Передмова до українського видання

Це видання — переклад книги «Математические завлекалки» Б.А. Кордемського (1907–1999 рр.), метра російської науково-популярної літератури, книги, яка, на жаль, виявилася останньою в його значному творчому доробку. А це — ціла низка різноманітних і захоплюючих книг, які, пробуджуючи цікавість до математики, сприяли вихованню математичного мислення, розвитку ініціативи та кмітливості у багатьох поколінь учнів.

У праці, в навчанні, у грі, у будь-якій творчій діяльності людині потрібні, за словами Кордемського, винахідливість, спритність, здогад, уміння міркувати, — усе те, що можна означити одним словом як кмітливість, або ж, рівноцінним, соковитим, — тямущість. Її ж, цю тямущість, можна виховати й розвинути систематичними і поступовими вправами, зокрема, розв'язуванням математичних задач як шкільного курсу, так і задач, що виникають з практики, пов'язаних із спостереженням довколишнього світу речей та явищ, — особливо ж розв'язуванням математичних головоломок, ребусів, задач з інтригуючим змістом. Можливо, в наш прагматичний час елементи «інтриги», «приваби», врешті, «заманювання» відіграють чи не найвирішальнішу роль.

Тепер ось маємо й україномовну версію математичних «заманинок» (до речі, теж своєрідний український «новотвір» — адже слово сконструйоване на основі «заманливого», тобто чогось привабливого, приємного тощо — тут і відлуння діалектної «заманки» — «принади»). У вітчизняному інформаційному просторі оприсутнюються персонажі книги: Жвавчик (в оригіналі «Шустрік») та Мимрик («Мямлік»). Перший — меткий, заповзятливий, спритний. І: розсудливий, дещо стриманий, — другий. В математиці обидва типи особистостей і, отже, підходів потрібні в однаковій мірі — бо, як правило, початкове емоційне сприйняття умови задачі (чи її «інтриги») повинно, врешті, урівноважитись вдумливим, спокійним аналізом усіх можливих розгалужень та варіантів розв’язання цієї задачі.

Дві стихії (знову ж таки, за висловом Кордемського) панують в царині математики — числа й фігури з їхнім нескінченним різноманіттям властивостей і взаємозв’язків. Задача — це майже завжди пошук, розкриття цих властивостей і співвідношень, а засоби її розв’язку — це інтуїція та здогад, ерудиція й володіння методами математики. Стихія чисел і фігур, притаманна математиці, панує, отже, на кожній сторінці кожної із книг цієї серії — починаючи від «усілякої всячини», проходячи через «галерею казок і фантазій», переживаючи «події та пригоди на стежинках математики», розкриваючи «маленькі таємниці чисел та фігур», спостерігаючи «незвичайне — у звичайному» і, врешті, «роблячи відкриття».

Особливої уваги заслуговує так звана «поетикоарифметика», розсипана по усьому тексту — це і вірші, поетичні уривки, епіграфи, заголовки тощо. На перший погляд, цей «калейдоскоп» може видатись строгому математику зайвим чи надто «переобтяженим поезією» — проте, заглибившись у цей поетичний світ чисел та фігур, мимоволі зачаровуєшся магією цієї стихії. Звичайно ж, адекватність перекладу вимагала досить доскіпливого підходу до поетичних текстів, написаних в різні епохи людської історії та й у досить відмінних стилях. Інколи це вимагало до «примітивного» версифікування знаходити такі ж адекватні «примітивності» або ж на уже зроблений переклад з інших мов російською в оригіналі «накладати» український переклад.

Загалом, певні удосконалення розв’язків задач (і це відображено у відповідних примітках), усунення деяких помилок та неточностей, а також проведена стилістична правка тексту, на нашу думку, тільки розширить коло зацікавлених українських читачів цієї захоплюючої книги «заманинок».

В.К. Дячун

На те, що двічі два — чотири,
*Наука ширшу має міру.**

І. Шаров

Примхи календаря

1. Календарю деякого року потрібно було сформувати один місяць (а, можливо, й не один) так, щоб понеділків у цьому місяці виявилося більше, ніж вівторків, а субот менше, аніж неділь.

Який день тижня був 5-го числа цього місяця? Чи міг цей місяць бути літнім: липнем чи серпнем?

2. Який день тижня був 5-го числа того місяця, у якому *три* неділі припадали на парні числа?

Числа-«самородки»

Візьмемо довільне натуральне число, наприклад, 13. Додамо до нього суму його цифр, утвориться число 17. До цього результату теж додамо суму його цифр, утвориться 25. Продовжуючи так діяти, одержимо послідовність чисел: 13, 17, 25, 32, 37, 47, ...

З'ясуємо, чи можна отриману послідовність продовжити вліво, тобто чи існує натуральне число, яке у сумі з його ж цифрами дало б 13. Пробуємо 12; $12 + 3 = 15$ — не те. Пробуємо 11; $11 + 2 = 13$ — добре. Отже, перед числом 13 у нашій послідовності повинно бути 11. А перед ним? Пробуємо 10; $10 + 1 = 11$ — добре. А перед числом 10? Тут і без перебору зрозуміло, що числу 10 буде передувати 5. Справді, $5 + 5 = 10$. Але для числа 5 немає попередника серед натуральних чисел.

---

* Віршовані епіграфи перекладені В.К. Дячуном.

Таким чином, у послідовності 5, 10, 11, 13, 17, 25, ... всі числа, крім п'ятірки, «сформовані» за єдиним правилом, а число 5 виявилося мовби «самородком».

Запрошуємо допитливих відправитися в пошуки інших «самородків», аналогічних числу 5.

Однозначні «самородки» виявляються відразу. Це, мабуть, 1, 3, 5, 7 і 9.

Із двозначних найменшим «самородком» буде число 20 (легко переконатися безпосередньо, що жодне з чисел від 1 до 19 у сумі з його ж цифрами не утворять 20). Наступний двозначний «самородок» — число 31 (переконайтеся!).

Задача. Які ще двозначні числа є «самородками»?

Є колекція «самородків» і серед багатозначних чисел. Наприклад: 143, 233, 929, 1952, 874531, тощо. Не так-то легко було виявити їх! Є тризначний «самородок» і менший ніж 143. Знайдіть-но його!

Чи може таке бути...

щоб сума чисел дорівнювала сумі квадратів тих самих чисел:

$$a + b = a^2 + b^2,$$
$$a + b + c = a^2 + b^2 + c^2,$$
$$a + b + c + d = a^2 + b^2 + c^2 + d^2, \text{ тощо?}$$

Рівності, справді, виглядають інтригуючими, оскільки піднесення до квадрата і, взагалі, множення, психологічно зазвичай сприймається як збільшення. Зрозуміло, що для цілих чисел ці рівності неможливі, але чи немає підхожих дробових чисел, адже правильний дріб при множенні на себе стає ще меншим?

Виявляється: є, причому — безліч для кожної рівності зазначеного виду.

Приклади? — Будь ласка:

$$\frac{3}{5}+\frac{6}{5}=\left(\frac{3}{5}\right)^2+\left(\frac{6}{5}\right)^2,$$

$$\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\frac{4}{3}=\left(\frac{1}{3}\right)^2+\left(\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{4}{3}\right)^2,$$

$$\frac{3}{7}+\frac{6}{7}+\frac{7}{7}+\frac{9}{7}=\left(\frac{3}{7}\right)^2+\left(\frac{6}{7}\right)^2+\left(\frac{7}{7}\right)^2+\left(\frac{9}{7}\right)^2.$$

Чи легко підібрати потрібні дроби? Спробуйте!

А потім, якщо хочете, повідомлю по секрету цікавий рецепт їхнього «приготування», наприклад, для чотирьох доданків: берете довільні 4 натуральні числа. Нехай, взяли 1, 3, 4 і 7. Кожне множите на дріб $\frac{1+3+4+7}{1^2+3^2+4^2+7^2}=\frac{1}{5}$ і ... продукція готова:

$$\frac{1}{5}+\frac{3}{5}+\frac{4}{5}+\frac{7}{5}=\left(\frac{1}{5}\right)^2+\left(\frac{3}{5}\right)^2+\left(\frac{4}{5}\right)^2+\left(\frac{7}{5}\right)^2.$$

Рецепт дійсний для будь-якої бажаної кількості доданків. Переконайтеся!

А ще знайдете?

Скільки ви можете винайти чисел, кожне з яких є середнім арифметичним його ж цифр? Наприклад, якщо число x (ціле або дробове) містить три цифри a, b, c, то повинно бути:

$$x=\frac{a+b+c}{3}.$$

У моїй колекції поки що сім чисел з такою властивістю. Ось одне: $\frac{10}{5} = \frac{1+0+5}{3}$.

Чекаю від вас поповнення цієї надзвичайної колекції. Для порівняння своїх винаходів з моїми, загляньте на с. 37 цієї книги.

Яка совість у вас?

Візьміть-бо олівець,
Щоб написати: СОВІСТЬ, —
Й згадайте, а коли
Ви думали про неї?!

З пісні, почутої по радіо

Моя СОВІСТЬ — число квадратне:

$$\text{СОВІСТЬ} = \begin{array}{ll} 1\,0\,28196 & (=1\,0\,1\,4^2) \\ \text{СОВІСТЬ} & (\ \text{СОСИ}^2)\,. \end{array}$$

А ваша? Сподіваюся, вона також — число квадратне, але при інших значеннях С, О, В та решти букв?

Незвичайна манера запрошення, та все-ж...

У місті проводився симпозіум лікарів. Від кожної поліклініки міста були запрошені по 4 лікарі. Кожен із запрошених працював у двох поліклініках і представляв на цьому симпозіумі обидві поліклініки. Однак будь-яке можливе об’єднання двох поліклінік було представлено одним і тільки одним лікарем. Відомості скупі, і все-таки їх цілком достатньо, щоб визначити, скільки поліклінік у місті, і скільки лікарів було запрошено на симпозіум.

Зміст