

О.М. Афанасьєва
Я.С. Бродський
О.Л. Павлов
А.К. Сліпенко

МАТЕМАТИКА

11

клас

Підручник для загальноосвітніх
навчальних закладів

Рівень стандарту

*Рекомендовано
Міністерством освіти і науки України*



ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА — БОГДАН

ББК 22.1я72
74.262.21
А94

Видано за рахунок державних коштів. Продаж заборонено.
Наукову експертизу проводив Інститут математики НАН України.
Психолого-педагогічну експертизу проводив Інститут педагогіки НАПН України.

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
(наказ МОН України №235 від 16.03.2011 р.)*

Афанасьєва О.М., Бродський Я.С., Павлов О.Л., Сліпенко А.К.
А94 Математика. 11 клас: Підручник для загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту. — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2011. — 480 с.
ISBN 978-966-10-1902-6

Пропонований підручник відповідає програмі з математики для 11-го класу рівня стандарту, рекомендований Міністерством освіти і науки України й передбачає готовність учнів до широкого і свідомого застосування математики. Цю орієнтацію забезпечують зміст курсу, характер викладення навчального матеріалу, добір ілюстрацій і приклади застосувань, система вправ і контрольних запитань.

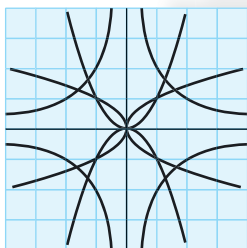
Для учнів і вчителів загальноосвітніх навчальних закладів.

ББК 22.1я72

*Охороняється законом про авторське право.
Жодна частина цього видання не може бути відтворена
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

© Афанасьєва О.М., Бродський Я.С.,
Павлов О.Л., Сліпенко А.К., 2011
© Навчальна книга – Богдан, макет,
художнє оформлення, 2011

ISBN 978-966-10-1902-6



! Звернення до читача

Дорогий юний друже!

Перед Вами підручник з предмета «Математика». Його головне призначення — допомогти Вам систематизувати, розширити і поглибити знання й уміння, які необхідні для математичного моделювання та дослідження процесів і явищ за допомогою функцій, рівнянь, похідної, інтеграла, ймовірності та інших математичних об'єктів, опанувати суміжними предметами (фізикою, хімією, біологією тощо). І тим самим упевнитись у могутності математичних методів для пізнання навколишнього світу і розв'язання різних проблем.

Підручник для 11-го класу складається із семи розділів. Кожному розділу передують матеріал, що вивчався раніше і необхідний для вивчення цього розділу. Його подано у вигляді таблиць. Для забезпечення готовності до вивчення матеріалу розділу наводиться діагностичний тест.

Розділи підручника поділено на параграфи, які, в свою чергу, розчленовані на пункти. До кожного пункту подано контрольні запитання, що мають забезпечити активне засвоєння основних понять і фактів пункту в їхньому взаємозв'язку.

Викладення навчального матеріалу в кожному пункті структуроване за рівнями. На першому рівні (його позначено літерою **Б**) викладаються основні поняття та факти теми, хоча, найчастіше, без формальних доведень. Цей матеріал є базою для подальшого вивчення теми, більш ґрунтовного і повного.

На другому рівні (його позначено літерою **О**) наводиться більш повне обґрунтування попереднього матеріалу, його розширення, наводяться приклади його застосування. Матеріал на цих двох рівнях повністю забезпечує оволодіння предметом згідно з вимогами програми рівня стандарту.

Виклад теоретичного матеріалу супроводжується розв'язанням типових задач відповідного рівня. Початок і кінець доведень тверджень та розв'язань прикладів позначено знаками \square і \blacksquare .

Система задач і вправ, наведених у підручнику, має три рівні складності: перший рівень складності позначено символом «°», другий не має позначень, третій позначено символом «*».

До загальної системи задач включено вправи на повторення, що мають сприяти готовності до опанування наступним матеріалом, збереженню вмінь і навичок, сформованих при вивченні попередніх розділів.

Кожний розділ завершується матеріалом для підготовки до тематичного оцінювання, який складається із запитань для самоконтролю (з відповідями) та зразка тематичної контрольної роботи. Для повторення і систематизації навчального матеріалу розділу наведено відповідні таблиці. Кожен із розділів завершується історичним коментарем.

Підручник містить вказівки і відповіді до задач, а також предметний покажчик.

Читання книги не є легкою справою. Деякі фрагменти доведень залишені для самостійного опрацювання. Не минайте їх!

Щиро бажаємо успіхів!

Колектив авторів

Позначення для орієнтування в навчальному матеріалі



— дві сходинки засвоєння навчального матеріалу



— зверніть увагу



— початок розв'язання задачі, доведення теореми



— кінець розв'язання задачі, доведення теореми



— задачі першого рівня складності



— задачі третього рівня складності



— контрольні запитання



— графічні вправи; задачі



— історичний коментар



— межі для різних типів задач



— вправи для повторення



— завдання для самоконтролю



— тест для діагностики

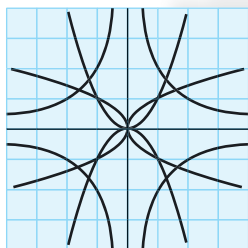


Розділ 4.

ІНТЕГРАЛ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ

Даний розділ присвячено одному з основних понять математики — **інтегралу**, походження і розвиток якого тісно пов'язані з розв'язанням багатьох практичних задач, наприклад, з обчисленням площ плоских фігур, знаходженням шляху, пройденого тілом, визначенням роботи з перенесення вантажу тощо.

Якщо за допомогою похідної від координати точки за часом можна визначити швидкість руху точки, то операція інтегрування дасть змогу знайти координату точки за її швидкістю. Так само, якщо сила струму є похідною від заряду за часом, потужність — похідною роботи за часом, то за допомогою інтегрування можна обчислити заряд за даною силою струму, роботу — за відомою потужністю і т. ін.



Готуємось до вивчення теми «Інтеграл та його застосування»

Для підготовки до вивчення теми можна звернутись до розділів 1 і 3, а також використати наведений у вигляді таблиць матеріал.

Таблиця похідних

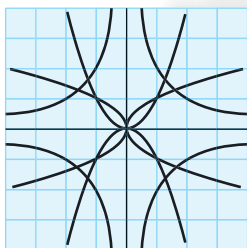
Таблиця 32

y	c	x^α	$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{tg} x$	$\operatorname{ctg} x$	e^x	a^x	$\ln x$	$\log_a x$
y'	0	$\alpha x^{\alpha-1}$	$\cos x$	$-\sin x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$	e^x	$a^x \ln a$	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x \ln a}$

Фізичний зміст похідної

Таблиця 33

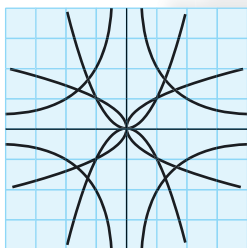
Закон зміни величини	Зміст похідної цього закону
$x = x(t)$ — закон руху точки, тобто зміна координати точки залежно від часу	$x'(t) = v(t)$ — залежність швидкості руху точки від часу
$v = v(t)$ — закон зміни швидкості руху точки залежно від часу	$v'(t) = a(t)$ — залежність прискорення точки від часу
$q = q(t)$ — закон зміни заряду, який проходить через поперечний переріз провідника, від часу	$q'(t) = I(t)$ — залежність сили струму від часу
$y = f(t)$ — закон зміни деякої величини з часом	$f'(t)$ — швидкість зміни цієї величини



Предметний покажчик

- Апофема 264
- Варіанта 443
- Варіаційний ряд 443
- Вектор 73
- зв'язаний 76
 - нормальний до площини 114
 - нульовий 74
 - одиничний 75
 - протилежний 75
- Вектори колінеарні 74
- компланарні 89
 - рівні 74
- Великий круг кулі 315
- Величина векторна 73
- скалярна 73
- Вершина конуса 270
- многогранника 305
 - піраміди 261
- Вибірка 436
- без повернення 436
 - з поверненням 436
- Висота конуса 270
- піраміди 263
 - циліндра 292
 - призми 284
- Випадкове випробування 411
- Випадкова подія 411
- Відкладання вектора від точки 75
- Вісь обертання 328
- симетрії 328
- Властивості інтеграла 228
- логарифмів 32
 - логарифмічної функції 36
 - показникової функції 20
 - степеня з раціональним показником 6
- Генеральна сукупність 454
- Гістограма 445
- Границя функції в точці 135
- Грань многогранника 305
- Гомотетія 273
- Діагональний переріз призми 287
- Діагональ призми 285
- Діаметр кулі 315
- Діаметральна площа кулі 315
- Додекаедр 307
- Достатня умова екстремуму 174
- Дотична до графіка функції 147
- площа до кулі 316
- Зрізана піраміда 264
- Зрізаний конус 271
- Косаєдр 307
- Інтеграл 223
- Інтегральна сума 225
- Ймовірність 413
- Комбінація 436
- Конус 270
- прямий круговий 270
- Координати вектора 103
- точки 99
- Криволінійна трапеція 222
- Кульовий сектор 330
- сегмент 329
- Куля 315
- описана навколо многогранника 318
 - – – прямого кругового конуса 317
 - – – – – циліндра 317
- Кут між векторами 81
- Логарифм числа 31
- – десятковий 33
 - – натуральний 33
- Логарифмічна функція 36
- Медіана 449
- Методи розв'язування логарифмічних рівнянь 54
- – логарифмічних нерівностей 54

- – показникових нерівностей 48
- – – рівнянь 48
- Многогранник 305
 - опуклий 306
 - правильний 307
- Множення вектора на число 80
- Мода 449
- Найбільше значення функції 182
- Найменше значення функції 182
- Об'єм зрізаного конуса 370
 - конуса 368
 - кулі 363
 - піраміди 368
 - призми 347
 - прямокутного паралелепіпеда 344
 - циліндра 353
- Ознака монотонності функції 169
 - сталості функції 170
- Октаедр 307
- Октанти 99
- Орти 102
- Осі координат 98
- Основа конуса 270
 - піраміди 261
 - призми 284
 - циліндра 292
- Основна властивість первісних 207
 - логарифмічна тотожність 31
- Паралельне перенесення 75
- Паралелепіпед 285
 - прямий 286
 - прямокутний 286
- Первісна функції 207
- Перестановки 435
- Перпендикулярність векторів 81
- Підінтегральна функція 223
- Піраміда 260
 - правильна 263
- Площа бічної поверхні піраміди 381
 - – – призми 382
 - криволінійної трапеції 224
 - поверхні кулі 389
 - – многогранника 382
 - – прямого кругового конуса 385
 - – – – циліндра 384
- Показникова функція 17
- Полігон частот 445
- Потенціювання 34
- Похідна логарифмічної функції 162
 - показникової функції 161
 - степеневій функції 141
- Правило паралелепіпеда 82
 - паралелограма 79
 - трикутника 79
- Правило множення 430
 - додавання 432
- Призма 283
 - правильна 286
 - пряма 286
- Правила знаходження первісної 221
- Протилежні події 415
- Радіус кулі 314
 - сфери 112
- Ребро многогранника 305
 - піраміди 261
 - призми 284
- Рівняння площини 112
 - сфери 112
- Різниця векторів 80
- Розгортка поверхні многогранника 306
- Розмах 451
- Розміщення 436
- Середнє арифметичне 447
- Скалярний добуток векторів 81
 - квадрат вектора 82
- Статистично стійкі досліді 420
- Степень з раціональним показником 6
 - ірраціональним показником 14
- Сума векторів 79
- Сфера 112
- Твірні конуса 270
 - циліндра 292
- Тетраедр 261
 - правильний 263
- Тіло обертання 327
- Центр кулі 314
 - сфери 112
- Циліндр 291
 - круговий 292
 - похилий 292
 - прямий 292
- Точки екстремуму функції 173
 - критичні функції 175
 - максимуму функції 172
 - мінімуму функції 173
- Частота події 418
 - – відносна 418
- Число e 33



Зміст

Звернення до читача	3
Розділ 1. Показникова та логарифмічна функції	
§1. Показникова функція	13
§2. Логарифми та їхнє застосування	30
§3. Розв'язання показникових і логарифмічних рівнянь, нерівностей та їхніх систем	47
Розділ 2. Вектори і координати	
§4. Вектори та їхнє застосування	73
§5. Координати та їхнє застосування	98
Розділ 3. Похідна та її застосування	
§6. Похідна функції	132
§7. Диференціювання функцій	156
§8. Дослідження функцій і побудова їхніх графіків за допомогою похідної	168
Розділ 4. Інтеграл та його застосування	
§9. Первісна	206
§10. Інтеграл	220
§11. Застосування інтеграла	235
Розділ 5. Геометричні тіла і поверхні	
§12. Піраміди і конуси	260
§13. Призми і циліндри	283
§14. Многогранники	305
§15. Куля і сфера	314
§16. Тіла обертання	327
Розділ 6. Об'єми і площі поверхонь геометричних тіл	
§17. Об'єм призми і циліндра	342
§18. Об'єм тіла обертання	362
§19. Площі поверхонь геометричних тіл	380
Розділ 7. Елементи теорії ймовірностей і математичної статистики	
§20. Випадкові події та їхні ймовірності	410
§21. Елементи комбінаторики	429
§22. Вибірковий метод у статистиці	442
Відповіді і вказівки до задач	467
Предметний покажчик	477



Навчальне видання

АФАНАСЬЄВА Ольга Миколаївна
БРОДСЬКИЙ Яків Соломонович
ПАВЛОВ Олександр Леонідович
СЛІПЕНКО Анатолій Костянтинович

МАТЕМАТИКА
Підручник для 11 класу
загальноосвітніх навчальних закладів
Рівень стандарту

Головний редактор *Богдан Будний*
Редактор *Володимир Дячун*
Художник обкладинки *Володимир Басалига*
Дизайн та комп'ютерна верстка *Андрія Кравчука*

Підписано до друку 25.06.2011. Формат 60×84/16. Папір офсетний.
Гарнітура Century Schoolbook. Друк офсетний.
Умовн. друк. арк. 27,80. Умовн. фарбо-відб. 55,60.

Видавництво «Навчальна книга – Богдан»
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців
ДК №370 від 21.03.2001 р.

Навчальна книга – Богдан, а/с 529, просп. Ст. Бандери, 34а, м. Тернопіль, 46008
тел./факс (0352) 52-06-07; 52-05-48; 52-19-66; (067) 350-18-70
publishing@budny.te.ua www.bohdan-books.com

ISBN 978-966-10-1902-6



9 789661 019026