює</b> формули площ поверхонь і об'ємів зазначених у програмі геометричних фігур. <b>Застосовує</b> вивчені означення і властивості до розв'язання задач у т. ч. прикладного змісту.</p>
<p><b>Тема 7. ПОВТОРЕННЯ І СИСТЕМАТИЗАЦІЯ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ (10 год)</b></p>	

**Зміст**

Рекомендації для вчителів .....	3
---------------------------------	---

**Алгебра. 7 клас**

Рівняння .....	9
Цілі вирази .....	13
Многочлени .....	15
Формули скороченого множення .....	16
Розкладання на множники .....	17
Перетворення цілих виразів .....	18
Функції .....	19
Системи лінійних рівнянь .....	20
Розв'язування задач за допомогою систем рівнянь .....	22
Повторення курсу алгебри 7 класу .....	24

**Геометрія. 7 клас**

Найпростіші геометричні фігури та їхні властивості. Взаємне розташування прямих на площині .....	26
Рівність трикутників .....	27
Сума кутів трикутника .....	28
Геометричні побудови .....	29
Повторення курсу геометрії 7 класу .....	30

**Алгебра. 8 клас**

Раціональні вирази .....	32
Тотожні перетворення раціональних виразів .....	33
Розв'язування рівнянь .....	34
Квадратні корені .....	36
Квадратні рівняння .....	38
Розв'язування текстових задач за допомогою квадратних рівнянь .....	50
Повторення курсу алгебри 8 класу .....	56

**Геометрія. 8 клас**

Паралелограми .....	58
Теорема Фалеса. Трапеція .....	59
Подібність трикутників .....	60
Теорема Піфагора .....	67
Розв'язування прямокутних трикутників .....	73
Багатокутники. Площі багатокутників .....	87
Повторення курсу геометрії 8 класу .....	111

**Алгебра. 9 клас**

Числові нерівності .....	115
Лінійні нерівності. Системи лінійних нерівностей .....	116
Функції та їхні графіки. Квадратична функція .....	118

Квадратні нерівності .....	120
Системи рівнянь другого степеня з двома змінними .....	130
Розв'язування тестових задач за допомогою систем рівнянь .....	172
Елементи прикладної математики .....	187
Арифметична і геометрична прогресії .....	202
Повторення курсу алгебри 9 класу .....	207

**Геометрія. 9 клас**

Розв'язування трикутників .....	210
Формули для знаходження площі трикутника .....	226
Правильні багатокутники. Багатокутники, вписані в круг .....	241
Декартові координати і вектори .....	243
Геометричні перетворення .....	266
Подібність фігур. Площі подібних фігур .....	267
Початкові відомості зі стереометрії .....	282
Повторення курсу геометрії 9 класу .....	287

**Додатки**

<i>Додаток 1.</i> Допоміжні таблиці геометричних фігур, складених із піфагорових трикутників, застосовані до складання текстів багатоваріантних однотипних задач з геометрії та алгебри .....	301
Таблиця рівнобедрених трикутників (табл. 1) .....	301
Таблиця рівнобічних трапецій (табл. 2) .....	310
Таблиця різносторонніх трикутників (табл. 3) .....	313
Таблиця рівнобічних трапецій, в які можна вписати коло (табл. 4) .....	318
Таблиця прямокутних трикутників (табл. 5) .....	321
Таблиця різносторонніх трикутників (табл. 6) .....	325
<i>Додаток 2.</i> Алгебра. 7-й клас. Навчальна програма .....	330
Геометрія. 7-й клас. Навчальна програма .....	332
Алгебра. 8-й клас. Навчальна програма .....	335
Геометрія. 8-й клас. Навчальна програма .....	337
Алгебра. 9-й клас. Навчальна програма .....	339
Геометрія. 9-й клас. Навчальна програма .....	341
Бібліографічна довідка .....	344



*Навчальне видання*

ЦУРЕНКО Сергій Павлович

## АЛГЕБРА. ГЕОМЕТРІЯ

### 7–9 КЛАСИ

**Багатоваріантні різнорівневі тренувальні вправи  
для класних робіт і домашніх завдань**

Головний редактор *Богдан Будний*

Редактор *Володимир Дячун*

Художник обкладинки *Ростислав Крамар*

Дизайн та комп'ютерна верстка *Андрія Кравчука*

Підписано до друку 1.10.2011. Формат 60×84/16. Папір офсетний.  
Гарнітура Century SchoolBook. Умовн. друк. арк. 20,46. Умовн. фарбо-відб. 20,46.

Видавництво "Навчальна книга – Богдан"

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців

ДК №370 від 21.03.2001 р.

Навчальна книга – Богдан, а/с 529, просп. С. Бандери, 34а, м. Тернопіль, 46008

тел./факс (0352) 52-19-66; 52-06-07; 52-05-48

E-mail: publishing@budny.te.ua, office@bohdan-books.com

www.bohdan-books.com

ISBN 978-966-10-1966-8

