

Натисніть тут, щоб
купити книгу на сайті
або

замовляйте по телефону:

(0352) 28-74-89, 51-11-41

(067) 350-18-70

(066) 727-17-62

А.В. Кравчук, В.К. Дячун

ПОВНІ РОЗВ'ЯЗКИ ЗА ПІДРУЧНИКОМ «АЛГЕБРА. 8 КЛАС»

**(автори Мерзляк А.Г.,
Полонський В.Б., Якір М.С.)**

Посібник для тренування



ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА — БОГДАН

УДК 512.1(075.3)

ББК 22.1я72

К78

Кравчук А.В.

К78 Повні розв'язки за підручником «Алгебра. 8 клас» (автори Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С.) / А.В. Кравчук, Дячун В.К. — Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 2017. — 280 с.

ISBN 978-966-10-4799-9

У посібнику містяться повні і вичерпні зразки розв'язання всіх завдань і вправ підручника з алгебри 8 класу (Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра. Підручник для 8 класу загальноосвітніх навчальних закладів. — Харків: Гімназія, 2016).

Посібник адресовано, в першу чергу, батькам для надання допомоги їхнім дітям та контролю за виконанням домашніх робіт. Буде корисним учителям 8-х класів.

УДК 512.1(075.3)

ББК 22.1я72

*Охороняється законом про авторське право.
Жодна частина цього видання не може бути відтворена
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

ISBN 978-966-10-4799-9

© Навчальна книга – Богдан, 2017

§1. РАЦІОНАЛЬНІ ВИРАЗИ

1. Раціональні дроби

Вправи

1. 1) $\frac{5x^2}{4} + \frac{x}{7}$, $\frac{1}{6}m^3n^5$, $\frac{m^2-3mn}{18}$ — цілі вирази;
2) $\frac{3a^2}{4b^3}$, $\frac{8}{6n+1}$, $3a - \frac{b^2}{c^4}$, $\frac{t^2-6t+15}{2t}$, $\frac{x-2}{x+2}$, $(y-4)^3 + \frac{1}{y}$ — дробові вирази;
3) $\frac{3a^2}{4b^3}$, $\frac{8}{6n+1}$, $\frac{t^2-6t+15}{2t}$, $\frac{x-2}{x+2}$, $\frac{1}{6}m^3n^5$, $\frac{m^2-3mn}{18}$ — раціональні дроби.
2. 1) Якщо $c = -3$, то $\frac{c^2-4c}{2c+1} = \frac{(-3)^2-4 \cdot (-3)}{2 \cdot (-3)+1} = \frac{9+12}{-6+1} = \frac{21}{-5} = -4,2$;
2) якщо $c = 0$, то $\frac{c^2-4c}{2c+1} = \frac{0^2-4 \cdot 0}{2 \cdot 0+1} = 0$.
3. 1) Якщо $m = -1$, $n = 1$, то вираз $\frac{2m-n}{3m+2n} = \frac{2 \cdot (-1)-1}{3 \cdot (-1)+2 \cdot 1} = \frac{-2-1}{-3+2} = \frac{-3}{-1} = 3$;
2) якщо $m = 4$, $n = -5$, то вираз $\frac{2m-n}{3m+2n} = \frac{2 \cdot 4 - (-5)}{3 \cdot 4 + 2 \cdot (-5)} = \frac{8+5}{12-10} = \frac{13}{2} = 6,5$.
4. 1) При $a = -4$ вираз $\frac{a^2-1}{a-5} = \frac{(-4)^2-1}{(-4)-5} = \frac{16-1}{-4-5} = \frac{15}{-9} = -\frac{5}{3} = -1\frac{2}{3}$;
2) при $x = -5$, $y = 6$ вираз $\frac{x+3}{y} - \frac{y}{x+2} = \frac{-5+3}{6} - \frac{6}{-5+2} = \frac{-2}{6} - \frac{6}{-3} = -\frac{1}{3} + 2 = 1\frac{2}{3}$.
5. 1) $x \in \mathbf{R}$; 2) $m \neq 0$; 3) $x \neq 5$;
4) $x \in \mathbf{R}$; 5) $y \neq -1$; 6) $x \in \mathbf{R}$;
7) $x \neq -2$; 2; 8) $x \neq -4$; 4; 9) $x \neq -1$; 2;
10) $x \neq 0$; 6; 11) $x \in \mathbf{R}$; 12) $x \neq -5$; 3.
6. 1) $y \neq 0$; 2) $x \neq -9$; 3) $m \neq -3$; 3;
4) $x \neq -3$; 3; 5) $x \neq 1$; 8; 6) $x \neq -2$; 10.
7. 1) $\frac{x^2+3x+10}{x-7}$; 2) $\frac{|x|+25}{2x+2}$; 3) $\frac{x^3+2x^2+3x+4}{x(x-4)}$.

8. 1) $\frac{y^2 + 3y + 4}{y - 5}$; 2) $\frac{y + 12}{y(y + 2)}$; 3) $\frac{12}{(|y| - 3)(y - 6)}$; 4) $\frac{34y + 45}{|y| + 4}$.

9. $t = \frac{a}{75} + \frac{b}{40}$ (год).

Якщо $a = 150$, $b = 20$, то $t = \frac{a}{75} + \frac{b}{40} = \frac{150}{75} + \frac{20}{40} = 2 + 0,5 = 2,5$ (год).

Відповідь. За 2,5 год.

10. $N = \frac{m}{8} + \frac{n}{14}$ (зош.).

Якщо $m = 24$, $n = 56$, то $N = \frac{m}{8} + \frac{n}{14} = \frac{24}{8} + \frac{56}{14} = 3 + 4 = 7$ (зош.).

Відповідь. 7 зошитів.

11. 1) ОДЗ: $x \neq 0$. Для всіх x із ОДЗ виразу значення виразу x^2 — додатні, а тому і значення виразу $\frac{1}{x^2}$ — додатні.

2) $6x - 9 - x^2 = -(x - 3)^2$. ОДЗ: $x \neq 3$. При всіх x із ОДЗ виразу значення виразу $x^2 + 1$ — додатні, а значення виразу $6x - 9 - x^2$ — від'ємні. Тому значення виразу $\frac{x^2 + 1}{6x - 9 - x^2}$ — від'ємні.

12. 1) ОДЗ: $x \in R$. При всіх x із ОДЗ виразу значення виразу $-x^2$ — недодатні, значення виразу $x^2 + 5$ — додатні, а тому значення виразу $\frac{-x^2}{x^2 + 5}$ — недодатні.

2) $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$. ОДЗ: $x \neq 1$. При всіх x із ОДЗ виразу значення виразів $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$ і $x^2 - 2x + 1$ — невід'ємні. Тому значення виразу $\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 2x + 1}$ — також невід'ємні.

13. $5x - 15y = 1$; $x - 3y = \frac{1}{5}$.

1) $x - 3y = \frac{1}{5}$;

2) $\frac{8}{2x - 6y} = \frac{8}{2(x - 3y)} = \frac{8 \cdot 5}{2} = 20$;

3) $\frac{18y - 6x}{9} = \frac{-6(x - 3y)}{9} = \frac{-6}{9 \cdot 5} = -\frac{2}{15}$;

4) $\frac{1}{x^2 - 6xy + 9y^2} = \frac{1}{(x - 3y)^2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2} = 25$.

14. $4a + 8b = 10; a + 2b = \frac{5}{2}.$

1) $2b + a = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2};$

2) $\frac{5}{a+2b} = \frac{5 \cdot 2}{5} = 2;$

3) $\frac{a^2 + 4ab + 4b^2}{2a + 4b} = \frac{(a+2b)^2}{2(a+2b)} = \frac{a+2b}{2} = \frac{5}{2 \cdot 2} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}.$

15. 1) $x \neq 0; 4 - \frac{4}{x} \neq 0; 4x - 4 \neq 0; x \neq 1;$

2) $x \neq 0; x - \frac{1}{x} \neq 0; x^2 - 1 \neq 0; x \neq -1; x \neq 1.$

16. 1) $x \neq 0; x - \frac{9}{x} \neq 0; x^2 - 9 \neq 0; x \neq -3; x \neq 3.$

2) $x \neq 0; 2 + \frac{6}{x} \neq 0; 2x + 6 \neq 0; x \neq -3.$

Готуємося до вивчення нової теми

17. 1) $\frac{5}{15} = \frac{1}{3};$ 2) $\frac{12}{18} = \frac{2}{3};$ 3) $\frac{27}{45} = \frac{3}{5};$ 4) $\frac{30}{48} = \frac{5}{8}.$

18. 1) $\frac{3}{7} = \frac{3 \cdot 2}{7 \cdot 2} = \frac{6}{14};$ 2) $\frac{8}{15} = \frac{8 \cdot 4}{15 \cdot 4} = \frac{32}{60}.$

19. 1) $a^5 a^3 = a^{5+3} = a^8;$ 2) $(a^5)^3 = a^{5 \cdot 3} = a^{15};$
3) $a^5 : a^3 = a^{5-3} = a^2;$ 4) $(a^8)^4 : (a^2)^8 = a^{8 \cdot 4 - 2 \cdot 8} = a^{32-16} = a^{16}.$

20. 1) $6a - 15b = 3(2a - 5b);$ 2) $2a + ab = a(2 + b);$
3) $7am + 7bn = 7(am + bn);$ 4) $4x^2 - 12xy = 4x(x - 3y);$
5) $a^6 + a^2 = a^2(a^4 + 1);$ 6) $12m^2n - 4mn = 4mn(3m - 1);$

7) $2x^2 - 4x^3 + 10x^4 = 2x^2(1 - 2x + 5x^2);$
8) $10a^3b^2 - 15a^2b + 25ab^2 = 5ab(2a^2b - 3a + 5b).$

21. 1) $ab - ac + bd - cd = a(b - c) + d(b - c) = (a + d)(b - c);$
2) $3m + 3n - mx - nx = 3(m + n) - x(m + n) = (3 - x)(m + n);$
3) $a^5 + a^3 + 2a^2 + 2 = a^3(a^2 + 1) + 2(a^2 + 1) = (a^3 + 2)(a^2 + 1);$
4) $8a^2b - 2a^2 - 4b^2 + b = 2a^2(4b - 1) - b(4b - 1) = (2a^2 - b)(4b - 1).$

22. 1) $a^2 - 8a + 16 = a^2 - 4a - 4a + 16 = a(a - 4) - 4(a - 4) = (a - 4)(a - 4) = (a - 4)^2;$
2) $9x^2 + 6x + 1 = 9x^2 + 3x + 3x + 1 = 3x(3x + 1) + (3x + 1) = (3x + 1)(3x + 1) = (3x + 1)^2;$

3) $40xy + 16x^2 + 25y^2 = 16x^2 + 20xy + 20xy + 25y^2 = 4x(4x + 5y) + 5y(4x + 5y) = (4x + 5y)(4x + 5y) = (4x + 5y)^2;$
4) $a^8 - 4a^4b + 4b^2 = a^8 - 2a^4b - 2a^4b + 4b^2 = a^4(a^4 - 2b) - 2b(a^4 - 2b) = (a^4 - 2b)(a^4 - 2b) = (a^4 - 2b)^2.$

23. 1) $x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3);$ 2) $25 - 4y^2 = (5 + 2y)(5 - 2y);$
3) $36m^2 - 49n^2 = (6m + 7n)(6m - 7n);$ 4) $a^2b^2 - 81 = (ab + 9)(ab - 9);$
5) $100m^6 - 1 = (10m^3 + 1)(10m^3 - 1);$ 6) $a^{10} - b^6 = (a^5 + b^3)(a^5 - b^3);$

- 7) $c^3 - d^3 = (c - d)(c^2 + cd + d^2)$; 8) $a^3 + 8 = (a + 2)(a^2 - 2a + 4)$;
 9) $27m^6 - n^9 = (3m^2 - n^3)(9m^4 + 3m^2n^3 + n^6)$.
24. 1) $7a^2 - 7 = 7(a^2 - 1) = 7(a + 1)(a - 1)$;
 2) $3b^3 - 3b = 3b(b^2 - 1) = 3b(b + 1)(b - 1)$;
 3) $2x^3 - 2xy^2 = 2x(x^2 - y^2) = 2x(x + y)(x - y)$;
 4) $-8a^5 + 8a^3 - 2a = -2a(4a^4 - 4a^2 + 1) = -2a(2a^2 - 1)^2$;
 5) $x - 4y + x^2 - 16y^2 = (x - 4y) + (x + 4y)(x - 4y) = (x - 4y)(1 + x + 4y)$;
 6) $ab^6 - ab^4 - b^6 + b^4 = ab^4(b^2 - 1) - b^4(b^2 - 1) = (ab^4 - b^4)(b^2 - 1) =$
 $= b^4(a - 1)(b^2 - 1) = b^4(a - 1)(b - 1)(b + 1)$.
25. 1) $3x^2 - 36xy + 108y^2 = 3(x^2 - 12xy + 36y^2) = 3(x - 6y)^2$. Дана рівність є то-
 тожністю.
 2) $4m^3 - 500n^6 = 4(m^3 - (5n^2)^3) = 4(m - 5n^2)(m^2 + 5mn^2 + 25n^2)$. Дана
 рівність не є тотожністю.

Учимося робити нестандартні кроки

- 26.** 1) Число b не може ділитися без остачі на число a , оскільки b — завжди непарне, а a — завжди парне.
 2) Число a може ділитися на число b , наприклад, при $m = 6$ і $n = 2$ або $m = 9$ і $n = 3$.

2. Основна властивість раціонального дробу

Вправи

- 27.** $\frac{6a^2}{24a} = \frac{6a \cdot a}{6a \cdot 4} = \frac{a}{4}$.
 Відповідь. 2).
- 28.** 1) Рівність $\frac{3m^2}{7m} = \frac{3m \cdot m}{7 \cdot m} = \frac{3m}{7}$ — є тотожністю;
 2) рівність $\frac{4x^8}{16x^4} = \frac{x^4 \cdot 4x^4}{4 \cdot 4x^4} = \frac{x^4}{4} \neq \frac{x^2}{4}$ — не є тотожністю;
 3) рівність $\frac{2b}{5c^3} = \frac{2b \cdot 4c^2}{5c^3 \cdot 4c^2} = \frac{8bc^2}{20c^5} \neq \frac{8b}{20c^5}$ — не є тотожністю;
 4) рівність $\frac{8m^2}{9n} = \frac{8m^2 \cdot m^3}{9n \cdot m^3} = \frac{8m^5}{9nm^3}$ — є тотожністю.
- 29.** 1) $\frac{14a^3}{21a} = \frac{2a^2 \cdot 7a}{3 \cdot 7a} = \frac{2a^2}{3}$; 2) $\frac{8b^3c^2}{12bc^3} = \frac{2b^2 \cdot 4bc^2}{3c \cdot 4bc^2} = \frac{2b^2}{3c}$;
 3) $\frac{5x}{20x} = \frac{1 \cdot 5x}{4 \cdot 5x} = \frac{1}{4}$; 4) $\frac{24x^2y^2}{32xy} = \frac{3xy \cdot 8xy}{4 \cdot 8xy} = \frac{3xy}{4}$;
 5) $\frac{4abc}{16ab^4} = \frac{c \cdot 4ab}{4b^3 \cdot 4ab} = \frac{c}{4b^3}$; 6) $\frac{56m^5n^7}{42m^5n^{10}} = \frac{4 \cdot 14m^5n^7}{3n^3 \cdot 14m^5n^7} = \frac{4}{3n^3}$;

$$7) \frac{-10n^{10}}{5n^4} = \frac{-2n^6 \cdot 5n^4}{5n^4} = -2n^6;$$

$$8) \frac{3p^4q^6}{-9p^8q^7} = \frac{3p^4q^6}{-3p^4q \cdot 3p^4q^6} = -\frac{1}{3p^4q}.$$

$$30. \quad 1) 6a : (18a^5) = \frac{6a}{18a^5} = \frac{6a}{3a^4 \cdot 6a} = \frac{1}{3a^4};$$

$$2) 16b^7 : (48b^4) = \frac{16b^7}{48b^4} = \frac{b^3 \cdot 16b^4}{3 \cdot 16b^4} = \frac{b^3}{3};$$

$$3) 35a^8b^6 : (-49a^6b^8) = \frac{35a^8b^6}{-49a^6b^8} = \frac{5a^2 \cdot 7a^6b^6}{-7b^2 \cdot 7a^6b^6} = -\frac{5a^2}{7b^2}.$$

$$31. \quad 1) \frac{3x}{21y} = \frac{x \cdot 3}{7y \cdot 3} = \frac{x}{7y};$$

$$2) \frac{5x^2}{6x} = \frac{5x \cdot x}{6 \cdot x} = \frac{5x}{6};$$

$$3) \frac{5c^4}{10c^5} = \frac{1 \cdot 5c^4}{2c \cdot 5c^4} = \frac{1}{2c};$$

$$4) \frac{2m^4}{m^3} = \frac{2m \cdot m^3}{m^3} = 2m;$$

$$5) \frac{16ab^4}{40ab^2} = \frac{2b^2 \cdot 8ab^2}{5 \cdot 8ab^2} = \frac{2b^2}{5};$$

$$6) \frac{63x^5y^4}{42x^4y^5} = \frac{3x \cdot 21x^4y^4}{2y \cdot 21x^4y^4} = \frac{3x}{2y};$$

$$7) \frac{12a^8}{-42a^2} = \frac{2a^6 \cdot 6a^2}{-7 \cdot 6a^2} = -\frac{2a^6}{7};$$

$$8) \frac{-13a^5b^5}{26a^4b^3} = \frac{-ab^2 \cdot 13a^4b^3}{2 \cdot 13a^4b^3} = -\frac{ab^2}{2}.$$

$$32. \quad 1) \frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}; \quad 2) \frac{-a}{b} = \frac{a}{b}; \quad 3) \frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}; \quad 4) \frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}.$$

$$33. \quad 1) \frac{a}{3} = \frac{2a^2}{6a} = \frac{3a^4}{9a^3} = \frac{5ab}{5b} = \frac{4a^2c^3}{12ac^3};$$

$$2) \frac{m}{n} = \frac{4m}{4n} = \frac{2mn}{2n^2} = \frac{m^2p}{mnp} = \frac{3m^4n^3}{3m^3n^4}.$$

$$34. \quad 1) \frac{a}{b^3} = \frac{a \cdot b^2}{b^3 \cdot b^2} = \frac{ab^2}{b^5};$$

$$2) \frac{m}{9n} = \frac{m \cdot 3n^3}{9n \cdot 3n^3} = \frac{3mn^3}{27n^4};$$

$$3) \frac{6}{7x^2y} = \frac{6 \cdot 5xy}{7x^2y \cdot 5xy} = \frac{30xy}{35x^3y^2};$$

$$4) \frac{5k}{6p^5} = \frac{5k \cdot 4p^4c}{6p^5 \cdot 4p^4c} = \frac{20kp^4c}{24p^9c}.$$

$$35. \quad 1) \frac{x}{y^2} = \frac{x \cdot y^6}{y^2 \cdot y^6} = \frac{xy^6}{y^8};$$

$$2) \frac{a}{3b} = \frac{a \cdot 2b^2}{3b \cdot 2b^2} = \frac{2ab^2}{6b^3};$$

$$3) \frac{9}{4m^2n} = \frac{9 \cdot 3mn}{4m^2n \cdot 3mn} = \frac{27mn}{12m^3n^2};$$

$$4) \frac{11c}{15d^6} = \frac{11c \cdot 2bd}{15d^6 \cdot 2bd} = \frac{22bcd}{30bd^7}.$$

$$36. \quad 1) \frac{a(x+2)}{b(x+2)} = \frac{a}{b};$$

$$2) \frac{4(a-6)^2}{(a-6)^3} = \frac{4}{a-6};$$

$$3) \frac{c^3(c-4)^5}{c^6(c-4)^3} = \frac{(c-4)^2}{c^3};$$

$$4) \frac{2a+2b}{7(a+b)} = \frac{2(a+b)}{7(a+b)} = \frac{2}{7};$$

$$5) \frac{7x-21y}{5x-15y} = \frac{7(x-3y)}{5(x-3y)} = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}; \quad 6) \frac{4a-20b}{12ab} = \frac{4(a-5b)}{4 \cdot 3ab} = \frac{a-5b}{3ab};$$

$$7) \frac{6x+12}{6x} = \frac{6 \cdot (x+2)}{6 \cdot x} = \frac{x+2}{x}; \quad 8) \frac{a-5b}{a^2-5ab} = \frac{a-5b}{a(a-5b)} = \frac{1}{a};$$

$$9) \frac{y^2-25}{10+2y} = \frac{(y-5)(y+5)}{2(y+5)} = \frac{y-5}{2};$$

$$10) \frac{a^2+4a+4}{9a+18} = \frac{(a+2)^2}{9(a+2)} = \frac{a+2}{9};$$

$$11) \frac{c^2-6c+9}{c^2-9} = \frac{(c-3)^2}{(c-3)(c+3)} = \frac{c-3}{c+3};$$

$$12) \frac{m^3+1}{m^2-m+1} = \frac{(m+1)(m^2-m+1)}{m^2-m+1} = m+1.$$

37.

$$1) \frac{a-b}{2(b-a)} = \frac{-(b-a)}{2(b-a)} = -\frac{1}{2}; \quad 2) \frac{3x-6y}{4y-2x} = \frac{3(x-2y)}{-2(x-2y)} = -1\frac{1}{2};$$

$$3) \frac{m^2-5mn}{15n-3m} = \frac{m(m-5n)}{-3(m-5n)} = -\frac{m}{3}; \quad 4) \frac{7a^4-a^3b}{b^4-7ab^3} = \frac{a^3(7a-b)}{-b^3(7a-b)} = -\frac{a^3}{b^3};$$

$$5) \frac{x^2-25}{5x^2-x^3} = \frac{(x-5)(x+5)}{-x^2(x-5)} = -\frac{x+5}{x^2};$$

$$6) \frac{y^2-12y+36}{36-y^2} = \frac{(6-y)^2}{(6-y)(6+y)} = \frac{6-y}{6+y}.$$

38.

$$1) \frac{3m-3n}{7m-7n} = \frac{3(m-n)}{7(m-n)} = \frac{3}{7}; \quad 2) \frac{5a+25b}{2a^2+10ab} = \frac{5(a+5b)}{2a(a+5b)} = \frac{5}{2a};$$

$$3) \frac{4x-16y}{16y} = \frac{4(x-4y)}{4 \cdot 4y} = \frac{x-4y}{4y}; \quad 4) \frac{x^2-49}{6x+42} = \frac{(x-7)(x+7)}{6(x+7)} = \frac{x-7}{6};$$

$$5) \frac{12a^2-6a}{3-6a} = \frac{6a(2a-1)}{-3(2a-1)} = -2a;$$

$$6) \frac{9b^2-1}{9b^2+6b+1} = \frac{(3b-1)(3b+1)}{(3b+1)^2} = \frac{3b-1}{3b+1};$$

$$7) \frac{b^5-b^4}{b^5-b^6} = \frac{b^4(b-1)}{-b^5(b-1)} = -\frac{1}{b};$$

$$8) \frac{7m^2+7m+7}{m^3-1} = \frac{7(m^2+m+1)}{(m-1)(m^2+m+1)} = \frac{7}{m-1};$$

$$9) \frac{64-x^2}{3x^2-24x} = \frac{(8-x)(8+x)}{-3x(8-x)} = -\frac{8+x}{3x}.$$

39.

$$1) \frac{a}{a+2} = \frac{4 \cdot a}{4 \cdot (a+2)} = \frac{4a}{4a+8};$$

$$2) \frac{m}{m-3n} = \frac{m(m+3n)}{(m-3n)(m+3n)} = \frac{m^2+3mn}{m^2-9n^2};$$

$$3) \frac{x}{2x-y} = \frac{-7 \cdot x}{-7 \cdot (2x-y)} = \frac{-7x}{7y-14x} = -\frac{7x}{7y-14x};$$

$$4) \frac{5b}{2a+3b} = \frac{5b \cdot (2a+3b)}{(2a+3b) \cdot (2a+3b)} = \frac{10ab+15b^2}{4a^2+12ab+9b^2};$$

$$5) \frac{x+1}{x^2+x+1} = \frac{(x-1) \cdot (x+1)}{(x-1) \cdot (x^2+x+1)} = \frac{x^2-1}{x^3-1}.$$

40.

$$1) x-5y = \frac{2 \cdot (x-5y)}{2} = \frac{2x-10y}{2};$$

$$2) x-5y = \frac{x \cdot (x-5y)}{x} = \frac{x^2-5xy}{x};$$

$$3) x-5y = \frac{4y^3 \cdot (x-5y)}{4y^3} = \frac{4xy^3-20y^4}{4y^3};$$

$$4) x-5y = \frac{(x^2-25y^2) \cdot (x-5y)}{x^2-25y^2} = \frac{(x+5y) \cdot (x-5y)^2}{x^2-25y^2}.$$

41.

$$1) \frac{6}{b-4} = \frac{5 \cdot 6}{5 \cdot (b-4)} = \frac{30}{5b-20}; \quad 2) \frac{6}{b-4} = \frac{-3 \cdot 6}{-3 \cdot (b-4)} = -\frac{18}{12-3b};$$

$$3) \frac{6}{b-4} = \frac{b \cdot 6}{b \cdot (b-4)} = \frac{6b}{b^2-4b}; \quad 4) \frac{6}{b-4} = \frac{(b+4) \cdot 6}{(b+4) \cdot (b-4)} = \frac{6b+24}{b^2-16}.$$

42.

$$1) \frac{1}{8ab} = \frac{a^2}{8a^3b}; \quad \frac{1}{2a^3} = \frac{4b}{8a^3b};$$

$$2) \frac{3x}{7m^3n^3} = \frac{9xn}{21m^3n^4}; \quad \frac{4y}{3m^2n^4} = \frac{28my}{21m^3n^4};$$

$$3) \frac{a+b}{a-b} = \frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}; \quad \frac{2}{a^2-b^2};$$

$$4) \frac{3d}{m-n} = \frac{3d \cdot (m-n)}{(m-n)^2} = \frac{3dm-3dn}{(m-n)^2}; \quad \frac{8p}{(m-n)^2};$$

$$5) \frac{x}{2x+1} = \frac{x \cdot (3x-2)}{(2x+1) \cdot (3x-2)} = \frac{3x^2-2x}{6x^2-x-2};$$

$$\frac{x}{3x-2} = \frac{x \cdot (2x+1)}{(3x-2) \cdot (2x+1)} = \frac{2x^2+x}{6x^2-x-2};$$

$$6) \frac{a-b}{3a+3b} = \frac{(a-b)(a-b)}{3(a+b)(a-b)} = \frac{(a-b)^2}{3(a^2-b^2)}; \quad \frac{a}{a^2-b^2} = \frac{3a}{3(a^2-b^2)};$$

$$7) \frac{3a}{4a-4} = \frac{5 \cdot 3a}{5 \cdot 4(a-1)} = \frac{15a}{20(a-1)}; \quad \frac{2a}{5-5a} = \frac{-4 \cdot 2a}{-4 \cdot 5(1-a)} = -\frac{8a}{20(a-1)};$$

$$8) \frac{7a}{b-3} = \frac{-(b+3) \cdot 7a}{-(b+3)(b-3)} = \frac{-7ab-21a}{9-b^2}; \quad \frac{c}{9-b^2}.$$

43. 1) $\frac{4}{15x^2y^2} = \frac{2x \cdot 4}{2x \cdot 15x^2y^2} = \frac{8x}{30x^3y^2}; \frac{1}{10x^3y} = \frac{3y \cdot 1}{3y \cdot 10x^3y} = \frac{3y}{30x^3y^2};$
 2) $\frac{c}{6a^4b^5} = \frac{3 \cdot c}{3 \cdot 6a^4b^5} = \frac{3c}{18a^4b^5}; \frac{d}{9ab^2} = \frac{2a^3b^3 \cdot d}{2a^3b^3 \cdot 9ab^2} = \frac{2a^3b^3d}{18a^4b^5};$
 3) $\frac{x}{y-5} = \frac{x(y+5)}{(y-5)(y+5)} = \frac{xy+5x}{y^2-25}; \frac{z}{y^2-25};$
 4) $\frac{m+n}{m^2-mn} = \frac{(m+n)^2}{m(m-n)(m+n)} = \frac{(m+n)^2}{m(m^2-n^2)}; \frac{2m-3n}{m^2-n^2} = \frac{m(2m-3n)}{m(m^2-n^2)} = \frac{2m^2-3mn}{m(m^2-n^2)};$
 5) $\frac{x+1}{x^2-xy} = \frac{y \cdot (x+1)}{y \cdot x(x-y)} = \frac{xy+y}{xy(x-y)}; \frac{y-1}{xy-y^2} = \frac{x \cdot (y-1)}{x \cdot y(x-y)} = \frac{x(y-1)}{xy(x-y)};$
 6) $\frac{6a}{a-2b} = \frac{6a(a+b)}{(a-2b)(a+b)} = \frac{6a^2+6ab}{(a-2b)(a+b)};$
 $\frac{3a}{a+b} = \frac{3a(a-2b)}{(a-2b)(a+b)} = \frac{3a^2-6ab}{(a-2b)(a+b)};$
 7) $\frac{1+c^2}{c^2-16}; \frac{c}{4-c} = \frac{-(c+4)c}{-(c+4)(4-c)} = \frac{-c^2-4c}{c^2-16};$
 8) $\frac{2m+9}{m^2+5m+25} = \frac{(m-5)(2m+9)}{(m-5)(m^2+5m+25)} = \frac{2m^2-m-45}{m^3-125};$
 $\frac{m}{m-5} = \frac{m(m^2+5m+25)}{(m-5)(m^2+5m+25)} = \frac{m^3+5m^2+25m}{m^3-125}.$
44. 1) $\frac{(3a+3b)^2}{a+b} = \frac{9(a+b)^2}{a+b} = 9(a+b);$
 2) $\frac{(6x-18y)^2}{x^2-9y^2} = \frac{36(x-3y)^2}{(x-3y)(x+3y)} = \frac{36(x-3y)}{x+3y};$
 3) $\frac{xy+x-5y-5}{4y+4} = \frac{x(y+1)-5(y+1)}{4(y+1)} = \frac{(x-5)(y+1)}{4(y+1)} = \frac{x-5}{4};$
 4) $\frac{a^2-ab+2b-2a}{a^2-4a+4} = \frac{a(a-b)-2(a-b)}{(a-2)^2} = \frac{(a-2)(a-b)}{(a-2)^2} = \frac{a-b}{a-2}.$
45. 1) $\frac{2m^2-72n^2}{(4m+24n)^2} = \frac{2(m^2-36n^2)}{16(m+6n)^2} = \frac{2(m-6n)(m+6n)}{16(m+6n)^2} = \frac{m-6n}{8(m+6n)};$
 2) $\frac{a^3-8}{ab-a-2b+2} = \frac{(a-2)(a^2+2a+4)}{a(b-1)-2(b-1)} = \frac{(a-2)(a^2+2a+4)}{(a-2)(b-1)} = \frac{a^2+2a+4}{b-1};$
 3) $\frac{a^3+2a^2b+ab^2}{a^3-ab^2} = \frac{a^2(a+b)+ab(a+b)}{a(a-b)(a+b)} = \frac{a(a+b)(a+b)}{a(a-b)(a+b)} = \frac{a+b}{a-b}.$

- 46.** 1) Якщо $a = -2$, $b = 0,4$, то $\frac{15a^2 + 10ab}{3ab + 2b^2} = \frac{5a(3a + 2b)}{b(3a + 2b)} = \frac{5a}{b} = \frac{5 \cdot (-2)}{0,4} = -25$;
- 2) якщо $b = \frac{1}{3}$, $c = -6$, то $\frac{9b^2 - 4c^2}{12b^2c - 8bc^2} = \frac{(3b - 2c)(3b + 2c)}{4bc(3b - 2c)} = \frac{3b + 2c}{4bc} = \frac{3 \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot (-6)}{4 \cdot \frac{1}{3} \cdot (-6)} = \frac{1 - 12}{-8} = \frac{11}{8} = 1\frac{3}{8}$;
- 3) якщо $x = 1,2$, $y = -3$, то $\frac{36x^2 - 12xy + y^2}{y^2 - 36x^2} = \frac{(y - 6x)^2}{(y - 6x)(y + 6x)} = \frac{y - 6x}{y + 6x} = \frac{-3 - 6 \cdot 1,2}{-3 + 6 \cdot 1,2} = \frac{-10,2}{4,2} = -\frac{17}{7} = -2\frac{3}{7}$;
- 4) якщо $a = -0,1$, то $\frac{a^8 - a^6}{a^9 + a^8} = \frac{a^6(a^2 - 1)}{a^8(a + 1)} = \frac{a^6(a + 1)(a - 1)}{a^8(a + 1)} = \frac{a - 1}{a^2} = \frac{-0,1 - 1}{(-0,1)^2} = \frac{-1,1}{0,01} = -110$.
- 47.** 1) Якщо $x = 2,5$, $y = -2$, то $\frac{16x^2 - 4y^2}{6x - 3y} = \frac{4(4x^2 - y^2)}{3(2x - y)} = \frac{4(2x - y)(2x + y)}{3(2x - y)} = \frac{4(2x + y)}{3} = \frac{4(2 \cdot 2,5 + (-2))}{3} = \frac{4 \cdot 3}{3} = 4$;
- 2) якщо $c = -4$, то $\frac{49c^2 - 9}{49c^2 + 42c + 9} = \frac{(7c - 3)(7c + 3)}{(7c + 3)^2} = \frac{7c - 3}{7c + 3} = \frac{7 \cdot (-4) - 3}{7 \cdot (-4) + 3} = \frac{31}{25} = 1\frac{6}{25}$.
- 48.** 1) $\frac{2p}{5p - 15} = \frac{2p \cdot (p^2 + 3p + 9)}{5(p - 3) \cdot (p^2 + 3p + 9)} = \frac{2p \cdot (p^2 + 3p + 9)}{5(p^3 - 27)}$;
 $\frac{1}{p^3 - 27} = \frac{5}{5(p^3 - 27)}$;
- 2) $\frac{3a + 1}{9a^2 - 6a + 1} = \frac{(3a + 1)(3a + 1)}{(3a - 1)^2(3a + 1)} = \frac{(3a + 1)^2}{(3a - 1)^2(3a + 1)}$;
 $\frac{a - 2}{9a^2 - 1} = \frac{(a - 2)(3a - 1)}{(3a - 1)(3a + 1)(3a - 1)} = \frac{(a - 2)(3a - 1)}{(3a - 1)^2(3a + 1)}$;
- 3) $\frac{a}{a^2 - 7a} = \frac{a(a - 7)}{a(a - 7)(a - 7)} = \frac{a(a - 7)}{a(a - 7)^2}$; $\frac{a + 3}{a^2 - 14a + 49} = \frac{a(a + 3)}{a(a - 7)^2}$;

$$\begin{aligned}
 4) \quad \frac{2x}{x^2-1} &= \frac{2x(x^2-1)}{(x^2-1)(x^2-1)} = \frac{2x(x-1)(x+1)}{(x-1)^2(x+1)^2}; \\
 \frac{3x}{x^2-2x+1} &= \frac{3x(x+1)^2}{(x-1)^2(x+1)^2}; \quad \frac{4x}{x^2+2x+1} = \frac{4x(x-1)^2}{(x-1)^2(x+1)^2}; \\
 5) \quad \frac{a^2}{a^2-ab-ac+bc} &= \frac{a^2}{a(a-b)-c(a-b)} = \frac{a^2}{(a-b)(a-c)} = \frac{4a^2}{4(a-b)(a-c)}; \\
 \frac{b}{2a-2b} &= \frac{b}{2(a-b)} = \frac{2(a-c)b}{4(a-b)(a-c)}; \quad \frac{ab}{4a-4c} = \frac{ab}{4(a-c)} = \frac{ab(a-b)}{4(a-b)(a-c)}.
 \end{aligned}$$

49.

$$\begin{aligned}
 1) \quad \frac{3a}{3a-2} &= \frac{3a \cdot 3b(3a+2)}{(3a-2) \cdot 3b(3a+2)} = \frac{9ab(3a+2)}{3b(3a-2)(3a+2)}; \\
 \frac{a}{9a+6} &= \frac{a \cdot b(3a-2)}{3b(3a-2)(3a+2)} = \frac{ab(3a-2)}{3b(3a-2)(3a+2)}; \\
 \frac{a^2}{9a^2b-4b} &= \frac{a^2}{b(9a^2-4)} = \frac{3a^2}{3b(3a-2)(3a+2)}; \\
 2) \quad \frac{1}{a-5b} &= \frac{a(a+7c)}{a(a-5b)(a+7c)}; \\
 \frac{1}{a^2+7ac} &= \frac{1}{a(a+7c)} = \frac{a-5b}{a(a-5b)(a+7c)}; \\
 \frac{1}{a^2+7ac-5ab-35bc} &= \frac{1}{a(a+7c)-5b(a+7c)} = \frac{a}{a(a-5b)(a+7c)}.
 \end{aligned}$$

50.

$$\text{Якщо } \frac{x}{y} = 2 \ (y \neq 0), \text{ то } \frac{2xy-y^2}{3xy+x^2} = \frac{2 \cdot \frac{x}{y} - 1}{3 \cdot \frac{x}{y} + \left(\frac{x}{y}\right)^2} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{3 \cdot 2 + 2^2} = \frac{3}{10} = 0,3.$$

51.

$$\text{Якщо } \frac{a}{b} = 5 \ (b \neq 0), \text{ то } \frac{4a^2-ab}{ab+14b^2} = \frac{4\left(\frac{a}{b}\right)^2 - \frac{a}{b}}{\frac{a}{b} + 14} = \frac{4 \cdot 5^2 - 5}{5 + 14} = \frac{95}{19} = 5.$$

52.

$$2a - 6b = 1; \quad a - 3b = 0,5.$$

$$1) \quad \frac{8}{a-3b} = \frac{8}{0,5} = 16;$$

$$2) \quad \frac{a^2-9b^2}{0,5a+1,5b} = \frac{(a-3b)(a+3b)}{0,5(a+3b)} = \frac{a-3b}{0,5} = \frac{0,5}{0,5} = 1.$$

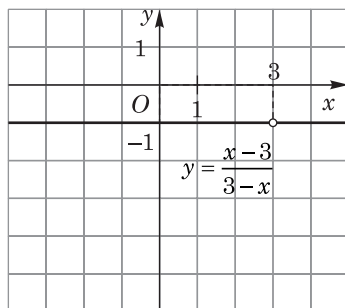
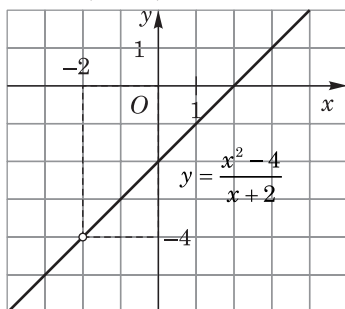
53.

$$\frac{2m-1,5n}{32m^2-18n^2} = \frac{4m-3n}{2 \cdot 2(4m-3n)(4m+3n)} = \frac{1}{4 \cdot (4m+3n)} = \frac{1}{4 \cdot 8} = \frac{1}{32}.$$

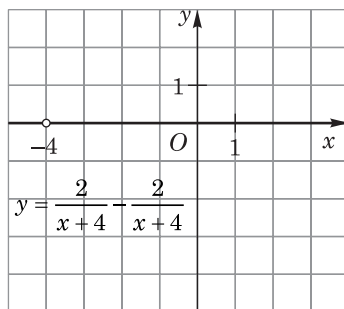
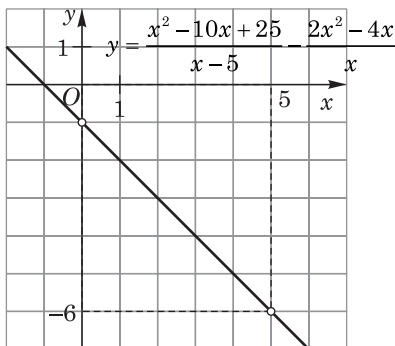
54. Спростимо даний дріб: $\frac{a^3 - a^2 - a + 1}{a^3 + a^2 + a + 1} = \frac{a^2(a-1) - (a-1)}{a^2(a+1) + (a+1)} =$
 $= \frac{(a^2-1)(a-1)}{(a^2+1)(a+1)} = \frac{(a+1)(a-1)(a-1)}{(a^2+1)(a+1)} = \frac{(a-1)^2}{a^2+1} \quad (a \neq -1).$

Оскільки чисельник отриманого дробу невід'ємний, а знаменник — додатний при всіх a з ОДЗ виразу, то даний дріб набуває лише невід'ємних значень.

55. 1) $y = \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \frac{(x-2)(x+2)}{x+2} =$ 2) $y = \frac{x-3}{3-x} = -\frac{x-3}{x-3} = -1 \quad (x \neq 3);$
 $= x - 2 \quad (x \neq -2);$

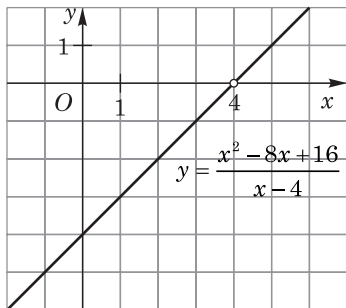


3) $y = \frac{x^2 - 10x + 25}{x - 5} - \frac{2x^2 - 4x}{x} =$ 4) $y = \frac{2}{x+4} - \frac{2}{x+4} = 0 \quad (x \neq -4).$
 $= \frac{(x-5)^2}{x-5} - \frac{2x(x-2)}{x} = x - 5 - 2x +$
 $+ 4 = -x - 1 \quad (x \neq 0; x \neq 5);$

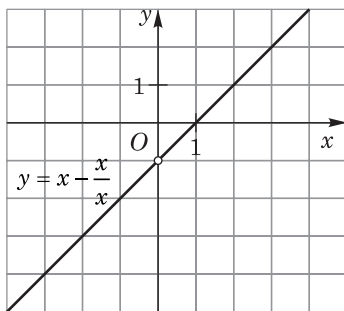


56.

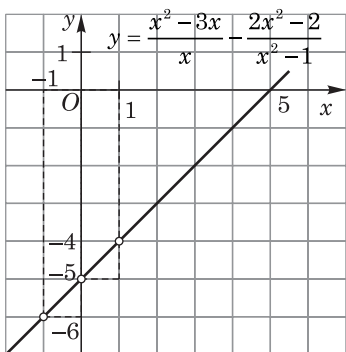
$$1) y = \frac{x^2 - 8x + 16}{x - 4} = \frac{(x - 4)^2}{x - 4} = x - 4 \quad (x \neq 4);$$



$$2) y = x - \frac{x}{x} = x - 1 \quad (x \neq 0);$$

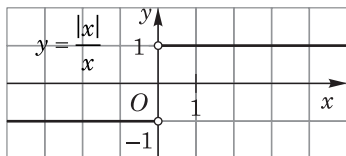


$$3) y = \frac{x^2 - 3x}{x} - \frac{2x^2 - 2}{x^2 - 1} = \frac{x(x - 3)}{x} - \frac{2(x^2 - 1)}{x^2 - 1} = x - 3 - 2 = x - 5 \quad (x \neq 0; \pm 1).$$

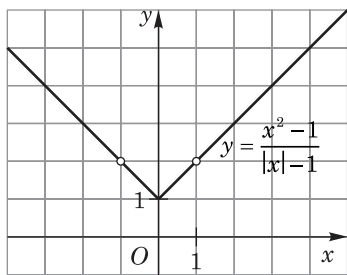


57.

$$1) y = \frac{|x|}{x} = \begin{cases} 1, & \text{якщо } x > 0, \\ -1, & \text{якщо } x < 0; \end{cases}$$



$$2) y = \frac{x^2 - 1}{|x| - 1} = \begin{cases} -x + 1, & \text{якщо } -1 < x < 0 \text{ і } x > -1, \\ x + 1, & \text{якщо } 0 \leq x < 1 \text{ і } x > 1. \end{cases}$$



58. 1) $\frac{x+1}{x+1} = 1$; 2) $\frac{x^2 - 25}{x - 5} = 10$; 3) $\frac{x+6}{|x|-6} = 0$;
 ОДЗ: $x \neq -1$; ОДЗ: $x \neq 5$; ОДЗ: $x \neq \pm 6$;
 x — будь-яке число, $\frac{(x-5)(x+5)}{x-5} = 10$; $x + 6 = 0$;
 крім $x = -1$; $x + 5 = 10$; $x = -6$ — не корінь,
 $x = 5$ — не корінь, отже, коренів немає.

59. 1) $\frac{x^2 - 16}{x + 4} = -8$; 2) $\frac{|x| - 7}{x - 7} = 0$;
 ОДЗ: $x \neq -4$; ОДЗ: $x \neq 7$;
 $\frac{(x+4)(x-4)}{x+4} = -8$; $|x| - 7 = 0$;
 $x - 4 = -8$; $x = \pm 7$;
 $x = -4$ — не корінь, $x = 7$ — не корінь;
 отже, коренів немає; $x = -7$.

60. 1) $ax = 1$; $x = \frac{1}{a}$.
 Якщо $a \neq 0$, то $x = \frac{1}{a}$; якщо $a = 0$, то коренів немає.
 2) $ax = a$; $x = 1$.
 Якщо $a \neq 0$, то $x = 1$; якщо $a = 0$, то x — будь-яке число.
 3) $(a - 6)x = a^2 - 12a + 36$; $(a - 6)x = (a - 6)^2$; $x = a - 6$.
 Якщо $a \neq 6$, то $x = a - 6$; якщо $a = 6$, то x — будь-яке число.
 4) $(a^2 - 4)x = a - 2$; $(a + 2)(a - 2)x = a - 2$; $x = \frac{1}{a + 2}$.

Якщо $a \neq \pm 2$, то $x = \frac{1}{a + 2}$; якщо $a = 2$, то x — будь-яке число; якщо $a = -2$, то коренів немає.

61. 1) $(a + 3)x = 3$; $x = \frac{3}{a + 3}$.

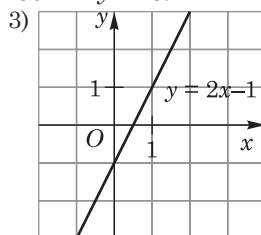
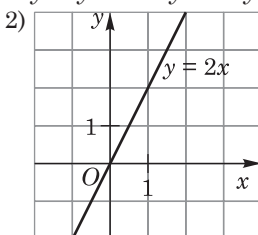
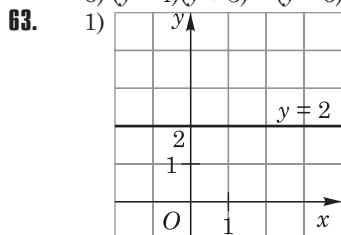
Якщо $a \neq -3$, то $x = \frac{3}{a + 3}$; якщо $a = -3$, то коренів немає.

2) $(a^2 - 9a)x = a^2 - 18a + 81$; $a(a - 9)x = (a - 9)^2$; $x = \frac{a - 9}{a}$.

Якщо $a \neq 0$ і $a \neq 9$, то $x = \frac{a - 9}{a}$; якщо $a = 9$, то x — будь-яке число; якщо $a = 0$, то коренів немає.

Вправи для повторення

62. 1) $(x + 2)(x - 9) - 3x(3 - 2x) = x^2 - 7x - 18 - 9x + 6x^2 = 7x^2 - 16x - 18$;
 2) $(a + 5)(a - 2) + (a + 4)(a - 5) = a^2 + 3a - 10 + a^2 - a - 20 = 2a^2 + 2a - 30 = 2(a^2 + a - 15)$;
 3) $(y - 8)(2y + 1) - (3y + 1)(y - 6) = 2y^2 - 15y - 8 - 3y^2 + 17y + 6 = -y^2 + 2y - 2$;
 4) $(2x - 3y)(2x + 3y) + (3x + 2y)(3x - 2y) = 4x^2 - 9y^2 + 9x^2 - 4y^2 = 13x^2 - 13y^2 = 13(x - y)(x + y)$;
 5) $(x + 1)^2 - (x - 3)(x + 3) = x^2 + 2x + 1 - x^2 + 9 = 2x + 10 = 2(x + 5)$;
 6) $(y - 4)(y + 3) - (y - 6)^2 = y^2 - y - 12 - y^2 + 12y - 36 = 11y - 48$.



64. Спростимо вираз: $(a - 2)(a + 2) + 4b(b - a) = a^2 - 4 + 4b^2 - 4ab = (a - 2b)^2 - 4$. Оскільки значення $(a - 2b)^2 \geq 0$, то значення даного виразу не менші від -4 . Значення -4 є найменшим значенням даного виразу, набуваючи його при $(a - 2b)^2 = 0$, тобто $a - 2b = 0$, $a = 2b$.
 Відповідь. -4 .

65. $45 \text{ хв} = \frac{3}{4} \text{ год}$, $50 \text{ хв} = \frac{5}{6} \text{ год}$.

Нехай відстань від села Вишневе до залізничної станції становить x км, тоді відстань від села Яблуневе до станції становитиме $(x + 14)$ км.

Швидкість автобуса дорівнює $\frac{x}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}x$ км/год, а швидкість авто-

мобіля — $\frac{x+14}{\frac{5}{6}} = \frac{6}{5}(x+14)$ км/год. Оскільки швидкість автомобіля

на 12 км/год більша за швидкість автобуса, складаємо рівняння:

$$\frac{6}{5}(x+14) - \frac{4}{3}x = 12;$$

$$\frac{6}{5}x + \frac{84}{5} - \frac{4}{3}x = 12;$$

$$-\frac{2}{15}x = -4\frac{4}{5};$$

$$x = 36.$$

Отже, швидкість автобуса дорівнює $\frac{4}{3} \cdot 36 = 48$ (км/год), а швидкість

автомобіля — $\frac{6}{5} \cdot (36 + 14) = 60$ (км/год).

Відповідь. 48 км/год, 60 км/год.

Готуємося до вивчення нової теми

66. 1) $\frac{7}{18} + \frac{5}{18} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$; 2) $\frac{9}{16} + \frac{7}{16} = \frac{16}{16} = 1$;
3) $\frac{23}{32} - \frac{15}{32} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$; 4) $4 - 1\frac{3}{11} = 3\frac{11}{11} - 1\frac{3}{11} = 2\frac{8}{11}$.

Учимося робити нестандартні кроки

67. Нехай на сторонах квадрата записані числа a, b, c, d . Тоді у вершинах — числа ab, bc, cd, da .

$$ab + bc + cd + da = 55;$$

$$(a + c)(b + d) = 55.$$

Числа — натуральні, тому $a + c \geq 2$, $b + d \geq 2$ і рівність $(a + c)(b + d) = 55$ виконуватиметься лише тоді, коли $a + c = 5$, $b + d = 11$ або $a + c = 11$, $b + d = 5$. В обох випадках $a + b + c + d = 16$.