

§1. ПОДІЛЬНІСТЬ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

1. Дільники та кратні

Розв'язуємо усно

- 1) 1; 2) 0,64; 3) 0,2; 4) 0,56;
5) 2,4; 6) 0,24; 7) 1,5; 8) 0,15.
2. 6.
3. 14.
4. 120.
5. 1) $8 - 5 = 3$ (зошит) — менше купив Петрик.
2) $24 : 3 = 8$ (грн) — коштує один зошит.
Відповідь. Один зошит коштує 8 грн.
6. 98. Оскільки $98 : 10 = 9$ (ост. 8).

Вправи

1. 1) Так; 2) ні; 3) ні;
4) так; 5) так; 6) ні.
2. 1) 2, 3, 4, 6, 8, 12; 2) 6, 12, 18, 30;
3) 2, 4; 4) 8, 12.
3. $19\,735 = 5 \cdot 3947$.
1) Найбільшим дільником числа 19 735 є число 3947.
2) Найменшим дільником числа 19 735 є число 5.
3) Найменшим кратним числа 19 735 є число 19 735.
4. 1) 1, 2, 3, 6, 9, 18; 2) 1, 2, 4, 8;
3) 1, 13; 4) 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56.
5. 1) 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30; 2) 1, 2, 3, 4, 6, 12;
3) 1, 23; 4) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72.
6. 1) 7, 14, 21, 28, 35; 2) 30, 60, 90, 120, 150;
3) 100, 200, 300, 400, 500; 4) 34, 68, 102, 136, 170.
7. 1) 16, 32, 48, 64; 2) 12, 24, 36, 48;
3) 150, 300, 450, 600; 4) 47, 94, 141, 188.
8. 1) 28, 36, 48, 64, 92, 100, 108; 2) 28, 64, 92, 100, 110.
9. 1) Ні; $3 + 2 = 5$; 2) ні; $5 + 10 = 15$.
10. Ні, не є правильним. Наприклад, числа 18 і 4 не діляться без остачі на 11, а їхня сума $18 + 4 = 22$ ділиться без остачі на 11.
11. 1) 1, 5; 2) 1, 7;
3) 1, 2, 3, 4, 6, 12; 4) 1.
12. 1) 1, 2, 3, 6;
3) 1; 2) 1, 2, 3, 6, 10, 15, 30;
4) 1, 3, 9.

13. 1) 12; 2) 24; 3) 24.
 14. 1) 45; 2) 32; 3) 48.
 15. 1) 19, 38, 57, 76, 95;
 2) 105, 210, 315, 420, 525, 630, 735, 840, 945.
 16. 23, 46, 69, 92.
 17. $x = 20, 24, 28, 32$.
 18. $x = 30, 36, 42, 48, 54$.
 19. $x = 8, 10, 16, 20$.
 20. $x = 49$.
 21. Наприклад, 198 — кратне 9 і 11. Таких чисел є безліч: 396, 594,
 22. 36, 72 — кратні 9 і 12. Таких чисел є два.
 23. 1) Так, 36 кратне 6 і 3;
 2) ні, 39 кратне 3, але не кратне 6;
 3) так, 48 кратне 3, 4 і 12;
 4) ні, 36 кратне 4 і 6, але не кратне 24.
 24. 1) 65 буде кратним для трійок чисел: 1, 5, 13; 5, 13, 65; 1, 13, 65; 1, 5, 65;
 2) 121 буде кратним для трійки чисел: 1, 11, 121.
 25. Відповідно до умови задачі число a можна подати у вигляді $a = 7m + 4$.
 Щоб сума $a + b$ була кратною 7, число b потрібно подати у вигляді:
 $b = 7n + 3$.
 26. Відповідно до умови задачі число a можна подати у вигляді $a = 9m + 5$.
 Щоб різниця $a - b$ була кратною 9, число b потрібно подати у вигляді:
 $b = 9n + 5$.
 27. 1) При всіх натуральних значеннях n ;
 2) при всіх натуральних значеннях n ;
 3) при всіх парних значеннях n ;
 4) при всіх значеннях n , кратних 11.
 28. 1) При всіх парних значеннях n ;
 2) при всіх значеннях n , кратних 3.
 29. 1) Подамо це двоцифрове число у вигляді $aa = 10a + a = a \cdot (10 + 1) = 11a$. Тому воно кратне 11.
 2) Подамо це трицифрове число у вигляді $aaa = 100a + 10a + a = a \cdot (100 + 10 + 1) = 111a = 3 \cdot 37 \cdot a$. Тому воно кратне 37.
 30. До числа 1 дописали зліва цифру 4, внаслідок чого воно збільшилося в 41 раз. До числа 2 дописали зліва цифру 8, унаслідок чого воно збільшиться теж у 41 раз.
 31. У числі 17 закреслили цифру 7, внаслідок чого воно зменшилося в 17 разів, у числі 85 — цифру 8, унаслідок чого воно теж зменшиться у 17 разів.

Вправи для повторення

32. Перша в Україні гімназія була відкрита через $1804 - 988 = 816$ років після відкриття першої гімназії.

- 43.** 1) Так; 2) ні; 3) так; 4) ні;
5) так; 6) так; 7) ні.
- 44.** 1) 275, 277, 279, 281, 283, 285, 287, 289;
2) 2727, 2729, 2731, 2733, 2735.
- 45.** 1) 136, 138, 140, 142, 144, 146, 148, 150, 152, 154, 156, 158;
2) 490, 492, 494, 496, 498, 500.
- 46.** 1) 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70;
2) 3725, 3730, 3735, 3740, 3745, 3750.
- 47.** 1) 280, 290, 300, 310; 2) 1470, 1480, 1490, 1500.
- 48.** 3570, 3750, 5370, 5730, 7530, 7350, 3075, 3705, 7035, 7305.
- 49.** 1) 0, 2, 4, 6, 8; 2) 0, 5; 3) 0.
- 50.** 1) 9876; 2) 98765; 3) 987650.
- 51.** 1) 100, 200, 300, 400, 500, 600. Число ділиться без остачі на 100, якщо дві останні цифри у записі цього числа — нулі.
2) 25, 50, 75, 100, 125, 150, 175, 200. Число ділиться без остачі на 25, якщо число, складене з двох останніх цифр, ділиться на 25, або якщо число закінчується двома нулями.
- 52.** Для числа x має виконуватися нерівність $10 < x < 99$. При $x = 97$ значення виразу $x - 32 = 97 - 32 = 65$ ділиться без остачі на 5. Отже, $x = 97$ — шукане число.
- 53.** Для числа y має виконуватися нерівність $100 < y < 999$. При $y = 103$ значення виразу $327 + y = 327 + 103 = 430$ ділиться без остачі на 10. Отже, $y = 103$ — шукане число.
- 54.** Не може.
- 55.** 1) Так, $22 : 11 = 2$; $222 : 111 = 2$; 2) ні.
- 56.** 1) Оскільки сума двох натуральних чисел є непарним числом, то одне з цих чисел парне, а друге — непарне. А тому їхній добуток є парним числом.
2) Оскільки сума двох натуральних чисел є парним числом, то обидва ці числа або парні, або непарні. А тому їхній добуток може бути або парним числом, або непарним.
- 57.** 1) Непарною; оскільки сума 4 парних доданків — парна, а сума 3 непарних доданків — непарна.
2) Парною; оскільки сума 4 непарних доданків — парна, а сума 3 парних доданків — парна.
- 58.** Так. Оскільки сума дев'яти натуральних чисел дорівнює парному числу, то принаймні одне з тих чисел має бути парним. Отже, добуток цих чисел — парне число.
- 59.** Не можна, оскільки якщо в кожній купці буде непарна кількість яблук, то у сумі вийде також непарна кількість яблук, що суперечить умові задачі.

- 60.** Не існує. Оскільки довжини сторін прямокутника виражаються двома послідовними натуральними числами, то добуток цих чисел (площа прямокутника) є парним числом. А це суперечить умові задачі.
- 61.** 1) Так; 2) ні;
3) так, оскільки це добуток двох послідовних натуральних чисел;
4) ні, оскільки це добуток двох непарних чисел;
5) так, оскільки в добутку є парне число $4n - 2$.
- 62.** У вересні та жовтні Іван Іванович чергуватиме по непарних числах місяця, а Петро Петрович — по парних. У листопаді та грудні Іван Іванович чергуватиме по парних числах місяця, а Петро Петрович — по непарних. Тому 18 вересня, 30 жовтня, в ніч на Новий рік чергуватиме Петро Петрович, а 29 вересня, 1 жовтня, 31 жовтня — Іван Іванович.
- 63.** Так. Позначимо: P — парне число, N — непарне число. Можливі такі комбінації з трьох натуральних чисел: 1) NNN ; 2) NNP ; 3) PNP ; 4) PPP . Сума двох парних чи непарних чисел завжди є парним числом, а тому ділиться без остачі на 2.
- 64.** 1) Свій вклад у «нулі» дають $2 \cdot 5$, 10 , $12 \cdot 15$. Тому добуток закінчується трьома нулями.
2) Свій вклад у «нулі» дають $2 \cdot 5$, 10 , $12 \cdot 15$, 20 , $24 \cdot 25$ (два нулі). Тому добуток закінчується шістьма нулями.
- 65.** З умови випливає, що одне із шуканих чисел трицифрове, а інше — двоцифрове. Запишемо ці числа у вигляді суми розрядних доданків: $100x + 10y + 7$ і $10x + y$. Додамо ці числа: $110x + 11y + 7 = 700$; $110x + 11y = 693$; $10x + y = 63$. Отже, двоцифрове число — 63, трицифрове — 637.
- 66.** 1) 20, 22, 24, 26, 28, 40, 42, 44, 46, 48, 60, 62, 64, 66, 68, 80, 82, 84, 86, 88 — 20 чисел;
2) 11, 13, 15, 17, 19, 31, 33, 35, 37, 39, 51, 53, 55, 57, 59, 71, 73, 75, 77, 79, 91, 93, 95, 97, 99 — 25 чисел.
- 67.** Сума $1 + 2 + 3 + \dots + 8 + 9 = 45$. Якщо у цій сумі перед якимось числом a ставити знак « \leftarrow », то сума зменшується на $2a$, тобто на парне число. Різниця непарного і парного чисел завжди є непарне число. Тому жодним чином ми не отримаємо число 18.

Вправи для повторення

- 68.** 1) $14\ 168 : 28 = 506$; 2) $1878 : 24 = 78$ (ост. 6);
3) $14\ 892 : 73 = 204$; 4) $5172 : 56 = 92$ (ост. 20).
- 69.** Нехай в Україні x біосферних заповідників, тоді природних заповідників — $4x$. Складаємо рівняння:
 $x + 4x = 20$; $5x = 20$; $x = 4$.
Отже, в Україні є 4 біосферних заповідники і $4 \cdot 4 = 16$ природних заповідників.
Відповідь. В Україні є 4 біосферних і 16 природних заповідників.

- 70.** Нехай в Україні x дендрологічних парків, тоді ботанічних садів — $x + 10$. Складаємо рівняння:
 $x + x + 10 = 34$; $2x = 24$; $x = 12$.
 Отже, в Україні є 12 дендрологічних парків і $12 + 10 = 22$ ботанічних сади.
- Відповідь.* В Україні є 12 дендрологічних парків і 22 ботанічних сади.
- 71.** 1) $(69 \cdot 0,63 - 10,098 : 5,4 - 20,54) : 0,324 = 65$.
 а) $69 \cdot 0,63 = 43,47$;
 б) $10,098 : 5,4 = 1,87$;
 в) $43,47 - 1,87 - 20,54 = 21,06$;
 г) $21,06 : 0,324 = 65$.
 2) $0,98 \cdot 3,8 - 0,132 : 5,5 - 2,45 = 1,25$.
 а) $0,98 \cdot 3,8 = 3,724$;
 б) $0,132 : 5,5 = 0,024$;
 в) $3,724 - 0,024 - 2,45 = 1,25$.

Задача від Мудрої Сови

- 72.** Сума усіх чисел в клітинках початкового квадрата дорівнює 0, а сума усіх чисел в клітинках квадрата, зображеного на рис. 1, дорівнює 72. За один крок сума чисел в усіх клітинках збільшується на 4, а оскільки 72 ділиться без остачі на 4, то квадрат, зображений на рис. 1, отримати можливо.

3. Ознаки подільності на 9 і на 3

Розв'язуємо усно

- 1.** 1) Непарним; 2) парним.
2. 1) 0; 2) 5.
3. 1) 184, 162, 210, 144, 230; 2) 145, 210, 105, 230;
 3) 210, 230; 4) 162, 243, 210, 144, 153, 105, 201;
 5) 162, 243, 144, 153.
4. 6225.
5. Цифру 2. Число 5625.
6. 1) 19; 2) 10.

Вправи

- 73.**
- | | | | | | | | |
|----------|------|------|------|------|------|------|------|
| Число | 7263 | 4681 | 2743 | 6885 | 7227 | 6350 | 7920 |
| Кратне 9 | + | - | - | + | + | - | + |
- 74.**
- | | | | | | | | |
|----------|------|------|------|------|------|-------|-------|
| Число | 1356 | 4813 | 9075 | 3272 | 6390 | 15684 | 53206 |
| Кратне 3 | + | - | + | - | + | + | - |
- 75.** 1) 8937, 6585, 44 292, 9462, 58 395, 23 646;

- 2) 8937;
3) 44 292, 9462, 23 646.
- 76.** 1) 1215, 2880, 3921, 6072, 8142; 2) 1215, 2880;
3) 2880.
- 77.** 1) 144, 147, 150, 153, 156, 159; 2) 99, 108, 117, 126.
- 78.** 1) 327, 330, 333, 336, 339, 342; 2) 432, 441, 450, 459, 468, 477.
- 79.** 1) 54 840, 54 843, 54 846, 54 849;
2) 306 393, 336 393, 366 393, 396 393;
3) 7908, 7938, 7968, 7998.
- 80.** 1) 62 811; 2) 570 582, 579 582; 3) 7551.
- 81.** 1) 222; 2) 108.
- 82.** Цифру 0. Число 6270.
- 83.** Цифру 5. Число 21 855.
- 84.** Цифру 4. Число 3474.
- 85.** 1) 1023; 2) 10269; 3) 102348; 4) 1035.
- 86.** 1) 9996; 2) 9990; 3) 9990; 4) 9990.
- 87.** 1) 1275 + 3; 2) 3333 + 6; 3) 25 718 + 4; 4) 987 652 + 8;
5) 10 203 040 + 8; 6) 19 191 919 191 + 3.
- 88.** 1470 — найменше шукане число; 7410 — найбільше шукане число.
- 89.** 3150; 6150; 9150; 1155; 4155; 7155. Шість розв'язків.
- 90.** 2340; 6345. Два розв'язки.
- 91.** 1746, 3744, 5742, 7740, 8748.
- 92.** 3141, 3042, 3240, 3546, 3645, 3447, 3744, 3348, 3843, 3942, 3249.
- 93.** Не може. Перетворимо ціни в гривнях у копійки: 15 грн 60 к. = 1560 к.; 4 грн 35 к. = 435 к.; 72 грн 80 к. = 7280 к. Оскільки кожне з чисел 1560, 435 і 6 ділиться без остачі на 3, а 7280 — ні, то уся покупка Галини Петрівни не може коштувати 72 грн 80 к.
- 94.** 9. Оскільки вказаний добуток ділиться без остачі на 9.
- 95.** Так, може. Дмитрові потрібно записати вісімнадцяту цифру так, щоб отримане число ділилося без остачі на 3. Тоді Роман не зможе досягти результату.

Вправи для повторення

- 96.** Число зменшиться на $50 - 05 = 45$.
- 97.** Нехай довжина річки Хорол дорівнює x км, тоді довжина річки Рось — $(x + 38)$ км. Відповідно до умови задачі складаємо рівняння:
 $x + x + 38 = 654$;
 $2x = 616$;
 $x = 308$.
 Отже, довжина річки Хорол 308 км, а довжина річки Рось — $308 + 38 = 346$ км.
Відповідь. Довжина річки Хорол 308 км, а довжина річки Рось — 346 км.

98. Нехай відстань між Вінницею і Житомиром становить x км. Тоді відстань між Києвом і Житомиром — $(x + 6)$ км. Відповідно до умови задачі складаємо рівняння:

$$x + x + 6 = 256;$$

$$2x = 250;$$

$$x = 125.$$

Отже, відстань між Житомиром і Вінницею становить 125 км.

Відповідь. Відстань між Житомиром і Вінницею становить 125 км.

- 99.** 1) $6,29 : 0,85 + (53 - 48,184) : 5,6 = 8,26$.
 а) $53 - 48,184 = 4,816$;
 б) $6,29 : 0,85 = 7,4$.
 в) $4,816 : 5,6 = 0,86$;
 г) $7,4 + 0,86 = 8,26$.
 2) $5,33 : 0,65 - (1,9218 - 0,8118) : 3 = 7,83$.
 а) $1,9218 - 0,8118 = 1,11$;
 б) $5,33 : 0,65 = 8,2$;
 в) $1,11 : 3 = 0,37$;
 г) $8,2 - 0,37 = 7,83$.

Готуємося до вивчення нової теми

- 100.** 1) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^5$; 2) $10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3$;
 3) $a \cdot a \cdot a \cdot a = a^4$; 4) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x = x^6$.
101. 1) $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$; 2) $7^2 = 7 \cdot 7 = 49$;
 3) $(0,6)^2 = 0,6 \cdot 0,6 = 0,36$; 4) $0,5^3 = 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,125$;
 5) $0^6 = 0$; 6) $1^{12} = 1$.
102. 1) 8^2 ; 2) 4^3 ; 3) 2^6 .

Задача від Мудрої Сови

- 103.** Якщо скласти календар відповідно до вимог задачі, то у першому турі перша вісімка грає вдома, друга вісімка — на виїзді, у другому турі та ж перша вісімка грає на виїзді, друга вісімка — дома. Якщо буде продовжуватися так далі, то команди з першої вісімки і команди з другої вісімки між собою ніколи не зустрінуться. Тому таким способом скласти календар неможливо.

4. Прості та складені числа

Розв'язуємо усно

- 1.** 1) $4,99 + 4,01 = 9$; 2) $4,99 + 4,1 = 9,09$;
 3) $0,6 - 0,25 = 0,35$; 4) $3,4 - 3,04 = 0,36$;
 5) $6 \cdot 0,01 = 0,06$; 6) $0,6 \cdot 0,1 = 0,06$;
 7) $6 : 0,1 = 60$; 8) $0,6 : 0,01 = 60$.

ЗМІСТ

§1. Подільність натуральних чисел	3
1. Дільники та кратні	3
2. Ознаки подільності на 10, на 5 і на 2	5
3. Ознаки подільності на 9 і на 3.....	8
4. Прості та складені числа	10
5. Найбільший спільний дільник.....	13
6. Найменше спільне кратне	18
Завдання №1 «Перевірте себе» в тестовій формі.....	21
§2. Звичайні дроби	22
7. Основна властивість дробу.....	22
8. Скорочення дробів.....	26
9. Зведення дробів до спільного знаменника. Порівняння дробів.....	29
10. Додавання і віднімання дробів	34
Завдання №2 «Перевірте себе» в тестовій формі.....	48
11. Множення дробів	49
12. Знаходження дробу від числа	62
13. Взаємно обернені числа	69
14. Ділення дробів	71
15. Знаходження числа за заданим значенням його дробу.....	85
16. Перетворення звичайних дробів у десяткові.....	91
17. Нескінченні періодичні десяткові дроби.....	93
18. Десяткове наближення звичайного дробу	95
Завдання №3 «Перевірте себе» в тестовій формі.....	97
§3. Відношення і пропорції	98
19. Відношення.....	98
20. Пропорції	100
21. Відсоткове відношення двох чисел.....	107
22. Пряма та обернена пропорційні залежності	114
23. Поділ числа в заданому відношенні.....	116
24. Коло і круг	120
25. Довжина кола. Площа круга.....	129
26. Циліндр. Конус. Куля.....	134
27. Діаграми	136
28. Випадкові події. Ймовірність випадкової події.....	141
Завдання №4 «Перевірте себе» в тестовій формі.....	144
§4. Раціональні числа і дії з ними	146
29. Додатні і від'ємні числа	146
30. Координатна пряма	147
31. Цілі числа. Раціональні числа.....	150

32. Модуль числа	152
33. Порівняння чисел	155
34. Додавання раціональних чисел.....	157
35. Властивості додавання раціональних чисел.....	161
36. Віднімання раціональних чисел.....	164
Завдання №5 «Перевірте себе» в тестовій формі.....	170
37. Множення раціональних чисел	171
38. Переставна та сполучна властивості множення раціональних чисел. Коефіцієнт	176
39. Розподільна властивість множення	179
40. Ділення раціональних чисел	185
41. Розв'язування рівнянь	191
42. Розв'язування задач за допомогою рівнянь.....	198
43. Перпендикулярні прямі.....	208
44. Паралельні прямі	212
45. Координатна площина	214
46. Графіки	222
Завдання №6 «Перевірте себе» в тестовій формі.....	224
Вправи для повторення за курс 6 класу.....	226