

Ю.І. Мальований
Г.М. Литвиненко
Г.М. Возняк

АЛГЕБРА

9 клас
Підручник
для загальноосвітніх
навчальних закладів

За редакцією Ю.І. Мальованого

*Рекомендовано
Міністерством освіти і науки України*



ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА — БОГДАН

УДК 512.1(075.3)
ББК 22.1я72
М21

Експерти:

- Бончук О.М.* учитель-методист, методичний кабінет Новоодеської РДА Миколаївської обл.
- Величко І.Г.* кандидат фіз.-мат. наук, доцент кафедри алгебри і геометрії, Запорізький національний університет
- Глобін О.І.* кандидат пед. наук, старший науковий співробітник лабораторії математичної та фізичної освіти АПН України
- Горбачик О.В.* учитель, Кузнецовська гімназія Рівненської обл.
- Горобець І.В.* учитель-методист, заступник директора ліцею “Перспектива”, м. Запоріжжя
- Дрозд Ю.А.* доктор фіз.-мат. наук, професор, завідувач відділом алгебри Інституту математики НАН України
- Кастранець Л.М.* методист, Чортківський РМК

Відповідальні за підготовку видання:

- Литвиненко О.О.* методист вищої категорії, Інститут інноваційних технологій і змісту освіти МОН України
- Прокопенко Н.С.* головний спеціаліст МОН України

Видано за рахунок державних коштів.
Продаж заборонено

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
(наказ МОН України №56 від 02.02.2009 р.)*

*Охороняється законом про авторське право.
Жодна частина цього видання не може бути відтворена
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

- © Мальований Ю.І., Литвиненко Г.М.,
Возняк Г.М., 2009
- © Навчальна книга – Богдан, макет,
художнє оформлення, 2009

ISBN 978-966-10-0285-1

Слово до учнів

Людський розум не винайшов іншої машини, яка такою ж мірою вивільняла б від нудної роботи, як алгебра.

Дж. В. Гіббс,
американський фізик,
механік і математик

Юний друже!

Перед тобою новий підручник з алгебри, науки, яку ти продовжуватимеш вивчати в 9 класі. Мета цього підручника — допомогти тобі не тільки здобути певні знання, а й навчитися використовувати їх у процесі навчання і в практичній діяльності.

Матеріал підручника структуровано за розділами, які розбито на параграфи, а ті, у свою чергу, — на окремі пункти. Майже перед кожним з пунктів у рубриці «Пригадайте» акцентується увага на тих відомостях, які слід відновити в пам'яті для полегшення розуміння нового матеріалу.

Кожен пункт складається з двох частин. У першій частині викладено теоретичний матеріал, у другій — вміщено запитання для самоперевірки, а також задачі та вправи, які допоможуть тобі його усвідомити і навчитися застосовувати. Не починай виконувати вправи, не прочитавши викладене у теоретичній частині. Там ти знайдеш, зокрема, і зразки розв'язання окремих завдань.

Щоб привернути твою увагу до особливо важливих положень, їх виділено відмінним від звичайного шрифтом і кольором. Наприклад, кольором виділено означення та властивості, які потрібно запам'ятати. Послідовність виконання певних дій, перетворень, розв'язування задач надруковано курсивом.

Зорієнтуватися у рівні засвоєння змісту розділу ти зможеш за допомогою вміщених у його кінці додаткових задач та вправ, а також різнорівневих завдань для самоперевірки.

Щиро бажаємо тобі успіху!

Позначення:

° — завдання, що відповідають початковому і середньому рівням навчальних досягнень;

* — завдання високого рівня навчальних досягнень;

відсутність біля номера завдання будь-якого позначення вказує на те, що воно відповідає достатньому рівню навчальних досягнень. Для додаткових задач і вправ до кожного розділу та на повторення курсу алгебри рівні їх складності не вказано;

▽ — початок доведення твердження або розв'язання вправи;

▲ — кінець доведення твердження або розв'язання вправи.

Розділ I

НЕРІВНОСТІ

§1. Числові нерівності

§2. Нерівності зі змінними

§1. Числові нерівності

1.1. Поняття числової нерівності

Пригадайте

1. Що означають знаки $>$ і $<$?
2. Який запис правильний: а) $3 < 5$; б) $6 > 8$; в) $0 < 1$?
3. Як записати за допомогою математичних символів твердження: а) число a — додатне; б) число b — від'ємне?

① **Як порівняти два числа.** Вам уже не раз доводилося порівнювати числа. В результаті порівняння встановлюють одне з трьох можливих відношень між двома числами a і b : a більше від b ($a > b$); a менше від b ($a < b$); a дорівнює b ($a = b$).

Ви знаєте, що будь-яке додатне число більше від 0, а будь-яке від'ємне число менше від 0. Тому запис $a > 0$ означає, що a — число додатне, а запис $a < 0$ — що a — число від'ємне.

На координатній прямій додатні числа розміщені справа від нуля, а від'ємні — зліва. Взагалі, якщо $a > b$, то число a на координатній прямій розміщене правіше від b (рис. 1).



Рис. 1

Досі строгих означень відношень «більше», «менше», «дорівнює» між двома числами не давалося, хоча вони досить прості і побудовані на використанні значення різниці даних чисел.

Як відомо, така різниця може бути додатною, від'ємною або дорівнювати нулю. Відповідно,



число a більше від числа b , якщо різниця чисел a і b додатна:

$$a > b, \text{ якщо } a - b > 0;$$

число a менше від числа b , якщо різниця чисел a і b від'ємна:

$$a < b, \text{ якщо } a - b < 0;$$

число a дорівнює числу b , якщо різниця чисел a і b дорівнює нулю:

$$a = b, \text{ якщо } a - b = 0.$$

Враховуючи ці означення, для порівняння будь-яких двох чисел потрібно утворити їх різницю і визначити її знак.

Розглянувши приклади, спробуємо визначити, що більше:

а) $\frac{5}{8}$ чи $\frac{4}{7}$?

$$\frac{5}{8} - \frac{4}{7} = \frac{35 - 32}{56} = \frac{3}{56} > 0. \text{ Отже, } \frac{5}{8} > \frac{4}{7}.$$

б) -15 чи -17 ?

$$-15 - (-17) = -15 + 17 = 2 > 0. \text{ Отже, } -15 > -17.$$

в) $0,333$ чи $\frac{1}{3}$?

$$0,333 - \frac{1}{3} = \frac{333}{1000} - \frac{1}{3} = \frac{999 - 1000}{3000} = -\frac{1}{3000} < 0.$$

Отже, $0,333 < \frac{1}{3}$.

г) 7 чи $4\sqrt{3}$?

Для визначення знака різниці $7 - 4\sqrt{3}$ перетворимо її, записавши 7 як $4 + 3$. Маємо:

$$\begin{aligned} 7 - 4\sqrt{3} &= 4 + 3 - 4\sqrt{3} = 4 - 4\sqrt{3} + 3 = 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = \\ &= (2 - \sqrt{3})^2 > 0. \text{ Отже, } 7 > 4\sqrt{3}. \end{aligned}$$

② **Що таке числова нерівність?** Два числа, сполучені знаком $>$ (більше) або $<$ (менше), утворюють **числову нерівність**.

Приклади: $3 < 5$; $-1 > -9$; $0 < 4,5$.

Знаки нерівності $<$ та $>$ (або $>$ та $<$) є **однаковими**. Тому нерівності виду $a > b$ і $c > d$ (або $a < b$ і $c < d$) називають нерівностями **однакового смислу**.

Наприклад, $\sqrt{5} > 2$ і $\pi > 3,1$ — нерівності однакового смислу.

Знаки нерівності $>$ і $<$ є **протилежними**. Тому нерівності виду $a > b$ і $c < d$ (або $a < b$ і $c > d$) називають нерівностями **протилежного смислу**.

Наприклад, $\sqrt{5} > 2$ і $0,3 < \frac{1}{3}$ є нерівностями протилежного смислу; нерівності $4 < 6,5$ і $8 > 0$ — так само.

Як і числові рівності, числові нерівності можуть бути **правильними** і **неправильними**. Наприклад, нерівності $2 < 7$; $0,5 > \frac{1}{3}$ є правильними, а нерівності $1 > 2$; $3 < -0,8$; $\frac{1}{3} > \frac{1}{2}$ — неправильними.

③ **Очевидні властивості.** У процесі розв'язування задач та доведення тверджень користуються такими очевидними властивостями.

№	Символічний запис	Словесне формулювання
1.	Якщо $a > 0$ і $b > 0$, то $a + b > 0$, $ab > 0$, $\frac{a}{b} > 0$.	Сума, добуток і частка двох додатних чисел — завжди додатні.
2.	Якщо $a < 0$ і $b < 0$, то $a + b < 0$, $ab > 0$, $\frac{a}{b} > 0$.	Сума двох від'ємних чисел — від'ємна, а їх добуток і частка — додатні.
3.	Якщо $a > 0$ і $b < 0$, то $ab < 0$, $\frac{a}{b} < 0$.	Добуток і частка додатного та від'ємного чисел є від'ємними числами.

№	Символічний запис	Словесне формулювання
4.	Якщо $ab > 0$ або $\frac{a}{b} > 0$, то $a > 0$ і $b > 0$ або $a < 0$ і $b < 0$.	Якщо добуток або частка двох чисел є додатним числом, то ці числа або додатні, або від'ємні.
5.	Якщо $ab < 0$ або $\frac{a}{b} < 0$, то $a > 0$ і $b < 0$ або $a < 0$ і $b > 0$.	Якщо добуток або частка двох чисел є від'ємні, то одне з них — додатне число, а друге — від'ємне.
6.	Якщо $ab = 0$, то $a = 0$ і $b \neq 0$, або $a \neq 0$ і $b = 0$, або $a = b = 0$.	Якщо добуток двох чисел дорівнює нулю, то принаймні одне з них (тобто одне з двох або обидва одночасно) дорівнює нулю.
7.	Якщо $a \neq 0$, то $a^{2n} > 0$; $a^{2n+1} > 0$, коли $a > 0$; $a^{2n+1} < 0$, коли $a < 0$.	1) Степінь будь-якого, відмінного від нуля, числа з парним показником є додатним числом; 2) степінь додатного числа з непарним показником є додатним числом, а степінь від'ємного числа з непарним показником — від'ємним.

Проілюструйте кожне твердження прикладом.



Запитання для самоперевірки

1. Як порівняти між собою два числа?
2. У якому випадку число a більше від числа b ?
3. У якому випадку число m менше від числа n ?
4. Яке з чисел a , b , c лежить на координатній прямій між двома іншими, якщо $a > c$ та $c > b$?