

О.С. Істер

**ЗБІРНИК НЕСКЛАДНИХ,
АЛЕ КОРИСНИХ ВПРАВ
З ГЕОМЕТРІЇ
ДЛЯ 10–11 КЛАСІВ**



**ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА – БОГДАН**

УДК 512.1(075.3)
ББК 22.1я72
189

Істер О.С.
189 Збірник нескладних, але корисних вправ з геометрії для 10–11 класів. — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2010. — 72 с.

ISBN 978-966-

Посібник містить 551 нескладних, але корисних вправ з усього курсу геометрії 10-11 класів. Переважну більшість вправ, запропонованих у посібнику, можна виконувати без додаткових записів на дошці чи рисунків, хоча посібник містить вправи, в яких додаткові записи є необхідними

Абсолютна більшість вправ, запропонованих у посібнику або потребують миттєвої відповіді, або розв'язуються за допомогою 1-3 логічних кроків. Саме такі вправи складають першу частину завдань зовнішнього незалежного оцінювання. Тому посібник також принесе користь тим, хто готується до ЗНО.

Вчителям математики, учням 10-11 класів.

ББК 22.1я72

*Охороняється законом про авторське право.
Жодна частина цього видання не може бути відтворена
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

ISBN 978-966-

© Навчальна книга – Богдан,
майнові права, 2010

ПЕРЕДМОВА

Посібник містить 551 нескладну, але корисну вправу з усього курсу геометрії 10–11 класів.

Переважну більшість вправ, запропонованих у посібнику, можна виконувати без додаткових записів на дошці чи рисунків, хоча посібник містить вправи, в яких додаткові записи (наприклад, додаткова побудова в геометричній задачі) є необхідними. Складніші вправи позначено зірочкою.

Абсолютна більшість вправ, запропонованих у посібнику, потребує миттєвої відповіді або розв'язується за допомогою 1–3 логічних кроків. Саме такі вправи складають першу частину завдань зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО). Тому посібник також принесе користь тим, хто готується до ЗНО.

Основна мета посібника — допомогти вчителю математики у добірї нескладних, але корисних вправ (в основному, початкового та середнього рівнів навчальних досягнень) зі шкільного курсу геометрії 10–11 класів. Саме таких вправ бракує у діючих підручниках. Ці вправи учитель може пропонувати на різних етапах навчання: під час повторення, актуалізації опорних знань, вивчення нового матеріалу та його закріплення. Посібник написано відповідно до програми, тому легко адаптується до будь-якого підручника.

Під час виконання запропонованих вправ учні закріплюють теоретичні знання, тренують пам'ять, підвищують свою логічну та загальноматематичну культуру. Нескладні вправи розвивають в учнів уважність, спостережливість, ініціативу, пробуджують інтерес до математики. Розв'язавши нескладну вправу, слабкий учень повинен повірити у свої сили, для середнього та сильного учня розв'язування таких вправ дозволить закласти фундамент для розв'язування складніших вправ.

У посібнику відсутні відповіді до вправ, тому вчитель, придбавши збірник на весь клас (або один примірник на парту), може використовувати його як дидактичний матеріал.

Зауваження та пропозиції щодо цього збірника просимо надсилати на e-mail: ister@i.com.ua.

Відвідайте наші сторінки в Інтернеті www.bohdan-books.com та www.i.com.ua/~ister.

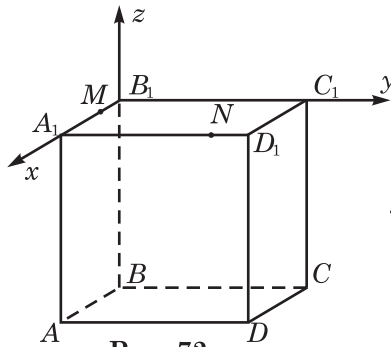


Рис. 72

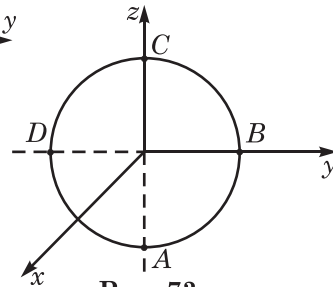


Рис. 73

13. Коло з центром O і радіусом 3 розміщено у площині yz (рис. 73). Які координати точок A, B, C, D ?
14. На рис. 74 зображено куб. Відомо, що $OD = 3$. Знайти координати:
- 1) вершин куба;
 - 2) точки O_1 ;
 - 3) точки M , якщо $CM = MC_1$;
 - 4) точки K , якщо $AK : KA_1 = 2 : 1$.

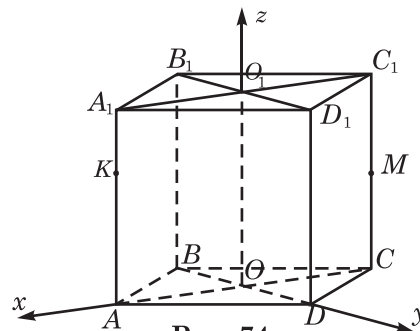


Рис. 74

Відстань між точками. Координати середини відрізка

15. На якій відстані від початку координат знаходяться точки $A(2; 0; 0); B(0; -4; 0); C(2; -2; 1); D(0; 0; -11)$?
16. Знайти відстань між точками: 1) $A(0; 3; 0)$ і $B(-4; 0; 0)$; 2) $C(0; 5; 0)$ і $D(0; -2; 0)$.
17. Знайти координати середини відрізка MN , якщо $M(2; -3; 4)$ і $N(-2; -7; 8)$.
18. Довести, що чотирикутник $ABCD$ є паралелограмом, якщо $A(-3; 4; -5); B(1; -8; 7); C(3; -4; 5); D(-1; 8; -7)$.
19. M — середина відрізка OB . Знайти координати точки B , якщо $M(-1; 2; 3)$, а точка O — початок координат.

Рух у просторі та його властивості. Симетрії

20. Чи є перетворення симетрії у просторі рухом?
21. Для точки $A(-1; 2; -3)$ побудували точку A_1 , симетричну A відносно площини xy . Знайти:
- 1) координати точки A_1 ;
 - 2) відстань між точками A та A_1 .
22. Для точки $B(1; -3; 0)$ побудували точку B_1 , симетричну B відносно початку координат. Знайти:
- 1) координати точки B_1 .
 - 2) відстань між точками B та B_1 .
23. Для точки $C(-1; 5; 3)$ побудували точку C_1 , симетричну C відносно осі z . Знайти:
- 1) координати точки C_1 .
 - 2) Знайти відстань між точками C та C_1 .
24. Точки $A_1(-2; 3; 4)$ і $A_2(4; 5; -4)$ симетричні відносно точки O . Знайти координати точки O .
25. Дано куб (рис. 75). Побудувати від руки фігуру, симетричну кубу відносно точки A .
26. Дано куб (рис. 76). Побудувати від руки фігуру, симетричну кубу відносно прямої AA_1 .
27. Дано куб (рис. 77). Побудувати від руки фігуру, симетричну кубу відносно площини $ABCD$.

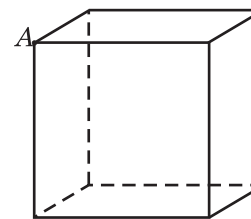


Рис. 75

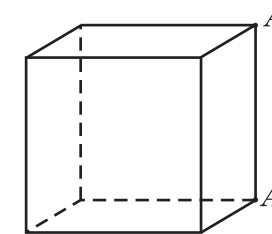


Рис. 76

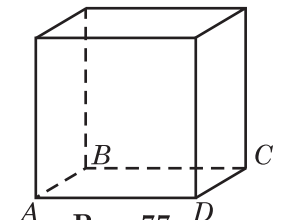


Рис. 77

28. Скільки осей симетрії у просторі має:
- 1) відрізок;
 - 2) промінь;
 - 3) квадрат?
29. Скільки площин симетрії має:
- 1) відрізок;
 - 2) коло;
 - 3) рівнобедрений трикутник;
 - 4) прямокутник?

299. Осьовим перерізом конуса є рівносторонній трикутник зі стороною $2a$. Знайти об'єм конуса.

Об'єм зрізаного конуса

300. Знайдіть об'єм зрізаного конуса, у якого радіуси основ дорівнюють 4 см і 7 см, а висота — 2 см.
301. Знайдіть об'єм зрізаного конуса, осьовим перерізом якого є трапеція з основами 8 см і 2 см і бічною стороною 5 см.

Об'єм кулі та її частин

302. Свинцеву кулю розплавляли і переливали в кульки, радіус яких у 5 разів менший. Скільки таких кульок дістали?
303. Куля і конус мають однакові об'єми. Радіус кулі дорівнює радіусу конуса. У скільки разів висота конуса більша від радіуса кулі?
304. Є свинцеві кульки однакового радіуса. Скільки таких кульок треба взяти, щоб з них відлити одну кулю, радіус якої у 3 рази більший від радіуса даних кульок?
305. Виразити радіус кулі через її об'єм.
- 306*. Дві кулі, радіуси яких 1 см і 2 см сплавляли в одну кулю. Знайти її радіус.
- 307*. Чи поміститься в циліндричну посудину (рис. 155) куля об'єм менший від об'єму циліндра?
308. Знайти об'єм кульового сегмента, якщо радіус кулі 5 см, а висота сегмента — 3 см.
309. Знайти об'єм кульового сектора, якщо радіус кулі 3 см, а висота відповідного сегмента — 1 см.

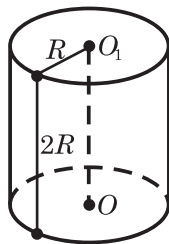


Рис. 155

Відношення об'ємів подібних тіл

310. Усі розміри дитячого відерця в 10 разів менші, ніж відра місткістю 12 л. Скільки грам води поміститься в дитяче відерце?
311. Об'єм одного куба у 27 разів більший від об'єму іншого. У скільки разів ребро першого куба більше від ребра другого?

312. Подібні тіла мають однакові об'єми. Чи можна стверджувати, що тіла рівні?

Площі бічної і повної поверхонь циліндра

313. Знайти повну поверхню циліндра, радіус якого 3 см, а висота 7 см.
314. Площа бічної поверхні циліндра чисельно дорівнює його об'єму. Чи може таке бути? Знайти радіус циліндра.
315. Радіус циліндра збільшили в m разів, а висоту зменшили в n разів. Чи змінилася при цьому площа бічної поверхні?
- 316*. Площа осьового перерізу циліндра S . Знайти площу бічної поверхні.
- 317*. Осьовий переріз циліндра — квадрат. У скільки разів площа повної поверхні циліндра більша від площі його основи?
318. Прямокутник зі сторонами a та b обертається спочатку навколо однієї сторони, а потім — навколо іншої. У якому випадку площа бічної поверхні буде більшою?
319. У куб з ребром a вписано циліндр. Знайти його повну поверхню.
320. Навколо куба з ребром b описано циліндр. Знайти його бічну поверхню.

Площі бічної і повної поверхонь конуса

321. Обчислити бічну поверхню конуса, радіус якого 4 см, а висота — 3 см.
322. Конус і циліндр мають однакові площі бічних поверхонь і рівні радіуси. У скільки разів твірна циліндра більша або менша від твірної конуса?
323. Осьовий переріз конуса — рівносторонній трикутник. Обчислити повну поверхню конуса, якщо його радіус дорівнює R .
324. Осьовий переріз конуса — прямокутний трикутник (рис. 154). Радіус конуса дорівнює R . Знайти бічну поверхню конуса.
325. Бічна поверхня конуса дорівнює S . Через середину його висоти паралельно до основи проведено переріз. Знайти бічну поверхню відрізаного конуса.

326. Знайти повну поверхню тіла на рисунку 156, яке складається з циліндра і конуса.
327. У куб з ребром a вписано конус (рис. 153). Знайти повну поверхню конуса.

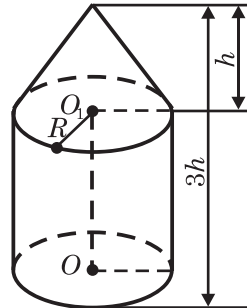


Рис. 156

Площі бічної і повної поверхонь зрізаного конуса

328. Знайдіть площу повної поверхні утвореного зрізаного конуса, у якого радіуси основ дорівнюють 1 см і 3 см, а твірна — 4 см.
329. Прямокутна трапеція, основи якої дорівнюють 4 см і 12 см, а висота — 6 см, обертається навколо меншої бічної сторони. Знайдіть площу бічної поверхні утвореного зрізаного конуса

Площа сфери

330. Сфера вписана в куб з ребром a . Знайти її поверхню.
331. Обчислити площу поверхні півкулі радіуса R .
332. Площа великого круга кулі дорівнює S . Чому дорівнює площа сфери цієї кулі?
333. Навколо куба з ребром b описана сфера. Знайти її поверхню.
334. Чи є така сфера, у якої об'єм і поверхня виражається одним і тим самим числом?
335. Об'єм однієї кулі у 8 разів більший від об'єму другої. У скільки разів площа сфери першої кулі більша від площі сфери другої кулі?
336. Площа сфери однієї кулі у 9 разів більша від площі сфери другої кулі. У скільки разів об'єм першої кулі більший від об'єму другої?
337. Навколо сфери описано циліндр. Чи правильно, що площа сфери дорівнює площі бічної поверхні циліндра?
338. Банки фарби вистачає, щоб пофарбувати кулю радіусом R . Яку кількість куль радіусом $\frac{R}{5}$ можна пофарбувати цією фарбою?
339. Сума площ n сфер радіуса R дорівнює площі сфери радіуса $2R$. Знайти n .

ЗМІСТ

Передмова 3

10 клас

Розділ I. Систематизація та узагальнення фактів і методів планіметрії 4

Аксиоми планіметрії. Система опорних фактів курсу планіметрії. Геометричні і аналітичні методи розв'язування планіметричних задач. 4

Приклади застосування координат і векторів до розв'язування планіметричних задач та складання рівнянь чи систем рівнянь за умовою геометричної задачі. 5

Розділ II. Вступ до стереометрії 7

Основні поняття стереометрії. Аксиоми стереометрії та наслідки з них. Просторові геометричні фігури. Приклади неплоских просторових фігур. 7

Найпростіші задачі на побудову перерізів куба, прямокутного паралелепіпеда, піраміди 10

Розділ III. Паралельність прямих і площин у просторі 11

Розміщення двох прямих у просторі: прямі, що перетинаються, паралельні прямі, мимобіжні прямі. 11

Розміщення прямої та площини у просторі: пряма і площина, що перетинаються, паралельні пряма і площина. Ознака паралельності прямої та площини. 13

Паралельне проектування, його властивості. Зображення плоских і просторових фігур у стереометрії. 15

Розділ IV. Перпендикулярність прямих і площин у просторі 17

Перпендикулярність прямих у просторі. 17

Перпендикулярність прямої та площини. Ознака перпендикулярності прямої та площини. 17

Перпендикуляр і похила 20

Теорема про три перпендикуляри. 22

Двогранний кут 24

Перпендикулярність площин. Ознака перпендикулярності площин. Залежність між паралельністю та перпендикулярністю прямих і площин 25

Відстані у просторі: від точки до прямої, від точки до площини, від прямої до паралельної їй площини, від точки до фігури, між паралельними площинами, між мимобіжними прямими, між двома фігурами.....	26
Кут між мимобіжними прямими.....	28
Кут між прямою і площиною.....	29
Кут між площинами.....	31
Ортогональне проектування. Площа ортогональної проекції многокутника.....	32

11 клас

Розділ I. Координати та вектори у просторі.....	33
Прямокутна система координат у просторі.....	33
Відстань між точками. Координати середини відрізка.....	34
Рух у просторі та його властивості. Симетрії.....	35
Паралельне перенесення у просторі.....	36
Перетворення подібності та його властивості. Подібність і гомотетія просторових фігур.....	36
Вектори у просторі. Рівність векторів.....	37
Додавання та віднімання векторів.....	37
Множення вектора на число. Колінеарність векторів.....	38
Компланарність векторів.....	39
Скалярний добуток векторів. Кут між векторами.....	39
Розкладання вектора за трьома некомпланарними векторами.....	40
Рівняння площини.....	40
Рівняння сфери.....	41
Розділ II. Многогранники.....	42
Двогранні кути. Лінійний кут двогранного кута.....	42
Многогранні кути.....	42
Многогранник та його елементи. Опуклі многогранники.....	43
Призма.....	44
Пряма призма.....	44
Правильна призма.....	45
Паралелепіпед.....	46
Площа бічної і повної поверхонь призми.....	47
Піраміда.....	48
Правильна піраміда.....	50

Площа бічної і повної поверхонь піраміди.....	52
Зрізана піраміда. Площа бічної і повної поверхонь зрізаної піраміди.....	52
Перерізи многогранників та їх побудова.....	53
Правильні многогранники.....	54
Розділ III. Тіла обертання.....	56
Тіла і поверхні обертання.....	56
Циліндр.....	56
Осьовий переріз циліндра.....	57
Переріз циліндра площиною, паралельною основі.....	58
Конус.....	58
Осьовий переріз конуса.....	59
Переріз конуса площиною, паралельною основі.....	59
Зрізаний конус.....	59
Куля і сфера.....	60
Переріз кулі площиною.....	60
Площина, дотична до сфери.....	61
Комбінації геометричних тіл.....	61
Розділ IV. Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл.....	62
Поняття про об'єм тіла. Основні властивості об'ємів.....	62
Об'єми паралелепіпеда та призми.....	62
Об'єм піраміди.....	63
Об'єм циліндра.....	65
Об'єм конуса.....	65
Об'єм зрізаного конуса.....	66
Об'єм кулі та її частин.....	66
Відношення об'ємів подібних тіл.....	66
Площі бічної і повної поверхонь циліндра.....	67
Площі бічної і повної поверхонь конуса.....	67
Площі бічної і повної поверхонь зрізаного конуса.....	68
Площа сфери.....	68



Навчальне видання

ІСТЕР Олександр Семенович

**ЗБІРНИК НЕСКЛАДНИХ,
АЛЕ КОРИСНИХ ВПРАВ
З ГЕОМЕТРІЇ
ДЛЯ 10–11 КЛАСІВ**

Головний редактор *Богдан Будний*

Редактор *Володимир Дячун*

Художник обкладинки *Ростислав Крамар*

Комп'ютерна верстка *Андрія Кравчука*

Підписано до друку 19.08.2011. Формат 60x84/16. Папір офсетний.

Гарнітура Century Schoolbook. Друк офсетний.

Умовн. друк. арк. 4,19. Умовн. фарбо-відб. 4,19.

[В. 1].

Видавництво «Навчальна книга — Богдан»

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців

ДК № 370 від 21.03.2001 р.

Навчальна книга — Богдан, а/с 529, м. Тернопіль 46008

тел./факс (0352) 52-06-07; 52-05-48; 52-19-66

publishing@budny.te.ua

www.bohdan-books.com