

Натисніть тут, щоб

КУПИТИ КНИГУ НА САЙТІ

або

замовляйте по телефону:

(0352) 28-74-89, 51-11-41

(067) 350-18-70

(066) 727-17-62

КЛАСИКИ ПОПУЛЯРИЗАЦІЇ НАУКИ
Країна Перельманія

Я.І. Перельман

ЖИВА МАТЕМАТИКА

Переклад з російської мови, передмова,
примітки та загальна редакція
В.О. Тадеєва



ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА — БОГДАН

ББК 22.1я72
П27

Серію «Класики популяризації науки» засновано 2007 року

Перельман Я.І.

П27 Жива математика: Пер. з рос. / За ред. В.О. Тадєєва. — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2009. — 240 с.: іл. (Класики популяризації науки; Країна Перельманія).

ISBN 978-966-10-0166-3

Книга всесвітньо відомого популяризатора науки Я.І. Перельмана «Жива математика» написана однією з останніх у серії його книг, присвячених захоплюючій науці. Однак вона розглядалася автором як своєрідний вступ до цих книг. Складаючись з великої кількості різномірних головоломок, цікавих оповідок та практичних порад, що мають математичну основу, книга відкриває завісу до деяких універсальних методів міркувань, характерних для математики, як науки.

Для читання книги не передбачається жодної спеціальної підготовки. Розв'язання багатьох головоломок під силу навіть кмітливим учням початкової школи, хоча над деякими може замислитися і знаний науковець.

Книга перекладалася багатьма мовами світу, у тому числі й українською. Новий переклад на українську мову усуває прогалини попередніх, зокрема, в ньому у повному обсязі відновлюється авторський зміст за прижиттєвими виданнями та дбайливіше відображаються стилістичні особливості сталих україномовних конструкцій.

Книга розрахована на усіх, хто полюбляє інтелектуальні розваги у години дозвілля. Особливо буде корисною для учнів, які дбають про розвиток своєї математичної кмітливості та розширення запасу математичних знань.

ББК 22.1я72

Охороняється законом про авторське право.

Жодна частина цього видання не може бути відтворена в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва

© Тадєєв В.О., переклад, анотація, передмова, примітки, загальна редакція, ідея художнього оформлення, 2009

© Кравчук А.В., художнє оформлення, 2009

© Навчальна книга – Богдан, макет, художнє оформлення, 2009

ISBN 978-966-408-435-9 (серія)
ISBN 978-966-10-0166-3



РОЗДІЛ ПЕРШИЙ

У БУДИНКУ ВІДПОЧИНКУ

СНІДАНОК З ГОЛОВОЛОМКАМИ

1. Білка на галявині

— Сьогодні вранці я з білкою в хованки грався, — розповідав за сніданком один із тих, що зібралися за столом будинку відпочинку. — Ви знаєте у нашому лісі круглу галявинку із самотньою березою посередині? За цим деревом і ховалася від мене білка. Вийшовши з хащів на галявинку, я одразу помітив білячу мордочку зі жвавими оченятами, яка втупилася у мене із-за стовбура. Обережно, не наближаючись, почав я обходити краєм галявинки, аби поглянути на звірятко. Разів з чотири обійшов я дерево — проте пустунка відступала по стовбуру у зворотний бік, так само показуючи тільки мордочку. Так мені й не вдалося обійти навколо білки.

— Але ж, — заперечив хтось, — самі ви кажете, що чотири рази обійшли навколо дерева.

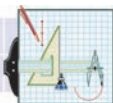


Рис. 1. Разів чотири обійшов я дерево...

- Навколо дерева, та не навколо білки!
- Але ж білка на дереві?
- То й що з цього?
- А те, що ви кружляли і навколо білки.
- Добре кружляв, коли жодного разу не бачив її спинки!
- До чого тут спинка? Білка у центрі, ви ходите по колу, а це означає — ходите навколо білки.
- Зовсім не означає. Уявіть, що я ходжу біля вас по колу, а ви повертаєтесь до мене увесь час обличчям, ховаючи спину. Хіба скажете ви, що я кружляю навколо вас?
- Звісно, скажу. Як же інакше?
- Кружляю, хоч не буваю позаду вас, не бачу вашої спини?
- Далась вам та спина! Ви замикаєте навколо мене шлях — ось у чому суть справи, а не в тому, щоб бачити спину.

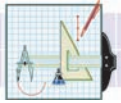
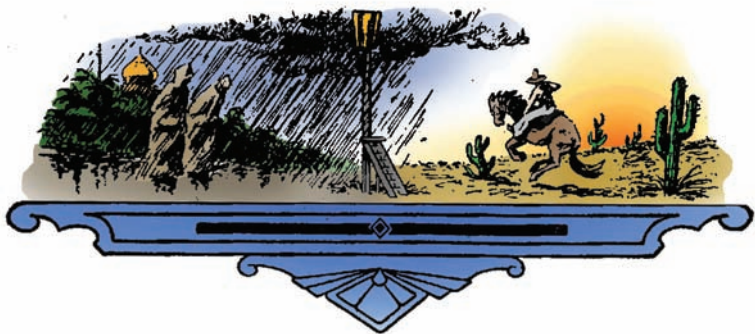


Рис. 2. Крутійка відступала у зворотний бік...

— Дозвольте: що значить кружляти біля чого-небудь? По-моєму, це означає тільки одне: ставати послідовно у такі місця, аби бачити предмет з усіх боків. Адже правильно, професоре? — звернувся сперечальник до присутнього за столом старшого чоловіка.

— Суперечка ваша точиться власне щодо слів, — відповів учений. — А в таких випадках потрібно починати завжди з того, про що ви тільки-но завели мову: потрібно домовитися про значення слів. Як розуміти слова: «рухатися навколо предмета»? Зміст їхній може бути двоякий. Можна, по-перше, розуміти під ними переміщення по замкненій лінії, всередині якої знаходиться предмет. Це — одне розуміння. Друге: рухатися відносно предмета так, щоб бачити його з усіх боків. Притримуючись першого розуміння, ви маєте визнати, що чотири рази обійшли навколо білки. Однак притримуючись другого — повинні зробити висновок, що не обійшли навколо неї жодного разу. Приводів для суперечки тут, як бачите, немає, якщо обидві сторони розмовляють однією мовою, розуміють слова однаково.

— Чудово, можна припустити двояке розуміння. Але яке все ж таки правильніше?



РОЗДІЛ ДЕСЯТИЙ

ГЕОМЕТРІЯ ДОЩУ І СНІГУ

Так повелося, що Ленінград¹⁾ вважається дуже дощовитим містом, куди дощовитішим, ніж, наприклад, Москва. Однак учені кажуть інше: вони стверджують, що у Москві дощі приносять за рік більше води, ніж у Ленінграді. Звідки вони це знають? Хіба можна виміряти, скільки води приносить дощ?

Це видається важким завданням, а втім, ви можете й самі навчитися вести такий облік дощу. Не думайте, що для цього потрібно буде збирати всю воду, яка вилася на землю дощем. Достатньо виміряти лише товщину того шару води, який утворився б на землі, коли б дощова вода не розтікалася і не вбиралася в ґрунт. А це зовсім не так важко зробити. Адже коли йде дощ, то падає він на всю місцевість рівномірно: не буває, щоб на одну грядку він приніс більше води, ніж на сусідню. Тому слід лише виміряти товщину шару дощової води на одному якому-небудь майданчику, і ми знатимемо його товщину на всій площі, политій дощем.

¹⁾ Теперішнє місто Санкт-Петербург на північному заході Росії (див. прим. на с. 17).

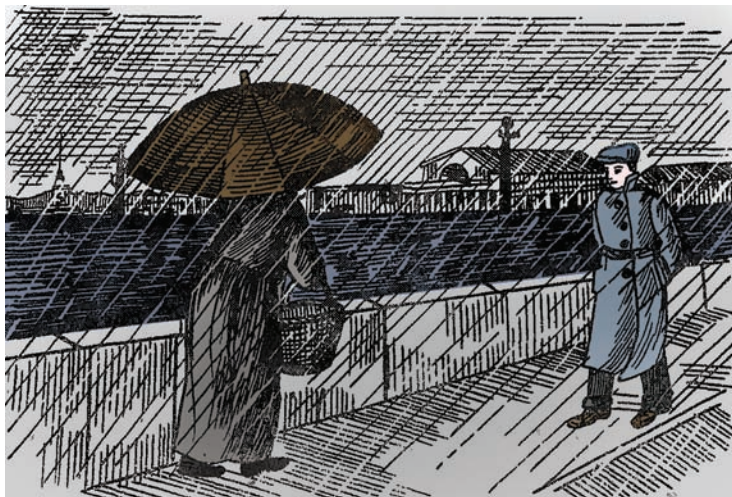
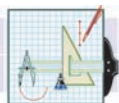
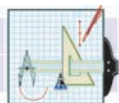


Рис. 143. Ленінград вважається дощовим містом.

Тепер ви, мабуть, здогадалися, що треба зробити, аби виміряти товщину шару води, яка випала під час дощу. Потрібно обладнати хоча б одну невелику ділянку, де б дощова вода не вбиралася в землю і не розтікалася. Для цього придатна будь-яка відкрита посудина, наприклад, відро. Якщо у вас є відро з прямовисними стінками (щоб його просвіт вгорі і внизу був однаковий), то виставте його у дощ на відкрите місце¹⁾. Коли дощ перейде, зміряйте висоту води, яка зібралася у відрі, і ви матимете усе, що вам потрібно буде для підрахунків.

Займемося детальніше нашим саморобним «дощоміром». Як виміряти висоту рівня води у відрі? Вставити в нього вимірну лінійку? Але це зручно лише тоді, коли у відрі багато води. Та коли шар її, як це звичайно буває, не товщій 2 – 3 см або навіть міліметрів, то виміряти товщину водяного шару таким способом більш-менш точно, звісно, не вдасться. А проте тут важливий кожний міліметр, навіть кожна десята його частина. Що ж робити?

¹⁾ Ставити якнайвище, аби у відро не попадали бризки води, що розлітаються при ударі дощових крапель об землю. — *Прим. авт.*



У час укладання збірки Бенедиктова (1869 р.) російською мовою не було видано ще жодного твору такого змісту¹⁾, не лише оригінального, а й навіть перекладного. Та й на Заході було тільки два давніх французьких твори — Баше де Мезиріака²⁾ (1612 р.) і 4-томна праця Озанама³⁾ (1694 р.) та низка пізніших перевидань. За планом, і почасти за змістом, праця Бенедиктова дуже близька до книги Баше.

Твір поділений на 20 коротких нумерованих розділів, кожний з яких має окремий заголовок, у стилі праці Баше де Мезиріака «Приємні й захоплюючі задачі». Перші розділи мають такі заголовки: «Так звані магічні квадрати», «Відгадування задуманого числа від 1 до 30», «Відгадування потай розподілених сум», «Задумана потай цифра, яка сама по собі виявляється», «Узнавання закресленої цифри» і т. ін. Далі йде низка фокусів з картами арифметичного характеру. Після них — цікавий розділ «Чародій-полководець й арифметична армія», — множення за допомогою пальців, викладене у белетристичній формі; далі — передрукована мною вище задача з продажем яєць. Передостанній розділ «Недостача в пшеничних зернах для 64 клітинок шахівниці» оповідає відому вже нашим читачам стародавню легенду про винахідника шахової гри.⁴⁾

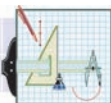
Нарешті 20-й розділ: «Величезна кількість мешканців, які жили на земній кулі» містить цікаву спробу підрахувати загальну чисельність земного населення (докладний розбір під-

¹⁾ Цей абзац було вилучено з повоєнних видань.

²⁾ **Баше де Мезиріак** Гаспар Клод (1581–1638) — французький математик і поет. Писав французькою, італійською та латинською мовами. Добре знав грецьку. Переклав з грецької на латину знамениту «Арифметику» Діофанта (1621 р.). У книзі «Приємні й захоплюючі задачі», виданій в Ліоні у 1612 р., зібрав і систематизував велику кількість цікавих старовинних математичних задач.

³⁾ **Озанам Жак** (1640–1717) — французький учений і письменник, член Паризької Академії наук (з 1701 р.). Написав низку підручників, у тому числі «Курс математики» у 5 томах. Із його книги «Математичні й фізичні розваги», виданої у 1696 р. (Я.І. Перельман подає не зовсім точну дату), прямо або опосередковано черпали матеріал для своїх книг майже усі пізніші популяризатори математики.

⁴⁾ Обробка легенди у тій белетристичній формі, в якій її подано у розділі сьомому, належить мені. — *Прим. авт.*



рахунку Бенедиктова проведений мною у книзі «Захоплююча алгебра»¹⁾).

107'. Зазначена додаткова можливість не полегшує задачу: все одно потрібно шість січних площин. Справді, в н у т р і ш - н і й кубик із тих 27, на які потрібно розрізати великий куб, має шість граней, і жодна січна площина не може відкрити одразу двох граней цього внутрішнього кубика, як би ми не переставляли частини.

107''. Спочатку подивимося, якою може бути найменша кількість розрізів. Якщо ми провели один розріз (рис. 179),

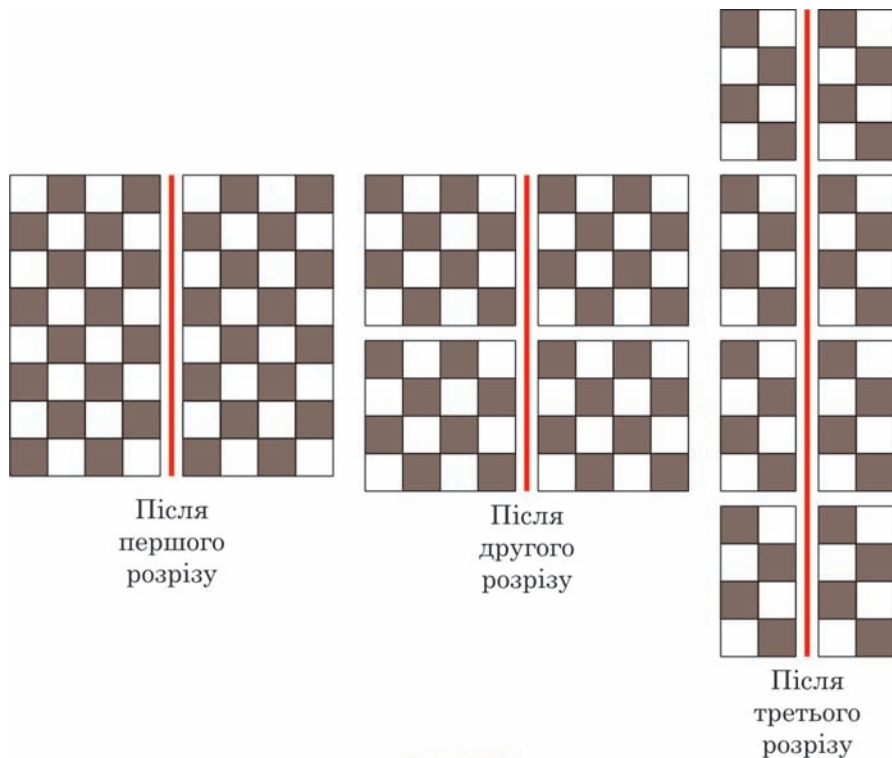
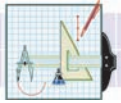


Рис. 179

¹⁾ Існує переклад українською мовою цієї книги, виданий нашим видавництвом у 2008 р.

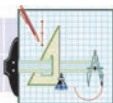


то шахівниця розпадеться на дві частини. Наступним розрізом, якщо він розсіче обидві з них, ми одержимо 4 частини. Якщо ми розмістимо їх так, що третій розріз розсіче їх усіх, то кількість частин знову подвоїться, і після третього розрізу ми одержимо 8 частин. Після четвертого розрізу ми одержимо щонайбільше 16 частин (якщо розріз розсіче усі одержані раніше частини), після п'ятого — 32 частини. Отже, після п'яти розрізів ми жодним чином ще не зможемо одержати 64 окремих квадратики. І лише після шостого розрізу, коли кількість частин знову подвоїться, ми можемо розраховувати одержати 64 окремих квадратики. Виходить, що менше ніж шістьма розрізами обійтися неможливо.

Однак тепер потрібно ще показати, що шість розрізів можна насправді здійснити так, щоб кожного разу кількість частин подвоювалася і в результаті вийшло $2^6 = 64$ окремих квадратики. Це вже неважко зробити: потрібно лише слідкувати, щоб після кожного розрізу усі частини ставали однаковими і щоб кожний наступний розріз розбивав кожну з частин навпіл. На рисунку 179, праворуч, показано перших три розрізи.¹⁾

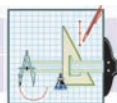


¹⁾ Поданими нижче рисунками закінчувалися відповідно 1-е, 4-7-е і 2-е видання «Живої математики».



ЗМІСТ

| | |
|---|-----------|
| Передмова редактора | 3 |
| Передмова автора до 1-го і 2-го видань | 8 |
| Розділ перший. | |
| У БУДИНКУ ВІДПОЧИНКУ | 9 |
| <i>Сніданок з головоломками</i> | |
| 1. Білка на галявині | 9 |
| 2. У комунальній кухні | 13 |
| 3. Робота шкільних гуртків | 14 |
| 4. Хто більше? | 15 |
| 5. Дід та онук | 16 |
| 6. Залізничні квитки | 16 |
| 7. Політ дирижабля | 17 |
| 8. Тінь | 18 |
| 9. Задача із сірниками | 19 |
| 10. Підступний пеньок | 20 |
| 11. Задача про грудень | 21 |
| 12. Арифметичний фокус | 22 |
| <i>Розв'язка сніданку</i> | |
| Розв'язання головоломок 1 – 12 | 23 |
| 13. Закреслена цифра | 32 |
| 13а. Відгадати число, нічого не запитуючи | 33 |
| 14. Хто що взяв? | 35 |
| Розділ другий. | |
| МАТЕМАТИКА В ІГРАХ | 38 |
| <i>Доміно</i> | |
| 15. Ланцюг із 28 кісточок | 38 |
| 16. Початок і кінець ланцюга | 39 |
| 17. Фокус із доміно | 39 |
| 18. Рамка | 39 |
| 19. Сім квадратів | 40 |
| 20. Магічні квадрати з доміно | 41 |
| 21. Прогресія з доміно | 41 |
| <i>«Гра у 15», або такен</i> | |
| 22. Перша задача Лойда | 49 |
| 23. Друга задача Лойда | 49 |
| 24. Третя задача Лойда | 50 |



Крокет

| | |
|--|----|
| 25. Пройти ворота чи крокетувати? | 50 |
| 26. Куля і кілок | 51 |
| 27. Пройти ворота чи заколотися? | 51 |
| 28. Пройти мишоловку чи крокетувати? | 51 |
| 29. Непрохідна мишоловка | 51 |
| Розв'язання головоломок 15 – 29 | 51 |

Розділ третій.

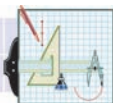
| | |
|---------------------------------------|----|
| ЩЕ ДЮЖИНА ГОЛОВЛОМОК | 60 |
| 30. Вірьовочка | 60 |
| 31. Кількість чобіт | 61 |
| 32. Довговічність волосини | 61 |
| 33. Зарплатня | 61 |
| 34. Лижний пробіг | 62 |
| 35. Двоє робітників | 62 |
| 36. Друкування доповіді | 62 |
| 37. Дві зубчатки | 63 |
| 38. Скільки років? | 63 |
| 39. Подружжя Іванових | 64 |
| 40. Гра | 64 |
| 41. Покупки | 65 |
| Розв'язання головоломок 30 – 41 | 65 |

Розділ четвертий.

| | |
|------------------------------|----|
| ЧИ ВМІСТЕ ВИ РАХУВАТИ? | 73 |
|------------------------------|----|

Розділ п'ятий.

| | |
|---------------------------------------|----|
| ЧИСЛОВІ ГОЛОВЛОМКИ | 79 |
| 42. За п'ять карбованців — сто | 81 |
| 43. Тисяча | 81 |
| 44. Двадцять чотири | 81 |
| 45. Тридцять | 81 |
| 46. Відсутні цифри | 81 |
| 47. Які числа? | 81 |
| 48. Що ділили? | 82 |
| 49. Ділення на 11 | 82 |
| 50. Дивні випадки множення | 82 |
| 51. Числовий трикутник | 83 |
| 52. Ще числовий трикутник | 83 |
| 53. Магічна зірка | 83 |
| Розв'язання головоломок 42 – 53 | 84 |

**Розділ шостий.**

ТАЄМНЕ ЛИСТУВАННЯ ПІДПІЛЬНИКІВ..... 91

Розділ сьомий.

РОЗПОВІДІ ПРО ЧИСЛА-ВЕЛЕТНІ..... 100

1. Вигідна угода..... 100
2. Міські чутки..... 106
3. Лавина «дешевих» велосипедів..... 111
4. Винагорода 115
5. Легенда про шахівницю..... 121
6. Швидке розмноження 128
7. Безкоштовний обід..... 136
8. Перекладання монет..... 143
9. Заклад..... 147
10. Числові велетні навколо і всередині нас 151

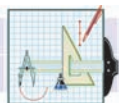
Розділ восьмий.

БЕЗ ВИМІРНОЇ ЛІНІЙКИ..... 158

Розділ дев'ятий.

ГЕОМЕТРИЧНІ ГОЛОВОЛОМКИ..... 164

54. Віз 164
 55. У збільшувальне скло..... 165
 56. Теслярський ватерпас 165
 57. Кількість граней 166
 58. Місячний серп 166
 59. З 12 сірників 167
 60. З 8 сірників 167
 61. Шлях мухи 168
 62. Знайти затичку 169
 63. Друга затичка. 169
 64. Третя затичка..... 169
 65. Просунути п'ятак 170
 66. Висота башти..... 171
 67. Подібні фігури..... 171
 68. Тінь дроту..... 172
 69. Цеглинка..... 172
 70. Велетень і карлик..... 172
 71. Два кавуни..... 172
 72. Дві дині 173
 73. Вишня..... 173
 74. Модель вежі Ейфеля 173
 75. Дві каструлі 174
 76. На морозі..... 174
 77. Цукор..... 174
- Розв'язання головоломок 54–77..... 174



Розділ десятий.

ГЕОМЕТРІЯ ДОЩУ І СНІГУ 188

Розділ одинадцятий.

МАТЕМАТИКА Й СКАЗАННЯ ПРО ПОТОП 197

Розділ дванадцятий.

ТРИДЦЯТЬ РІЗНИХ ЗАДАЧ 203

78. Ланцюг 203

79. Павуки й жуки 204

80. Плащ, капелюх і калоші 204

81. Курячі й качині яйця 205

82. Переліт 206

83. Грошові подарунки 206

84. Дві шапки 206

85. Двома цифрами 207

86. Одиниця 207

87. П'ятьма дев'ятками 207

88. Десятьма цифрами 207

89. Чотирма способами 207

90. Чотирма одиницями 207

91. Загадкове ділення 207

92. Ще випадок ділення 208

93. Що вийде? 208

94. У тім самім дусі 208

95. Аероплан 208

96. Мільйон виробів 209

97. Кількість шляхів 209

98. Циферблат 210

99. Восьмикутна зірка 210

100. Числове колесо 210

101. Триногий стіл 211

102. Які кути? 211

103. Вздовж екватора 211

104. У шість рядів 212

105. Перетворення фашистського знака 212

105'. Як поділити? 213

106. Хрест і півмісяць 213

107. Задача Бенедиктова 114

107'. Розріз куба 215

107''. Ще розріз 216

Розв'язання головоломок 78 – 107 (107'; 107'') 217



Навчальне видання

Класики популяризації науки

ПЕРЕЛЬМАН Яків Ісидорович

ЖИВА МАТЕМАТИКА

Переклад з російської
В.О. Тадеєва

За редакцією В.О. Тадеєва

Головний редактор *Богдан Будний*

Редактор *Володимир Дячун*

Дизайн та комп'ютерна верстка *Андрія Кравчука*

Художник *Павло Шеляк*

Художник обкладинки *Володимир Басалига*

Комп'ютерний набір *Олени Поліщук*

Підписано до друку 13.06.2009. Формат 60×84/16. Папір офсетний.
Гарнітура Century SchoolBook. Умовн. друк. арк. 13,72. Умовн. фарбо-відб. 54.88.

Видавництво "Навчальна книга – Богдан"
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців
ДК №370 від 21.03.2001 р.

Навчальна книга – Богдан, а/с 529, м.Тернопіль, 46008
тел./факс (0352) 52-06-07; 52-05-48; 52-19-66
publishing@budny.te.ua, office@bohdan-books.com
www.bohdan-books.com

ISBN 978-966-10-0166-3



9 789661 001663