

# ПЕРЕДМОВА

*Прагни вершини – матимеш середину.*  
**Григорій Сковорода**

Підготовка старшокласників до зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО) знань вимагає впровадження у навчання тестових завдань різноманітного характеру та змісту, удосконалення методів самостійної роботи учнів над навчальним матеріалом.

Метою пропонованого тестового зошита є організація самостійної роботи учнів при підготовці до ЗНО. Зошит містить тести зі всіх основних тем геометрії 10-го – 11-го класів, усього 11 тем. Тести укладено за темами, що сприяє успішному засвоєнню учнями матеріалу. Структура кожного тематичного тесту є аналогічною структурі тестів, що пропонуються на зовнішньому оцінюванні знань із математики абітурієнтами. Кожний тест з тієї чи іншої теми укладено у двох рівноцінних варіантах, а тестові завдання підібрано за трьома рівнями складності. Завдання з першого по двадцяте передбачають вибір правильної відповіді з п'яти запропонованих. Серед наведених відповідей є лише одна правильна відповідь. Далі пропонується два завдання (21, 22) на встановлення відповідностей, у яких до кожного із чотирьох або трьох завдань потрібно підібрати логічну пару з п'яти запропонованих. Завдання з 23-го по 30-е — без поданих відповідей, тому потрібно розв'язати кожну із запропонованих задач і вписати отриману відповідь. Завдання з 28\*-го по 30\*-е помічені зірочкою, тобто це завдання поглибленого рівня. Тестовий зошит містить також п'ять тестів на повторення планіметрії, які подано напочатку посібника. Тести на повторення містять по 30 задач, які пропонувалися у сертифікаційних тестових зошитах ЗНО з 2004 по 2017 рр. Тобто у цих тестах подано 150 тестових задач за курс геометрії 7-го – 9-го класів, а це всі задачі ЗНО з планіметрії.

Тестовий зошит містить довідник, у якому викладена теорія до кожної теми — означення, теореми, опорні задачі, а також подано розв'язання основних типів задач, що створює практичну базу для самостійного розв'язування завдань тестового зошита. Тема 32\* запропонована із зірочкою й лише в одному варіанті, оскільки вона не є обов'язковою при підготовці до ЗНО. Задачі на зрізану піраміду та зрізаний конус у тестових зошитах ЗНО не пропонуються.

Наприкінці тестового зошита подано відповіді до всіх тестових завдань або вказівки щодо їхнього розв'язання. Цей посібник є четвертою частиною програми підготовки старшокласників до написання сертифікаційної роботи з математики. У третій частині посібника викладено курс геометрії 7-го – 9-го класів. Програма підготовки з геометрії наведена нижче. Вона розрахована на 36 робочих тижнів навчального року. Посібник є важливою складовою комплексної авторської програми підготовки старшокласників до ЗНО.

Усі тестові завдання відповідають чинній програмі з математики для загальноосвітніх навчальних закладів та вимогам щодо знань абітурієнтів на зовнішньому тестуванні.

Для вчителів і учнів загальноосвітніх шкіл і профільних класів природничого та фізико-математичного спрямувань.

# Навчальні теми та послідовність їх вивчення

## Геометрія

### Планіметрія

#### I семестр (I частина посібника)

- Тема 1.** Найпростіші геометричні фігури.
  - Тема 2.** Взаємне розміщення трьох прямих на площині.
  - Тема 3.** Трикутники. Ознаки рівності трикутників. Рівнобедрений трикутник. Сума кутів трикутника. Нерівність трикутника.
  - Тема 4.** Зовнішній кут трикутника. Прямокутний трикутник.
  - Тема 5.** Коло та його елементи. Коло, вписане у трикутник, і коло, описане навколо трикутника. Геометричне місце точок.
  - Тема 6.** Багатокутники. Чотирикутники. Паралелограм.
  - Тема 7.** Прямокутник, квадрат і ромб.
  - Тема 8.** Середня лінія трикутника. Трапеція. Середня лінія трапеції.
  - Тема 9.** Центральні та вписані кути.
  - Тема 10.** Вписані та описані чотирикутники.
  - Тема 11.** Теорема Фалеса. Теорема про пропорційні відрізки. Теорема про медіани трикутника. Теорема про бісектрису трикутника.
  - Тема 12.** Подібність трикутників.
  - Тема 13.** Подібність і коло. Застосування подібності.
  - Тема 14.** Метричні співвідношення у прямокутному трикутнику. Теорема Піфагора.
  - Тема 15.** Співвідношення між кутами та сторонами прямокутного трикутника.
  - Тема 16.** Теорема косинусів. Теорема синусів.
  - Тема 17.** Площа паралелограма (квадрата, прямокутника, ромба).
  - Тема 18.** Площа трикутника.
  - Тема 19.** Площа трапеції.
  - Тема 20.** Вписані та описані правильні багатокутники. Довжина кола. Площа круга. Площа сектора. Площа сегмента.
  - Тема 21.** Декартові координати на площині.
  - Тема 22.** Вектори.
- Тести на повторення.**

**Стереометрія****Задачі тестів ЗНО (2004 – 2017 рр.). Планіметрія. Повторення.****Тести 1–5.**

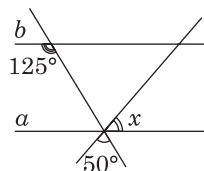
- Тема 23.** Взаємне розташування прямих у просторі. Взаємне розташування прямої і площини. Взаємне розташування площин. Властивості паралельних площин. Паралельне проектування
- Тема 24.** Перпендикулярність прямих і площини. Відстані у просторі. Теорема про три перпендикуляри.
- Тема 25.** Кути у просторі.
- Тема 26.** Декартова система координат. Вектори.
- Тема 27.** Багатогранники. Призма. Площі поверхонь, об'єм.
- Тема 28.** Піраміди. Частинні види пірамід. Площі поверхонь та об'єм піраміди.
- Тема 29.** Циліндр. Площа поверхні, об'єм.
- Тема 30.** Конус. Площа поверхні, об'єм.
- Тема 31.** Куля. Площа сфери, об'єм кулі. Кульовий сектор та кульовий сегмент.
- Тема 32\*.** Зрізана піраміда. Зрізаний конус. Площі поверхонь, об'єм.
- Тема 33.** Комбінації тіл. Циліндр і призма. Піраміда і конус. Куля і призма. Куля і піраміда. Куля і конус. Куля і циліндр.

## ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

Тест 1. Задачі тестів ЗНО (2004 – 2017 рр.).  
Планіметрія

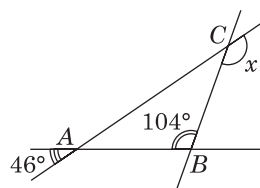
1. Прямі  $a$  і  $b$  — паралельні. Знайдіть градусну міру кута  $x$ , зображеного на рисунку. (ЗНО, 2007 р.).

А	Б	В	Г	Д
$50^\circ$	$60^\circ$	$65^\circ$	$75^\circ$	$85^\circ$



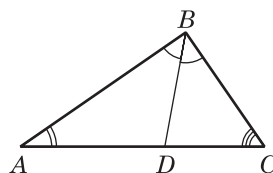
2. Знайдіть градусну міру кута  $x$ , зображеного на рисунку. (ЗНО, 2006 р.).

А	Б	В	Г	Д
$95^\circ$	$120^\circ$	$140^\circ$	$150^\circ$	$160^\circ$



3. У трикутнику  $ABC$ :  $\angle A = 65^\circ$ ,  $BD$  — бісектриса кута  $B$  (див. рисунок). Знайдіть градусну міру кута  $BCA$ , якщо  $\angle ABD = 35^\circ$ . (ЗНО, 2009 р.).

А	Б	В	Г	Д
$35^\circ$	$45^\circ$	$50^\circ$	$55^\circ$	$65^\circ$



4. Знайдіть довжину сторони  $BC$  трикутника  $ABC$ , якщо  $\angle A = 45^\circ$ ,  $\angle C = 30^\circ$ ,  $AB = 3$  см.

А	Б	В	Г	Д
4 см	4,5 см	$\sqrt{6}$ см	$3\sqrt{3}$ см	$3\sqrt{2}$ см

5. Сторони трикутника, одна з яких удвічі більша за другу, утворюють кут  $120^\circ$ , а довжина третьої сторони дорівнює  $3\sqrt{7}$  см. Знайдіть довжину найменшої сторони трикутника. (ЗНО, 2007 р.).

А	Б	В	Г	Д
2 см	3 см	4 см	$\sqrt{7}$ см	$3\sqrt{\frac{7}{3}}$ см

6. Гострий кут паралелограма дорівнює  $60^\circ$ , а його сторони дорівнюють 3 см і 4 см. Обчисліть довжину меншої діагоналі паралелограма. (ЗНО, 2009 р.).

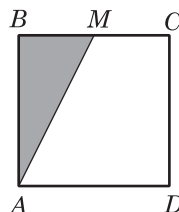
А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{37}$ см	$\sqrt{31}$ см	5 см	$\sqrt{19}$ см	$\sqrt{13}$ см

7. У сонячний день довжина тіні від дерева становить 16 м. У той самий час тінь від хлопчика, який має зріст 1,5 м, дорівнює 2 м. Визначте висоту дерева.

А	Б	В	Г	Д
12 м	12,5 м	13 м	14 м	15,5 м

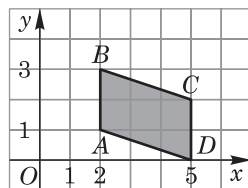
8. Точка  $M$  — середина сторони квадрата  $ABCD$  (див. рисунок). Площа затушованої частини дорівнює  $7 \text{ см}^2$ . Знайдіть площу всього квадрата. (ЗНО, 2007 р.).

А	Б	В	Г	Д
$14 \text{ см}^2$	$21 \text{ см}^2$	$28 \text{ см}^2$	$35 \text{ см}^2$	$42 \text{ см}^2$



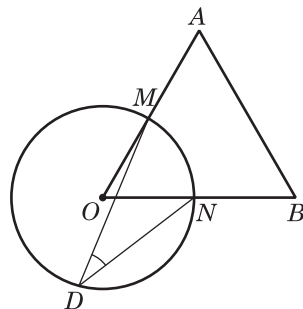
9. Обчисліть площу чотирикутника  $ABCD$  (див. рисунок), сторони  $AB$  і  $CD$  якого паралельні осі  $Oy$ . (ЗНО, 2011 р.).

А	Б	В	Г	Д
10	5	3	6	7



10. На рисунку зображено коло з центром у точці  $O$  і рівносторонній трикутник  $AOB$ , що перетинає коло в точках  $M$  і  $N$ . Точка  $D$  належить колу. Знайдіть градусну міру кута  $MDN$ . (ЗНО, 2011 р.).

А	Б	В	Г	Д
$15^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$120^\circ$



11. Сума градусних мір двох кутів паралелограма дорівнює  $150^\circ$ . Знайдіть градусну міру більшого кута паралелограма.

А	Б	В	Г	Д
$75^\circ$	$85^\circ$	$105^\circ$	$110^\circ$	$115^\circ$

12. Знайдіть координати вектора  $\overrightarrow{AB}$ , якщо  $A(-2; 3)$ ,  $B(-8; -5)$ . (Пробне ЗНО, 2010 р.).

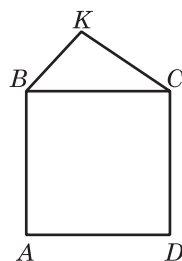
А	Б	В	Г	Д
$\overrightarrow{AB}(6; 8)$	$\overrightarrow{AB}(-10; -8)$	$\overrightarrow{AB}(-10; -2)$	$\overrightarrow{AB}(-6; -2)$	$\overrightarrow{AB}(-6; -8)$

13. Довжина кола дорівнює  $16\pi$  см. Знайдіть площу круга, обмеженого цим колом.

А	Б	В	Г	Д
$128\pi \text{ см}^2$	$64\pi \text{ см}^2$	$32\pi \text{ см}^2$	$16\pi \text{ см}^2$	$8\pi \text{ см}^2$

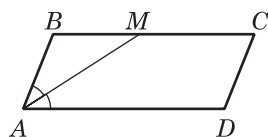
14. На рисунку зображено квадрат  $ABCD$  і трикутник  $BKC$ , периметри яких відповідно дорівнюють 24 см і 20 см. Знайдіть периметр п'ятикутника  $ABKCD$ . (ЗНО, 2010 р.).

А	Б	В	Г	Д
28 см	32 см	34 см	38 см	44 см

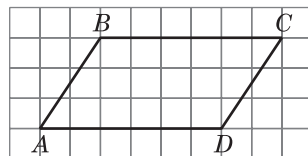


15. Бісектриса гострого кута  $A$  паралелограма  $ABCD$  ділить сторону  $BC$  на відрізки  $BM = 3$  см,  $MC = 5$  см (див. рисунок). Обчисліть периметр паралелограма. (Пробне ЗНО, 2012 р.).

А	Б	В	Г	Д
16 см	20 см	22 см	24 см	26 см



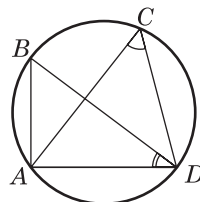
16. На папері у клітинку зображено паралелограм  $ABCD$ , вершини якого збігаються з вершинами клітинок (див. рисунок). Знайдіть площу паралелограма  $ABCD$ , якщо кожна клітинка є квадратом зі стороною 1 см. (ЗНО, 2010 р.).



А	Б	В	Г	Д
9 см <sup>2</sup>	12 см <sup>2</sup>	15 см <sup>2</sup>	18 см <sup>2</sup>	24 см <sup>2</sup>

17. Точки  $A, B, C$  і  $D$  лежать на колі.  $BD$  — діаметр цього кола (див. рисунок). Знайдіть величину кута  $ACD$ , якщо  $\angle ADB = 35^\circ$ . (ЗНО, 2010 р.).

А	Б	В	Г	Д
35°	55°	60°	65°	70°



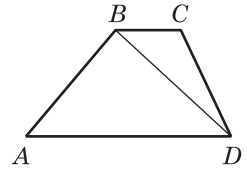
18. Знайдіть величину кута між векторами  $\vec{a}$  і  $\vec{b} + \vec{c}$  (у градусах), якщо  $\vec{a}(2; 2)$ ,  $\vec{b}(2; 4)$  і  $\vec{c}(-2; -6)$ . (ЗНО, 2009 р.).

А	Б	В	Г	Д
60°	30°	135°	120°	150°

19. Знайдіть усі значення параметра  $a$ , при яких система  $\begin{cases} x^2 + (y - a)^2 = 4, \\ y = -5 \end{cases}$  має єдиний розв'язок. У відповідь запишіть суму значень параметра  $a$ . (ЗНО, 2006 р.).

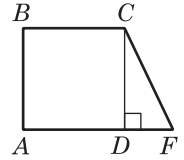
А	Б	В	Г	Д
-7	-10	10	-3	7

20. У трапеції  $ABCD$  основи  $BC$  і  $AD$  відносяться, як  $1 : 3$ . Знайдіть площу трапеції (див. рисунок), якщо площа трикутника  $BCD$  дорівнює  $2 \text{ см}^2$ . (ЗНО, 2007 р.)



А	Б	В	Г	Д
$4 \text{ см}^2$	$6 \text{ см}^2$	$8 \text{ см}^2$	$10 \text{ см}^2$	$12 \text{ см}^2$

21. На рисунку зображено квадрат  $ABCD$  зі стороною  $1 \text{ см}$  та прямокутний трикутник  $CDF$ , гіпотенуза якого  $CF$  дорівнює  $\sqrt{5} \text{ см}$ . Фігури лежать в одній площині. Установіть відповідність між початком речення (1 – 4) та його закінченням (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження. (ЗНО, 2014 р.)



- |  |                                   |
|--|-----------------------------------|
| 1 Довжина катета $FD$ трикутника $CDF$ дорівнює                      | А $1 \text{ см}$                  |
| 2 Довжина радіуса кола, описаного навколо квадрата $ABCD$ , дорівнює | Б $\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ см}$ |
| 3 Відстань від точки $F$ до прямої $BC$ дорівнює                     | В $\sqrt{2} \text{ см}$           |
| 4 Відстань від точки $F$ до прямої $BD$ дорівнює                     | Г $2 \text{ см}$                  |
|  | Д $2\sqrt{2} \text{ см}$          |

	А	Б	В	Г	Д
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

22. На рисунках (1 – 5) наведено інформацію про п'ять трикутників. (ЗНО, 2015 р.) Установіть відповідність між запитанням (1 – 4) та правильною відповіддю на нього (А – Д).

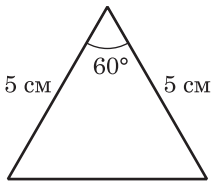


Рис. 1

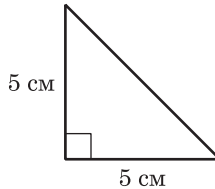


Рис. 2

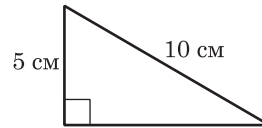


Рис. 3

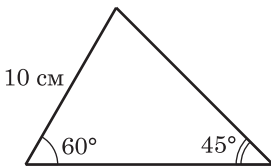


Рис. 4

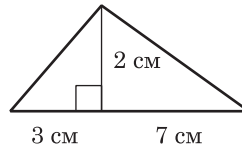


Рис. 5

*Запитання*

1 На якому рисунку зображено трикутник, у якого центри вписаного й описаного кіл збігаються?

2 На якому рисунку зображено трикутник, один із внутрішніх кутів якого дорівнює  $30^\circ$ ?

3 На якому рисунку зображено трикутник, площа якого дорівнює  $10 \text{ см}^2$ ?

4 На якому рисунку зображено трикутник, у якого діаметр описаного навколо нього кола дорівнює  $10\sqrt{2} \text{ см}$ ?

*Відповідь*

А На рис. 1

Б На рис. 2

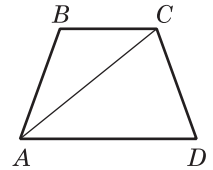
В На рис. 3

Г На рис. 4

Д На рис. 5

	А	Б	В	Г	Д
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- 23.** На рисунку зображено рівнобедрену трапецію  $ABCD$ , у якій  $AD = 8 \text{ см}$ ,  $BC = 4 \text{ см}$ ,  $AC = 10 \text{ см}$ . Установіть відповідність між проекцією відрізка на пряму (1 – 4) та довжиною проєкції (А – Д). (Пробне ЗНО, 2013 р.).



*Проекція відрізка на пряму*

1 проекція відрізка  $BC$  на пряму  $AD$

2 проекція відрізка  $CD$  на пряму  $AD$

3 проекція відрізка  $AC$  на пряму  $AD$

4 проекція відрізка  $AD$  на пряму  $AC$

*Довжина проєкції*

А 2 см

Б 4 см

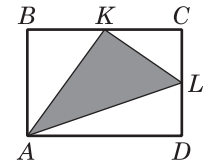
В 4,8 см

Г 5,6 см

Д 6 см

	А	Б	В	Г	Д
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- 24.** У прямокутнику  $ABCD$ :  $AB = 6 \text{ см}$ ,  $BC = 8 \text{ см}$ ,  $K$  і  $L$  — середини сторін  $BC$  і  $CD$  відповідно (див. рисунок). Знайдіть площу трикутника  $AKL$  (у  $\text{см}^2$ ). (ЗНО, 2010 р.).

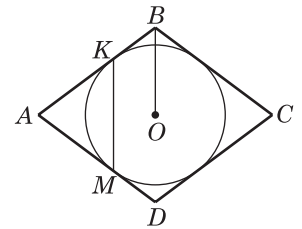


**Відповідь.** \_\_\_\_\_

- 25.** У ромб  $ABCD$  вписано коло з центром у точці  $O$ , яке дотикається до сторін  $AB$  і  $AD$  у точках  $K$  і  $M$  відповідно (див. рисунок). Периметр ромба дорівнює 48 см,  $\angle A = 60^\circ$ . Знайдіть:

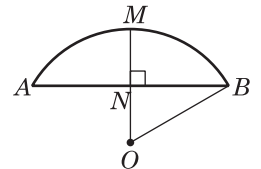
1. Довжину відрізка  $OB$  (у  $\text{см}$ ).

2. Довжину відрізка  $KM$  (у  $\text{см}$ ). (ЗНО, 2015 р.).



**Відповідь.** \_\_\_\_\_

- 26.** На рисунку схематично зображено опуклий міст, що має форму дуги  $AMB$  кола з центром у точці  $O$ .  $MN$  — серединний перпендикуляр до  $AB$ ,  $MN = 3 \text{ м}$ . Визначте довжину радіуса  $OB$  (у  $\text{м}$ ), якщо довжина відрізка  $AB$  дорівнює 12 м. (Пробне ЗНО, 2013 р.).



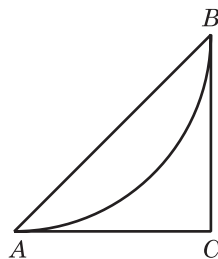
**Відповідь.** \_\_\_\_\_



- 27.** Площа ромба дорівнює  $10,8 \text{ см}^2$ , а площа круга, вписаного у ромб, —  $2,25\pi \text{ см}^2$ .
1. Визначте довжину радіуса круга, вписаного в ромб (у *см*). (Пробне ЗНО, 2013 р.)
  2. Обчисліть довжину сторони ромба (у *см*).

**Відповідь.** \_\_\_\_\_

- 28.** План паркової зони (див. рисунок), обмеженої трикутником  $ABC$ , зображено на рисунку. Дуга  $AB$  — велосипедна доріжка. Відомо, що дуга  $AB$  є четвертою частиною кола з радіусом  $1,8 \text{ км}$ .  $CA$  і  $CB$  — дотичні до цього кола ( $A$  і  $B$  — точки дотику). Обчисліть площу зображеної на плані паркової зони (у  $\text{км}^2$ ). (ЗНО, 2013 р.)



**Відповідь.** \_\_\_\_\_

- 29.** На стороні  $AD$  паралелограма  $ABCD$  як на діаметрі побудовано півколо так, що воно дотикається до сторони  $BC$  в точці  $M$ . Довжина дуги  $MD$  дорівнює  $6,5\pi \text{ см}$ . (ЗНО, 2014 р.)

1. Обчисліть (у *см*) довжину радіуса цього кола.
2. Обчисліть площу паралелограма  $ABCD$ .

**Відповідь.** \_\_\_\_\_

- 30.** Паралелограм  $ABCD$  побудовано на векторах  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  як на сторонах. Відомо, що  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 5$ ,  $|\vec{a} + \vec{b}| = 7$ . Знайдіть величину кута між векторами  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  (у градусах). (ЗНО, 2008 р.)

**Відповідь.** \_\_\_\_\_