

ПЕРЕДМОВА

*Наступний, весело освітлений день —
плід учорашнього.*

Григорій Сковорода

Підготовка старшокласників до зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО) знань вимагає впровадження у навчання тестових завдань різноманітного характеру та змісту, удосконалення методів самостійної роботи учнів над навчальним матеріалом.

Метою пропонованого тестового зошита є організація самостійної роботи учнів при підготовці до ЗНО. Зошит містить тести з усіх основних тем геометрії 7-го – 9-го класів, усього 22 теми. Тести укладено за темами, що сприяє успішному засвоєнню учнями матеріалу. Структура кожного тематичного тесту є аналогічною структурі тестів, що пропонуються на зовнішньому оцінюванні знань математики абітурієнтами. Кожний тест з тієї чи іншої теми укладено у двох рівноцінних варіантах, а тестові завдання підібрано за трьома рівнями складності. Завдання з першого по двадцяте передбачають вибір правильної відповіді з п'яти запропонованих. Серед наведених відповідей є лише одна правильна відповідь. Далі пропонуються два завдання (21, 22) на встановлення відповідностей, у яких до кожного із чотирьох або трьох завдань потрібно підібрати логічну пару з п'яти запропонованих. Завдання з 23-го по 30-е — без поданих відповідей, тому потрібно розв'язати кожную із запропонованих задач і вписати отриману відповідь. Завдання з 28*-го по 30*-е помічено зірочкою, тобто це завдання поглибленого рівня. Тестовий зошит містить також сім тестів на повторення, які подано наприкінці останньої теми. Тести на повторення містять по 12 задач-запитань і слугують для повторення вивченої теорії певного блоку тем. Тести на повторення мають назви, тому очевидно, після яких вивчених тем їх потрібно розв'язувати.

До тестового зошита пропонується довідник, у якому викладена теорія до кожної теми — означення, теореми, опорні задачі, а також запропоновано розв'язання задач, що створює практичну базу для самостійного розв'язування завдань тестового зошита.

Наприкінці тестового зошита подано відповіді до всіх тестових завдань або вказівки щодо їх розв'язання (передовсім, це задачі на доведення тверджень). Цей посібник є третьою частиною програми підготовки старшокласників до написання сертифікаційної роботи. У четвертій частині буде запропонована стереометрія. Програма підготовки з геометрії наведена нижче. Вона розрахована на 36 робочих тижнів навчального року. Посібник є важливою складовою комплексної авторської програми підготовки старшокласників до ЗНО.

Усі тестові завдання відповідають чинній програмі з математики для загальноосвітніх навчальних закладів та вимогам щодо знань абітурієнтів на зовнішньому тестуванні.

Для вчителів і учнів загальноосвітніх шкіл і профільних класів природничого та фізико-математичного спрямування.

Навчальні теми та послідовність їх вивчення

Геометрія

Планіметрія

I семестр (I частина посібника)

- Тема 1.** Найпростіші геометричні фігури.
 - Тема 2.** Взаємне розміщення трьох прямих на площині.
 - Тема 3.** Трикутники. Ознаки рівності трикутників. Рівнобедрений трикутник. Сума кутів трикутника. Нерівність трикутника.
 - Тема 4.** Зовнішній кут трикутника. Прямокутний трикутник.
 - Тема 5.** Коло та його елементи. Коло, вписане у трикутник, і коло, описане навколо трикутника. Геометричне місце точок.
 - Тема 6.** Багатокутники. Чотирикутники. Паралелограм.
 - Тема 7.** Прямокутник, квадрат і ромб.
 - Тема 8.** Середня лінія трикутника. Трапеція. Середня лінія трапеції.
 - Тема 9.** Центральні та вписані кути.
 - Тема 10.** Вписані та описані чотирикутники.
 - Тема 11.** Теорема Фалеса. Теорема про пропорційні відрізки. Теорема про медіани трикутника. Теорема про бісектрису трикутника.
 - Тема 12.** Подібність трикутників.
 - Тема 13.** Подібність і коло. Застосування подібності.
 - Тема 14.** Метричні співвідношення у прямокутному трикутнику. Теорема Піфагора.
 - Тема 15.** Співвідношення між кутами та сторонами прямокутного трикутника.
 - Тема 16.** Теорема косинусів. Теорема синусів.
 - Тема 17.** Площа паралелограма (квадрата, прямокутника, ромба).
 - Тема 18.** Площа трикутника.
 - Тема 19.** Площа трапеції.
 - Тема 20.** Вписані та описані правильні багатокутники. Довжина кола. Площа круга. Площа сектора. Площа сегмента.
 - Тема 21.** Декартові координати на площині.
 - Тема 22.** Вектори.
- Тести на повторення.**

Стереометрія

- Тема 23.** Аксиоматика стереометрії. Взаємне розміщення прямих у просторі. Взаємне розміщення прямої і площини. Взаємне розміщення площин. Паралельність у просторі.
- Тема 24.** Властивості паралельних площин. Паралельне проектування, його властивості. Зображення просторових фігур на площині.
- Тема 25.** Перпендикулярність прямих, прямої і площини. Перпендикулярність площин.
- Тема 26.** Відстані у просторі. Теорема про три перпендикуляри.
- Тема 27.** Кути у просторі.
- Тема 28.** Декартова система координат і вектори.
- Тема 29.** Перетворення фігур у просторі. Симетрія, паралельне перенесення, гомотетія, перетворення подібності.
- Тема 30.** Багатогранники. Призма. Площі поверхонь, об'єм.
- Тема 31.** Піраміда. Частинні випадки пірамід. Площі поверхонь, об'єм.
- Тема 32.** Перерізи призм і пірамід площинами.
- Тема 33.** Тіла обертання. Циліндр. Площа поверхні, об'єм.
- Тема 34.** Конус. Площа поверхні, об'єм.
- Тема 35.** Куля. Сфера. Площа поверхні, об'єм.
- Тема 36.** Комбінації тіл.

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

Тема 1. Найпростіші геометричні фігури

Варіант 1

1. Яку найбільшу кількість прямих можна провести через три точки, що не лежать на одній прямій?

А	Б	В	Г	Д
одну	дві	три	чотири	інша відповідь

2. Точки A , B і C лежать на одній прямій (рис. 1). Яке з наступних тверджень правильне?



Рис. 1

А	Б	В	Г	Д
$AC + BC < AB$	$AB + BC > AC$	$AB + BC \neq AC$	$AB = AC - BC$	усі твердження неправильні

3. Точка K належить відрізку AC . Знайдіть AC , якщо $AK = 9$ см, а відрізок KC удвічі більший за відрізок AK .

А	Б	В	Г	Д
9 см	12 см	18 см	27 см	32 см

4. Скільки точок не належить прямим a або b (рис. 2)?

А	Б	В	Г	Д
одна	дві	три	чотири	п'ять

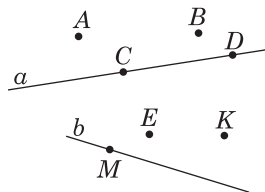


Рис. 2

5. Величина кута ABC дорівнює 120° . Промінь BD поділяє його на два кути, один із яких утричі менший від іншого. Обчисліть більший із цих двох кутів.

А	Б	В	Г	Д
40°	60°	70°	80°	90°

6. Знайдіть кут між стрілками годинника, якщо вони показують шістнадцяту годину.

А	Б	В	Г	Д
90°	100°	120°	130°	інша відповідь

7. Промінь OE поділяє кут AOB на два кути. Знайдіть $\angle AOE$, якщо $\angle AOB = 126^\circ$, а $\angle EOB$ на 38° більший за $\angle AOE$.

А	Б	В	Г	Д
88°	82°	44°	36°	інша відповідь

8. Промінь OS поділяє розгорнутий кут AOB на два кути. Знайдіть $\angle BOS$, якщо $\angle AOS : \angle BOS = 4 : 5$.

А	Б	В	Г	Д
80°	100°	120°	125°	інша відповідь

9. Один із суміжних кутів у 8 разів менший від другого. Знайдіть більший кут.

А	Б	В	Г	Д
20°	60°	100°	120°	160°

10. Яке з наведених тверджень є неправильним?

А Два промені є доповняльними, якщо вони лежать на одній прямій і мають спільний початок.

Б Із двох суміжних кутів один завжди гострий, а другий — тупий.

В Вертикальні кути мають спільну вершину.

Г Будь-який промінь, що проходить між сторонами прямого кута, поділяє його на два гострі кути.

Д Бісектриса кута — промінь, який поділяє кут навпіл.

11. Прямі a і b перетинаються так, що $\angle 1 + \angle 3 = 148^\circ$. Знайдіть $\angle 2$ (рис. 3).

А	Б	В	Г	Д
106°	74°	76°	84°	112°

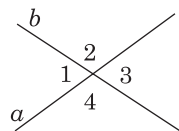


Рис. 3

12. Знайдіть $\angle BOC$, якщо $\angle COE = \angle EOD = 35^\circ$ (рис. 4).

А	Б	В	Г	Д
35°	70°	90°	110°	120°

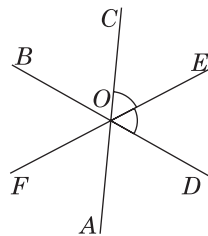


Рис. 4

13. По один бік від точки A на прямій відкладено два відрізки $AB = 2,4$ см та $BC = 6,8$ см. Яка відстань між їхніми серединами?

А	Б	В	Г	Д
4,5 см	4,6 см	4,7 см	9 см	інша відповідь

14. Точки A, B, C лежать на одній прямій. Довжина відрізка BC удвічі менша від довжини відрізка AB , а довжина відрізка AB більша від довжини відрізка AC на 4,8 см. Знайдіть довжину відрізка BC .

А	Б	В	Г	Д
2,4 см	3,2 см	4,8 см	9,6 см	6,4 см

15. Відрізок, довжина якого дорівнює b , ділиться довільною точкою на два відрізки. Яка відстань між серединами цих відрізків?

А	Б	В	Г	Д
b	$\frac{1}{3}b$	$\frac{1}{2}b$	$\frac{1}{4}b$	інша відповідь

16. Від прямої PK у нижню півплощину відкладено $\angle KPO = 120^\circ$, а у верхню півплощину — $\angle KPN = 40^\circ$. Знайдіть кут між бісектрисами цих кутів.

А	Б	В	Г	Д
100°	160°	90°	80°	70°

17. Точки A, B, C, D розміщені на одній прямій у зазначеному порядку. Якщо $AB > CD$, то котре з тверджень I), II), III) має обов'язково виконуватись?
I) $AB > BC$; II) $AC > BD$; III) $AC > CD$.

А	Б	В	Г	Д
лише I	лише II	лише III	II та III	I та II

18. Прямі a і b перетинаються так, що $\angle 2 - \angle 3 = 64^\circ$ (рис. 5). Знайдіть $\angle 4$.

А	Б	В	Г	Д
110°	122°	64°	98°	інша відповідь

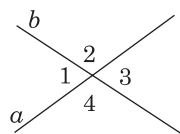


Рис. 5

19. Знайдіть $\angle FOE$, якщо $\angle AOB = 45^\circ$, $\angle COD = 25^\circ$ (рис. 6).

А	Б	В	Г	Д
110°	105°	112°	70°	інша відповідь

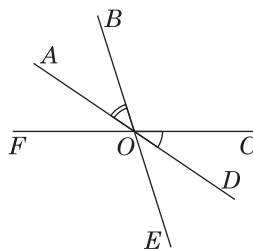


Рис. 6

20. Промінь OC — бісектриса кута AOB . Знайдіть кут AOB , якщо кут між бісектрисами кутів AOC і COB дорівнює 80° .

А	Б	В	Г	Д
100°	110°	120°	150°	160°

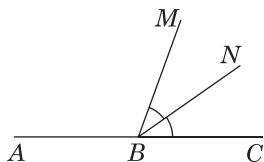
21. Установіть відповідність між початком речення (1 – 4) та його закінченням (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

- 1 Кут між бісектрисами двох суміжних кутів дорівнює ...
- 2 Якщо із вершини розгорнутого кута в одну півплощину проведено чотири промені, які поділяють його на п'ять рівних кутів, то кут між бісектрисами крайніх кутів дорівнює ...
- 3 Кут між бісектрисами двох вертикальних кутів дорівнює ...
- 4 Якщо суміжні кути відносяться, як 5:13, то більший кут дорівнює ...

- | | |
|--------|--|
| А 180° | А Б В Г Д |
| Б 130° | 1 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ |
| В 45° | 2 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ |
| Г 90° | 3 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ |
| Д 144° | 4 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ |

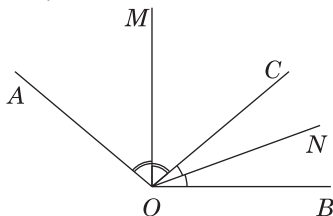
22. Установіть відповідність між кутами (1 – 3), утвореними прямими, що перетинаються, і значеннями цих кутів (А – Д).

- 1 BN – бісектриса кута MBC , $\angle ABM : \angle NBC = 5 : 2$, $\angle MBC = ?$

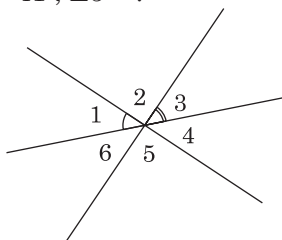


- | | |
|--------|--|
| А 84° | А Б В Г Д |
| Б 80° | 1 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ |
| В 100° | 2 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ |
| Г 70° | 3 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ |
| Д 96° | |

- 2 $\angle AOB = 140^\circ$, OM і ON — бісектриси кутів AOC і COB , $\angle MON = ?$



- 3 $\angle 1 = 55^\circ$, $\angle 3 = 41^\circ$, $\angle 5 = ?$



23. Із вершини кута AOB проведено промені OC і OD так, що кут AOC дорівнює 30° , кут COB дорівнює 100° , а кут DOB дорівнює 45° . Знайдіть кут AOD .

Відповідь. _____

- 24.** На прямій позначено точки A, B і C так, що $AB = 16$ см, $AC = 7$ см. Знайдіть відстань між серединами відрізків AB і AC . Розгляньте усі можливі варіанти розташування точок A, B і C .

Відповідь. _____

- 25.** Різниця двох кутів, що утворилися при перетині двох прямих, дорівнює 24° . Знайдіть усі кути.

Відповідь. _____

- 26.** Знайдіть менший із кутів між двома прямими, які перетинаються, якщо сума двох кутів, що утворилися, на 80° менша від суми двох інших кутів.

Відповідь. _____

- 27.** Відомо: $\angle 1 = \angle 2$. Доведіть, що $\angle BAC + \angle ACD = 180^\circ$ (рис. 7).

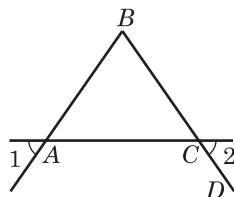


Рис. 7

- 28*.** Якщо даний відрізок поділити на дві довільні частини, то відстань між серединами цих частин дорівнює половині відрізка. Доведіть.

- 29*.** Поділіть кільце (рис. 8) двома прямими лініями на п'ять частин.

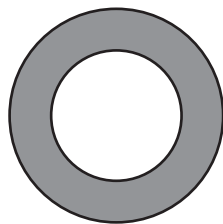


Рис. 8

- 30*.** Різниця двох суміжних кутів відноситься до одного з них, як $5 : 2$. Знайдіть ці суміжні кути.

Відповідь. _____

Тема 1. Найпростіші геометричні фігури

Варіант 2

1. Скільки точок належить прямим
- a
- і
- b
- (рис. 1)?

А	Б	В	Г	Д
одна	дві	три	чотири	п'ять

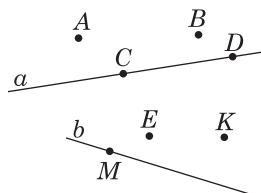


Рис. 1

2. Точки
- A
- ,
- B
- і
- C
- лежать на одній прямій (рис. 2). Яке з тверджень А – Д неправильне?



Рис. 2

А	Б	В	Г	Д
$AB + BC = AC$	$BC + AC > AB$	$AB = AC - BC$	$BC = AB - AC$	усі твердження правильні

3. Знайдіть кут між стрілками годинника, якщо вони показують сімнадцяту годину.

А	Б	В	Г	Д
100°	120°	130°	150°	інша відповідь

4. Точка
- B
- належить відрізку
- AC
- . Знайдіть
- AC
- , якщо
- $BC = 8$
- см, а відрізок
- AB
- на 5 см менший від відрізка
- BC
- .

А	Б	В	Г	Д
3 см	5 см	9 см	11 см	13 см

5. Промінь
- OE
- розбиває кут
- AOB
- на два кути. Знайдіть кут
- AOB
- , якщо
- $\angle AOE = 80^\circ$
- , а кут
- EOB
- на
- 28°
- менший від кута
- AOE
- .

А	Б	В	Г	Д
48°	52°	96°	123°	132°

6. Промінь
- OS
- поділяє кут
- AOB
- на два кути. Знайдіть
- $\angle BOS$
- , якщо
- $\angle AOB = 150^\circ$
- , а
- $\angle AOS : \angle BOS = 3 : 2$
- .

А	Б	В	Г	Д
90°	60°	30°	50°	інша відповідь

7. Один із суміжних кутів у 9 разів більший за другий. Знайдіть більший кут.

А	Б	В	Г	Д
110°	120°	152°	162°	172°

8. Яке з наведених тверджень є правильним?

А Два промені є доповняльними, якщо вони належать одній прямій.

Б Із двох суміжних кутів один завжди гострий, а другий – тупий.

В Вертикальні кути мають спільну вершину.

Г Якщо кути рівні, то вони вертикальні.

Д Усі твердження неправильні.

9. Прямі a і b перетинаються так, що $\angle 2 + \angle 4 = 136^\circ$ (рис. 3). Знайдіть $\angle 1$.

А	Б	В	Г	Д
112°	86°	68°	74°	121°

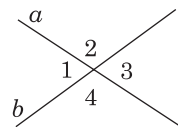


Рис. 3

10. Знайдіть $\angle AOD$, якщо $\angle BOF = \angle FOA = 57^\circ$ (рис. 4).

А	Б	В	Г	Д
114°	66°	123°	57°	90°

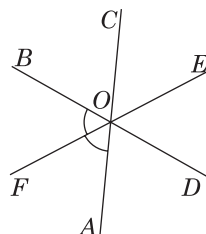


Рис. 4

11. По різні боки від точки A на прямій відкладено два відрізки $AB = 3,6$ см та $AC = 4,8$ см. Яка відстань між їхніми серединами?

А	Б	В	Г	Д
2,4 см	4,2 см	7,8 см	8,4 см	інша відповідь

12. Прямий кут поділено на три рівні кути двома променями, початок яких збігається з вершиною кута. Чому дорівнює кут між бісектрисами крайніх кутів?

А	Б	В	Г	Д
60°	45°	75°	30°	інша відповідь

13. Від променя MK в одній півплощині відкладено кути: $\angle KMP = 45^\circ$, $\angle KMA = 90^\circ$, $\angle KMB = 80^\circ$. Який кут утворюють бісектриси кутів KMA і KMB ?

А	Б	В	Г	Д
10°	5°	15°	45°	20°

14. Прямі a і b перетинаються так, що $\angle 4 - \angle 3 = 34^\circ$ (рис. 5). Знайдіть $\angle 2$.

А	Б	В	Г	Д
103°	105°	106°	107°	34°

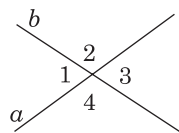


Рис. 5

15. Точка B належить відрізку AC , точка C належить відрізку BD , $AD = 60$ см, $AB : BC : CD = 4 : 5 : 3$. Знайдіть довжину відрізку BC .

А	Б	В	Г	Д
20 см	25 см	26 см	30 см	32 см

16. На промені AM відкладено відрізки: $AB = 20$ мм, $AC = 5$ см, $AD = 90$ мм. Чому дорівнює відстань між серединами відрізків AB і CD ?

А	Б	В	Г	Д
4 см	5 см	6 см	8 см	інша відповідь

17. Кут ABC розгорнутий, $\angle NBC = 35^\circ$, промінь BN — бісектриса кута MBC (рис. 6). Обчисліть кут ABM .

А	Б	В	Г	Д
70°	145°	135°	110°	80°

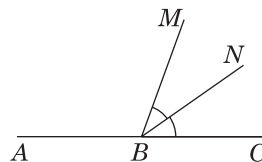


Рис. 6

18. Сума двох кутів, що утворилися при перетині двох прямих, дорівнює 110° . Знайдіть величину найбільшого з кутів.

А	Б	В	Г	Д
55°	110°	120°	125°	135°

19. Один із суміжних кутів удвічі більший за різницю між ними. Знайдіть менший із цих кутів.

А	Б	В	Г	Д
50°	60°	70°	80°	інша відповідь

20. Знайдіть $\angle BOC$, якщо $\angle AOF = 26^\circ$, $\angle EOD = 58^\circ$ (рис. 7).

А	Б	В	Г	Д
84°	86°	92°	94°	96°

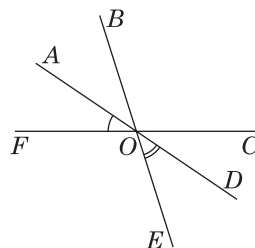


Рис. 7

- 21.** Установіть відповідність між початком речення (1 – 4) та його закінченням (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

- 1 Якщо при перетині двох прямих суміжні кути відносяться, як 22 : 23, то більший із кутів дорівнює ...
 2 Якщо промінь OS поділяє розгорнутий кут AOB на два кути так, що $\angle AOS : \angle BOS = 4 : 5$, то $\angle BOS = ...$
 3 Якщо від прямої AB у нижню півплощину відкладено $\angle BAC = 70^\circ$, а у верхню півплощину — $\angle BAO = 80^\circ$, то кут між бісектрисами цих кутів дорівнює ...
 4 Якщо промінь OB проходить між сторонами кута AOC , величина якого 120° , так, що $\angle BOC$ у 4 рази менший від $\angle AOB$, то $\angle AOB = ...$

- | | |
|---------------|--|
| А 100° | А Б В Г Д |
| Б 75° | 1 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ |
| В 96° | 2 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ |
| Г 94° | 3 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ |
| Д 92° | 4 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ |

- 22.** Установіть відповідність між відрізками (1 – 3) та їхніми довжинами (А – Д).

- 1 $CB = 9$ см, $AB : AC = 7 : 4$, $AB = ?$



- 2 $AC = CB$, $AD = DC$, $AC = 22$ см, $BD = ?$



- 3 $AM = MC$, $CN = NB$, $MN = 12$ см, $AB = ?$



- | | |
|---------|--|
| А 12 см | А Б В Г Д |
| Б 48 см | 1 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ |
| В 33 см | 2 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ |
| Г 24 см | 3 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ |
| Д 21 см | |

- 23.** Трьома променями, що мають спільний початок, розгорнутий кут поділено на чотири кути, один з яких менший від інших відповідно в 2, 3, 4 рази. Знайдіть величини цих кутів.

Відповідь. _____

- 24.** Величина кута AOB дорівнює 110° . Із вершини цього кута проведено промені OC і OD так, що $\angle AOD = 85^\circ$, $\angle BOC = 60^\circ$. Обчисліть кут COD .

Відповідь. _____

- 25.** На рисунку 8 $\angle 1 = \angle 2$. Доведіть, що $\angle BAC + \angle ACD = 180^\circ$.

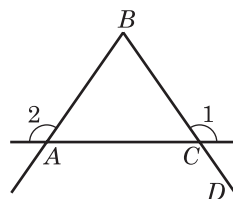


Рис. 8

- 26.** Бісектриса даного кута утворює з його стороною кут, який дорівнює куту, суміжному з даним. Знайдіть даний кут.

Відповідь. _____

- 27.** Два рівних тупих кути AOB і COB (рис. 9) мають спільну сторону, а дві інші сторони взаємно перпендикулярні. Знайдіть тупий кут.

Відповідь. _____

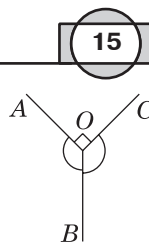


Рис. 9

- 28*.** Доведіть, що пряма, проведена через вершину кута перпендикулярно до його бісектриси, є бісектрисою кута, суміжного з даним (рис. 10).

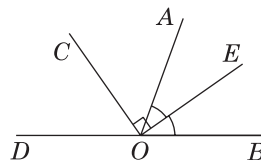


Рис. 10

- 29*.** Поділіть прямокутник (рис. 11) трьома прямими на сім частин.

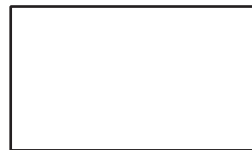


Рис. 11

- 30*.** Відрізок, довжина якого дорівнює 34 см, поділили на три нерівних відрізки. Відстань між серединами крайніх відрізків дорівнює 20 см. Знайдіть довжину середнього відрізка.

Відповідь. _____