

КЛАСИКИ ПОПУЛЯРИЗАЦІЇ НАУКИ
Математичні заманинки

Б.А. Кордемський

Віддалеки через віки
Книга сьома



ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА — БОГДАН

ББК 22.1я72
К66

Загальну серію “Класики популяризації науки” засновано у 2007 році

Кордемський Б.А.

К66 Віддалеки через віки. Книга сьома: Пер. з рос. / Заг. ред. В.К. Дячуна. — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2009. — 84 с; іл. (Класики популяризації науки; Математичні заманинки).

ISBN 978-966-10-0694-1

Сьома книга із серії «Математичні заманинки» майстра науково-популярної літератури Бориса Анастасійовича Кордемського — збірник математичних мініатюр: різноманітних цікавих есеїв з історичної тематики, задач-легенд, жартів, а також задач з алфаметики — «зашифрованої» арифметики.

Усі, хто захоплюється математикою, — незалежно від віку — матимуть можливість потренувати мислення, кмітливість та винахідливість.

ББК 22.1я72

*Охороняється законом про авторське право.
Жодна частина цього видання не може бути відтворена
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

ISBN 978-966-408-435-9 (серія)
ISBN 978-966-10-0694-1

© Луковцева А.К., Фохт О.Б., спадкоємці, 2005
© Кравчук А.В., Дячун В.К., переклад, 2009
© Дячун В.К., передмова, примітки, загальна редакція, 2009
© Навчальна книга – Богдан, макет, художнє оформлення, 2009

Зміст

Передмова до українського видання	5
Передмова до російського видання	7
Піфагорійське коло	8
Богом дані привілеї числу 7	9
Заповіт магараджі	14
Задача-легенда	16
«Дайте мені точку опори — і я зрущу Землю»	17
Сюрпризи діофантових рівнянь	18
Магічна сила одиниці	20
Грузинські кози і російські вівці	22
Венеціанський жарт із математичним змістом (XVI ст.)	23
Стародавня китайська задача	23
Ші-Чао-Тю	24
За старих часів і так множили на Русі	28
Індійський прийом множення	30
«Чарівне латаття»	32
«Хрестики-нулики» за Овідієм та Шекспіром	32
Як це може бути?	33
Філософська загадка Вольтера(у вільному перекладі)	34
А в реальній ситуації?	34
Торгували — веселились, полічили — просльозились	34
Між іншим... ..	35
Сувенір з Індії	35
Зграя мавп (давньоіндійська задача)	37

Число 1729 стає історичним	37
Іменні та безіменні числові трикутники	38
Алфаметика — зашифрована арифметика.....	42
Геометрична класика.....	48
Неначе вітамін!.....	50
З відчуттям чарівності	51
Це було так... (Три ретро-зауваження)	56
Поцілунок з розрахунку.....	57
З геометричної фантастики.....	60
Пара жартівливих реплік.....	62
Розв'язки	63

Передмова до українського видання

Це видання — переклад книги «Математические завлекалки» Б.А. Кордемського (1907–1999 рр.), метра російської науково-популярної літератури, книги, яка, на жаль, виявилася останньою в його значному творчому доробку. А це — ціла низка різноманітних і захоплюючих книг, які, пробуджуючи цікавість до математики, сприяли вихованню математичного мислення, розвитку ініціативи та кмітливості у багатьох поколінь учнів.

У праці, в навчанні, у грі, у будь-якій творчій діяльності людині потрібні, за словами Кордемського, винахідливість, спритність, здогад, уміння міркувати, — усе те, що можна означити одним словом як кмітливість, або ж, рівноцінним, соковитим, — тямущість. Її ж, цю тямущість, можна виховати й розвинути систематичними і поступовими вправами, зокрема, розв'язуванням математичних задач як шкільного курсу, так і задач, що виникають з практики, пов'язаних із спостереженням довколишнього світу речей та явищ, — особливо ж розв'язуванням математичних головоломок, ребусів, задач з інтригуючим змістом. Можливо, в наш прагматичний час елементи «інтриги», «приваби», врешті, «заманювання» відіграють чи не найвирішальнішу роль.

Тепер ось маємо й україномовну версію математичних «заманинок» (до речі, теж своєрідний український «новотвір» — адже слово сконструйоване на основі «заманливого», тобто чогось привабливого, приємного тощо — тут і відлуння діалектної «заманки» — «принади»). У вітчизняному інформаційному просторі оприсутнюються персонажі книги: Жвавчик (в оригіналі «Шустрик») та Мимрик («Мямлік»). Перший — меткий, заповзятливий, спритний. І: розсудливий, дещо стриманий, — другий. В математиці обидва типи особистостей і, отже, підходів потрібні в однаковій мірі — бо, як правило, початкове емоційне сприйняття умови задачі (чи її «інтриги») повинно, вре-

шті, урівноважитись вдумливим, спокійним аналізом усіх можливих розгалужень та варіантів розв'язання цієї задачі.

Дві стихії (знову ж таки, за висловом Кордемського) панують в царині математики — числа й фігури з їхнім нескінченим різноманіттям властивостей і взаємозв'язків. Задача — це майже завжди пошук, розкриття цих властивостей і співвідношень, а засоби її розв'язку — це інтуїція та здогад, ерудиція й володіння методами математики. Стихія чисел і фігур, притаманна математиці, панує, отже, на кожній сторінці кожної із книг цієї серії — починаючи від «усіякої всячини», проходячи через «галерею казок і фантазій», переживаючи «події та пригоди на стежинках математики», розкриваючи «маленькі таємниці чисел та фігур» аж «віддалеки через віки» і, врешті, «роблячи відкриття».

Особливої уваги заслуговує так звана «поетикоарифметика», розсипана по усьому тексті — це і вірші, поетичні уривки, епіграфи, заголовки тощо. На перший погляд, цей «калейдоскоп» може видатись строгому математику зайвим чи надто «переобтяженим поезією» — проте, заглибившись у цей поетичний світ чисел та фігур, мимоволі зачаровуєшся магією цієї стихії. Звичайно ж, адекватність перекладу вимагала досить доскіпливого підходу до поетичних текстів, написаних в різні епохи людської історії та й у досить відмінних стилях. Інколи це вимагало до «примітивного» версифікування знаходити такі ж адекватні «примітивності» або ж на уже зроблений переклад з інших мов російською в оригіналі «накладати» український переклад.

Загалом, певні удосконалення розв'язків задач (і це відображено у відповідних примітках), усунення деяких помилок та неточностей, а також проведена стилістична правка тексту, на нашу думку, тільки розширить коло зацікавлених українських читачів цієї захоплюючої книги «заманиною».

Передмова до російського видання

Лише забавляючись і вчимося.

Анатоль Франс

Пропоновані тут математичні мініатюри — цікаві есеї й казочки, фантазії та просто задачі, легкі й важкі, але завжди загальнодоступні, такі, що тренують і шліфують власне мислення, — об'єднані загальною назвою “заманинки”. Звідси й мета книги — улюбити вас, читачів, у найдавнішу, проте вічноквітучу науку — математику, світ якої, не менше, ніж світ живої та неживої природи, повен нерозгаданих і розгаданих таємниць, дивовижних і драматичних явищ, захоплюючих подій та вражаючих відкриттів.

Творча активність, спритність, винахідливість та кмітливість досягають найвищої напруги та отримують зразкове тренування, коли думка захоплена прагненням розв'язати задачу, котра зацікавила. Знайдений розв'язок або навіть читання викладеного дотепного розв'язку завжди викликають розумове задоволення, естетичну насолоду.

Легкий гумор фабули, несподіваність ситуації чи розв'язки, спричинюваних розв'язанням задачі, стрункність геометричних форм, вишуканість розв'язку, під яким розуміють поєднання простоти й оригінальності методів його одержання — ось основні елементи естетики цікавих задач “на кмітливість”, і такі от збудники сил притягання уваги думаючої людини.

Пропонована книга “заманинок” безпосередньо не вчить математиці, але в години вашого активного відпочинку зможете поблукати стежинками математики, піднятіся по сходинках пізнання від нижчої: досвіду, споглядання, накопичення спостережень — до подальшої: розуміння теоретичних основ споглядуваного матеріалу, висновків зі спостережень. Бажаю успіху!

Б.А. Кордемський

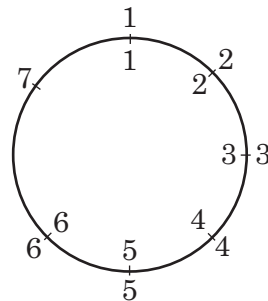
*Уста не вимовлять імен усіх,
Й не зберегти все в пам'яті до дна!
Життям своїм пов'язуєм часи,
Але й життя не вистачає часом,
Щоб задуми свої здійснити нам.**

Расул Гамзатов

Піфагорійське коло

Трійку натуральних чисел (x, y, z) називають піфагоровою, якщо вона є розв'язком рівняння $x^2 + y^2 = z^2$ — пригадуєте теорему Піфагора? Думаю, менше знайоме вам «числове коло піфагорійців», про яке розповідає у своєму творі піфагорієць Ямвліх** (IV ст. н.е.):

— Будемо писати по колу ряд послідовних чисел від 1 до будь-якого заздалегідь вибраного числа n . Дійшовши до цього числа n , продовжуємо писати по колу у зворотному напрямку ті ж числа, але в порядку послідовного їхнього зменшення, тобто $(n - 1)$, $(n - 2)$, ..., 2, 1. При цьому дві одиниці опиняться поруч.



* Віршовані тексти (епіграфи, заголовки і, власне, вірші) перекладені В.К. Дячуном.

** Ямвліх (серед. III ст. — бл. 330 рр.) — античний філософ-ідеаліст, учень Порфирія, засновник сирійської школи неоплатонізму з елементами східного логізму, тому його, швидше, можна назвати «неоплатоніком», аніж «піфагорійцем». — *Прим. ред.*

Сума всіх написаних чисел дає квадрат числа n . Так, наприклад, піфагорійське коло на малюнку (с. 8) є символом квадрата числа 7. Справді, сума всіх чисел цього кола дорівнює $49 = 7^2$.

Засобами алгебри ви моментально доведете дієвість способу Ямвлиха для одержання квадрата будь-якого натурального числа n .

Богом дані привілеї числу 7

*... Сім в основі ліри,
Сім в основі Світу.*

М. Цвєтаєва

Символ щастя — сім слонів.

*Сім основних звуків у гамі:
До, ре, мі, фа, соль, ля, сі.*

Цибуля — сім хвороб позбула.

Приказка

З незапам'ятних часів число 7 вважалося «священним», «магічним», «світловою константою». Саме числу 7 піфагорійці віддали привілей бути символом святості, здоров'я й розуму.

Пізніше, у релігійно-моральному ракурсі, число 7 (3 + 4) персоніфікувало спілкування між Богом і його творінням — людиною: поєднання числа 3 — божественної досконалості й числа 4 — світового порядку ...

В образній логіці прози й вірша:

Число 7 фатально переслідувало Раскольникову («Злочин і кара», Ф.М. Достоевський):

«Приходіть-но завтра, годині о сьомій», «... він враз раптово й зовсім несподівано взнав, що завтра, рівно о сьомій годині вечора, Лизавети, сестри старої ... вдома не буде».

Ідучи на вбивство баби-лихварки саме о сьомій годині, Розкольников, тим самим, уже заздалегідь був приречений на моральну поразку, тому що хотів розірвати «союз» Бога з людиною. Щоб знову відновити цей «союз», стати Людиною, Розкольников повинен ще раз «пройти» через випробування числом 7. Воно й виникає в епілозі роману як символ «порятунку душі»:

«Ім залишалось ще сім років; а доти стільки нестерпних мук і стільки безмежного щастя ... Сім років, лише сім років! На початку свого щастя, в інші миті, вони обоє готові були дивитися на ці сім років, як на сім днів».

З почуттям благоговіння:

Urbs Avinionensis

Сім — число одне з найкращих
Для всього, що серцю мило.
Авіньйон у сімці черпав
Віру, істину та силу.
Сім воріт у стінах мав він,
Сім співзвуч у передзвоні.
Сім гріхів в добу вчинялось
У поряднім Авіньйоні.
Сім ключів до брам цар-града
Сім правителів тримало.
Навіть сім премудрих греків
Народились б не в Елладі,

Якщо б мудрість поважали, —
В Авіньйоні, славнім граді.
Сім кругів для фарандоли,
Сім церков було для пастви.
Сім палаців, й він — володар.
Сім абатств мастей несхожих,
Сім монастирів жіночих,
Під хрестом їх — грішне ложе...

Марія Конопницька

І замилювання:

Сім чинар

Сім чинар, сім чинар,
Сім наметів — догори,
Велетнів зелених сім
Посеред семи вітрів.
В морі зéлені — ковчеги,
В кронах — пагони-бентеги,
Вкриє край, поля і ріки
В полуденну спеку чар —
Сім чинар, сім чинар.
Хто зростив оці дерева?
Й хоч віки мчать безперервно,
Та стоїть завжди недремне
Життя древо. Життя дар —
Сім чинар, сім чинар.

Вітре, що ж такий нещадний?
 Розіб'є один удар
 Листя ніжного смарагди, —
 Не злама все ж сім чинар.

Расул Рза

У логіці мудрості

Із засторогою: Семеро одного не ждуть.
 З обачністю: Сім разів примір, один раз відріж.
 З гіркотою: Сім бід — один одвіт.
 З докором: Сім п'ятниць на тижні.



З філософським, вічно хвилюючим:
«Бути чи не бути?»

Бути (числу 7) ...

1. — дільником будь-якого цілого числа виду:

\overline{aba} , якщо $a + b$ ділиться на 7;

\overline{baa} , якщо сума цифр ділиться на 7;

\overline{aab} , якщо $a + a - b$ ділиться на 7;