

О.С. Істер

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ 11 КЛАС

ВПРАВИ
САМОСТІЙНІ РОБОТИ
ТЕМАТИЧНІ КОНТРОЛЬНІ РОБОТИ

Рівень стандарту

Академічний рівень

Видання друге, доповнене



ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА – БОГДАН

УДК 512.1(075.3)
ББК 22.1я72
189

189 **Істер О.С.**
Алгебра і початки аналізу. 11 клас: Вправи. Самостійні роботи. Тематичні контрольні роботи. Вид. 2-е, доповн. — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2012. — 216 с.

ISBN 978-966-10-2466-2

У посібнику запропонована повна добірка матеріалів з алгебри і початків аналізу для 11-го класу відповідно до шкільної програми рівня стандарту та академічного рівня: вправи, рівневі самостійні роботи і тематичні контрольні роботи. До більшості вправ подано відповіді та вказівки.

Посібник призначений для вчителів, методистів та учнів загальноосвітніх навчальних закладів.

УДК 512.1(075.3)
ББК 22.1я72

*Охороняється законом про авторське право.
Жодна частина цього видання не може бути відтворена
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

ISBN 978-966-10-2466-2

© Навчальна книга – Богдан,
майнові права, 2012

ПЕРЕДМОВА

Посібник містить дидактичні матеріали з курсу алгебри 11-го класу **рівня стандарту** та **академічного рівня**: 823 вправи; диференційовані за складністю самостійні роботи (8 робіт рівня стандарту та 11 — академічного рівня); 5 тематичних контрольних робіт рівня стандарту та 7 тематичних контрольних робіт академічного рівня, кожна з яких подана у двох рівноцінних варіантах.

Назви розділів та пунктів посібника відповідають назвам тем програми, тому посібник легко адаптується до діючих підручників. Для зручності користування посібником у назві кожної самостійної роботи та тематичної контрольної роботи відбито їхню тематику. В кінці посібника наведено відповіді та вказівки до абсолютної більшості вправ. До самостійних та тематичних контрольних робіт відповіді відсутні. Тому вчитель, придбавши посібник на весь клас (або один примірник на парту), може використовувати його під час будь-якого уроку (закріплення нових знань, перевірки знань тощо).

Нижче розглянемо деякі особливості посібника та роботи з ним.

1. Вправи. Посібник містить вправи для класних і домашніх робіт. Вправи, рекомендовані для домашнього виконання, відзначені (номери вправ подані на темному фоні). Задачі, позначені кружечком (°), відповідають початковому та середньому рівням навчальних досягнень; задачі без цієї позначки — достатньому та високому рівням навчальних досягнень. Достатня кількість вправ дасть змогу вчителю використовувати посібник практично на кожному уроці та давати по ньому домашні завдання.

2. Самостійні роботи. У посібнику подано добірку диференційованих за складністю самостійних робіт. Використано позначення: С(ст) — для самостійних робіт рівня стандарту та С(ак) — для самостійних робіт академічного рівня з відповідним номером. Після номера вказано одну з літер А, Б або В (наприклад, С(ак)–2Б) відповідно до рівня складності цієї роботи:

А — самостійна робота, що відповідає початковому та середньому рівням навчальних досягнень;

Б — самостійна робота, що відповідає достатньому рівню навчальних досягнень;

В — самостійна робота, що відповідає високому рівню навчальних досягнень.

Для кожного рівня подано два рівноцінні варіанти. Кожна самостійна робота містить 3 завдання і розрахована на 15–30 хв (залежно від теми). Самостійні роботи мають, як правило, навчальний характер і не призначені для оцінювання знань учнів. Якщо вчитель захоче оцінити роботу, то кожне завдання рівня А автор пропонує оцінювати у 2 бали, рівня Б — у 3 бали, рівня В — в 4 бали. Таким чином, максимальна оцінка за роботу рівня А — 6 балів, рівня Б — 9 балів, рівня В — 12 балів. Під час оцінювання кожного завдання вчитель може застосовувати систему, що подана нижче (для оцінювання тематичної контрольної роботи). Рівень самостійної роботи, що виконує учень, як правило, визначає вчитель.

3. Тематичні контрольні роботи (надалі — ТКР). Використано позначення: ТКР(ст) — для тематичних контрольних робіт рівня стандарту та ТКР(ак) — для тематичних контрольних робіт академічного рівня з відповідним номером. Кожна ТКР містить як завдання, що відповідають початковому та середньому рівням навчальних досягнень (вони позначені кружечками), так і завдання, що відповідають достатньому та високому рівням навчальних досягнень. Усі завдання оцінено в балах таким чином, що максимальна оцінка за ТКР дорівнює 12 балам. Кожна ТКР розрахована на один урок. Звичайно, вчитель може збільшити або зменшити як кількість ТКР, так і кількість завдань у кожній ТКР, змінивши при цьому оцінювання в балах таким чином, щоб сума балів дорівнювала 12.

Автор пропонує на першому етапі вести оцінювання кожного завдання у звичній для вчителя математики системі «плюс-мінус»:

«+» (плюс) — учень повністю розв'язав вправу;

«±» (плюс-мінус) — хід розв'язування вправи правильний, але допущено помилки логічного або обчислювального характеру, які привели до неправильної відповіді;

«-» (мінус-плюс) — завдання не закінчено, але учень суттєво наблизився до повного розв'язання, виконавши не менше його половини;

«-» (мінус) — учень почав розв'язувати правильно (наприклад, зробив рисунок, записав фрагмент розв'язання), але виконав завдання менше ніж наполовину;

«0» (нуль) — учень не починав завдання або почав неправильно.

На другому етапі вчитель переводить оцінку із системи «плюс-мінус» у бали. Пропонується наступна шкала.

Максимальний бал за завдання	Оцінки в системі «плюс-мінус».			
	Переведення в бали			
	+	±	-	—
1	1	0,5	0,5	0
2	2	1,5	1	0,5
3	3	2–2,5	1–1,5	0,5
4	4	3	2	1

Природним є те, що оцінкою роботи є сума балів, отримана учнем за виконання кожного завдання окремо. Якщо сумою є неціле число (а саме — це число має п'ять десятих), то користуємося звичним правилом округлення (наприклад, 9,5 \approx 10).

САМОСТІЙНІ РОБОТИ

Рівень стандарту

С(ст)-1. Показникова функція. Показникові рівняння та нерівності.

ВАРІАНТ 1

С(ст)-1А

- Побудувати графік функції $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ та знайти точку перетину цього графіка з віссю ординат.
- Розв'язати рівняння:
 - $4^{x^2-x} = 16$;
 - $3^x + 3^{x-2} = 30$.
- Розв'язати нерівність:
 - $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-1} \geq \frac{1}{4}$;
 - $5^{x^2-4x} < \frac{1}{125}$.

С(ст)-1Б

- Побудувати графік функції $y = 2^{x+1} - 4$ та знайти точку перетину цього графіка з віссю абсцис.
- Розв'язати рівняння:
 - $2^{x^2} \cdot 3^{x^2} = 36^{2x}$;
 - $9^x - 4 \cdot 3^x - 45 = 0$.
- Розв'язати нерівність:
 - $0,2^x + 0,2^{x-1} > 30$;
 - $5^{\frac{x^2+2x-8}{x}} \leq 1$.

С(ст)-1В

- Побудувати графік функції $y = |2^x - 4|$ та знайти точки перетину цього графіка з осями координат.
- Розв'язати рівняння:
 - $6^{x-1} + 6^x = 2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1}$;
 - $3^{1+x^2} - 3^{1-x^2} = 8$.
- Розв'язати нерівність:
 - $2 \cdot 4^x - 5 \cdot 6^x + 3 \cdot 9^x > 0$;
 - $\frac{3^{2x} - 3^{x^2}}{x^2 + 2x + 7} \leq 0$.

ВАРІАНТ 2

С(ст)-1А

- Побудувати графік функції $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ та знайти точку перетину цього графіка з віссю ординат.
- Розв'язати рівняння:
 - $5^{x^2+x} = 25$;
 - $2^{x-3} + 2^x = 18$.
- Розв'язати нерівність:
 - $\left(\frac{1}{3}\right)^{3x+1} \leq \frac{1}{9}$;
 - $2^{x^2-5x} > \frac{1}{16}$.

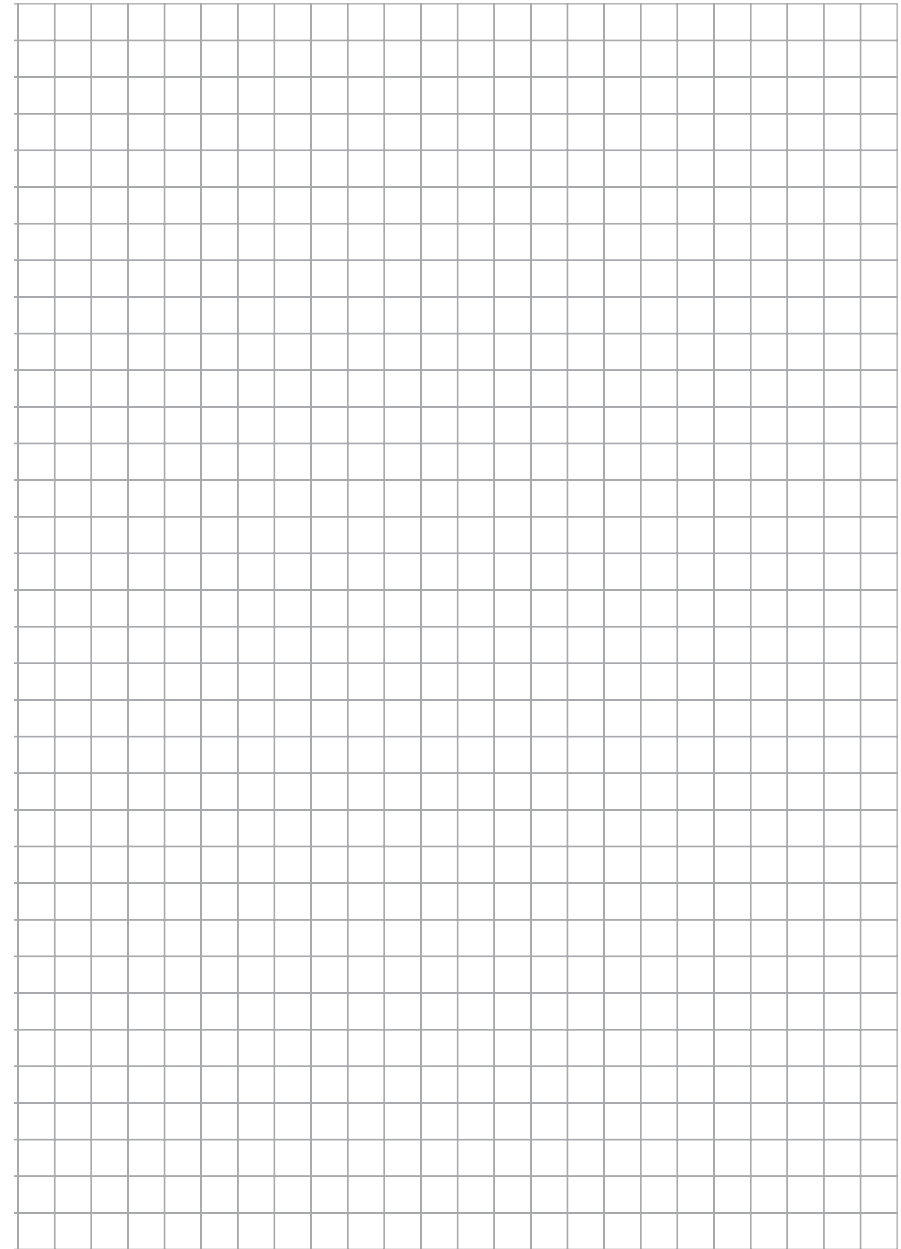
С(ст)-1Б

- Побудувати графік функції $y = 3^{x+2} - 3$ та знайти точку перетину цього графіка з віссю абсцис.
- Розв'язати рівняння:
 - $3^{x^2} \cdot 5^{x^2} = 225^{3x}$;
 - $4^x - 5 \cdot 2^x - 2 = 0$.
- Розв'язати нерівність:
 - $0,5^x + 0,5^{x-2} < 10$;
 - $7^{\frac{x^2+x-6}{x}} \geq 1$.

С(ст)-1В

- Побудувати графік функції $y = |3^x - 3|$ та знайти точки перетину цього графіка з осями координат.
- Розв'язати рівняння:
 - $12^{x+1} + 12^x = 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2}$;
 - $6^{1+x^2} - 6^{1-x^2} = 35$.
- Розв'язати нерівність:
 - $2 \cdot 4^x - 7 \cdot 10^x + 5 \cdot 25^x > 0$;
 - $\frac{5^{3x} - 5^{x^2}}{x^2 + 4x + 13} \leq 0$.

- 4) 2. **792.** 1) $\frac{1}{2}(e - e^{-3})$; 2) $\frac{2}{\ln 3}$; 3) $e^2 - 3$; 4) $2e^2 - 6$; 5) $12 - \frac{9}{\ln 4}$; 6) $2 - \frac{1}{\ln 2}$.
- 793.** 1) $\frac{1}{2}(e^3 - e)$; 2) $\frac{1}{2}e^2 - e + \frac{1}{2}$; 3) $e - 2$; 4) $6 - \frac{4}{\ln 3}$. **794.** 1) $\ln 3$; 2) $2\ln 4$.
- 795.** 1) $4\ln 5$; 2) $\ln 5$. **796.** 1) $2\ln 2 + 1$; 2) $4\ln 4 - 3$; 3) $7\ln 7$; 4) $6 - 3\ln 3$; 5) $12 - 5\ln 5$;
6) $4 - 2\ln 2$; 7) $8\frac{2}{3} - \ln 3$; 8) $12\frac{2}{3} - 8\ln 2, 25$. **797.** 1) $3\ln 3 + 4$; 2) $2\ln 4 - 1,5$; 3) $5\ln 4$;
4) $12 - 4\ln 4$; 5) $6 - 8\ln 2$; 6) $2,5 + 6\ln \frac{3}{4}$. **798.** $a = 12$. **799.** 1) $\ln 4$; 2) $\ln 3$. **800.** 1) $\ln 4$;
2) $\frac{1}{3}\ln 10$. **801.** $a = 17,5$. **802.** $\frac{15}{8}$. **803.** $b = 3$. **804.** $b = 2$. **805.** 1) $11\frac{1}{4}$; 2) $\frac{\pi^{\pi+1} - 1}{\pi + 1}$;
3) $\frac{1}{\sqrt{3} + 1}$; 4) $\frac{0,5^{\sqrt{2}+1} - 1}{\sqrt{2} + 1} - \ln \frac{1}{2}$; 5) $\frac{1}{\sqrt{7} + 1} - \frac{1}{\sqrt{2} + 1}$; 6) $\frac{1}{\sqrt{11} + 1} - \frac{1}{3}$. **806.** 1) 24,8;
2) $\frac{e^{e+1} - 1}{e + 1}$; 3) $\frac{1}{\sqrt{5} + 1}$; 4) $\frac{1}{4} - \frac{1}{\sqrt{7} + 1}$. **807.** 1) $\frac{7\pi}{3}$; 2) $\frac{31\pi}{5}$; 3) 40π ; 4) $\frac{\pi}{2}\left(\frac{\pi}{4} - 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.
- 808.** 1) $\frac{7\pi}{3}$; 2) $\frac{128\pi}{7}$; 3) $\frac{\pi}{2}$; 4) $\frac{\pi}{2}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right)$. **809.** 1) $\frac{\pi}{2}$; 2) $\frac{2\pi}{15}$; 3) $\frac{34\pi}{3}$; 4) $\frac{5\pi}{14}$.
- 810.** 1) $\frac{8\pi}{15}$; 2) $\frac{3\pi}{10}$. **811.** 1) 32,5 м; 2) 160 м. **812.** 1) 160,2 м; 2) 500 м. **813.** 1) 1200 м;
2) 0,4 м/с². **814.** 1) 79,1 м; 2) -18 м/с². **815.** 58 м. *Вказівка.* $v(t) = 2t^3 + t + 7$.
- 816.** 676 м. **817.** 30,06 м. *Вказівка.* $v(t) = \frac{3}{5}t^2 + \frac{1}{5t^2} + 2\frac{1}{5}$. **818.** $\frac{1}{6}$ Дж.
- 819.** 0,02 Дж. **822.** ≈ 51 од. **823.** ≈ 22 од.



ЗМІСТ

Передмова	3
Передмова до другого видання	6
Розподіл вправ рівня стандарту	7
Розподіл вправ академічного рівня	9
Вправи	11
Границя функції в точці	11
Неперервність функції в точці	13
Задачі, що приводять до поняття похідної. Означення похідної	16
Таблиця похідних. Похідна суми, добутку і частки функцій.	
Правила диференціювання	17
Похідна складеної функції	22
Геометричний зміст похідної. Рівняння дотичної до графіка	
функції у заданій точці	25
Фізичний зміст похідної	28
Зростання і спадання функції	29
Екстремуми функції	31
Найбільше і найменше значення функції на відрізку.	
Розв'язування задач прикладного змісту	32
Застосування похідної до дослідження функцій та побудови їхніх	
графіків	36
Степінь з довільним дійсним показником	37
Степенева функція	38
Показникова функція, її графік та властивості	38
Показникові рівняння	42
Показникові нерівності	46
Системи, що містять показникові рівняння	49
Логарифми та їхні властивості. Натуральний логарифм	51
Логарифмічна функція, її графік та властивості	56
Логарифмічні рівняння	60
Логарифмічні нерівності	65
Системи, що містять логарифмічні рівняння	68
Похідна показникової та логарифмічної функцій	70
Похідна степеневі функції	77
Елементи комбінаторики. Комбінаторні правила суми та добутку	77
Перестановки	78
Розміщення	80
Комбінації	81
Випадкова подія. Відносна частота події	84
Ймовірність події. Класичне означення ймовірності	85

Використання формул комбінаторики для обчислення	
ймовірностей	87
Вибіркові характеристики: розмах вибірки, мода, медіана,	
середнє значення. Графічне представлення інформації	
про вибірку	90
Первісна	91
Властивості первісної. Таблиця первісних	94
Правила знаходження первісних	95
Визначений інтеграл. Формула Ньютона–Лейбніца	101
Обчислення площ плоских фігур. Геометричний зміст	
визначеного інтеграла	107
Обчислення об'ємів тіл	112
Застосування інтеграла до розв'язування прикладних задач	112
Самостійні роботи	114
Рівень стандарту	114
Академічний рівень	132
Тематичні контрольні роботи	156
Рівень стандарту	156
Академічний рівень	166
Відповіді та вказівки до вправ	180



Навчальне видання

ІСТЕР Олександр Семенович

АЛГЕБРА ТА ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

11 КЛАС

**ВПРАВИ
САМОСТІЙНІ РОБОТИ
ТЕМАТИЧНІ КОНТРОЛЬНІ РОБОТИ**

**Рівень стандарту
Академічний рівень**

Головний редактор *Богдан Будний*

Редактор *Володимир Дячун*

Художник обкладинки *Володимир Басалига*

Комп'ютерна верстка *Андрія Кравчука*

Підписано до друку 19.11.2011. Формат 60×84/16. Папір офсетний.

Гарнітура Century Schoolbook. Друк офсетний.

Умовн. друк. арк. 12,56. Умовн. фарбо-відб. 12,56.

[В. 1].

Видавництво «Навчальна книга – Богдан»

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців

ДК №370 від 21.03.2001 р.

Навчальна книга – Богдан, а/с 529, просп. С. Бандери, 34а, м. Тернопіль, 46008

тел./факс (0352) 52-19-66; 52-06-07; 52-05-48

E-mail: publishing@budny.te.ua, office@bohdan-books.com

www.bohdan-books.com

ISBN 978-966-10-2466-2



9 789661 024662